ENEM

Matemática

901 itens com resoluções

Organização por tema

---

12 capítulos temáticos para estudar por assunto

Enunciados, figuras e soluções da coletânea anterior, reorganizados pelo conteúdo principal de cada questão. Ano e identificador de origem preservados para consulta.

Caderno de estudo

Edição temática – 16 de novembro de 2026

Sumário

Como usar esta edição ii
Fontes e créditos iii
Números, operações e raciocínio lógico 1
Razões, proporções, porcentagens e escalas 42
Grandezas, unidades e medidas 244
Matemática financeira 281
Equações, funções e gráficos 293
Sequências, PA e PG 456
Geometria plana e trigonometria 477
Geometria espacial 601
Geometria analítica 707
Análise combinatória 721
Probabilidade 762
Estatística e interpretação de dados 819
Gabarito por tema 967

Como usar esta edição

Este volume reorganiza os **901 itens** da coletânea de Matemática em **12 temas**. Todos os enunciados e soluções foram mantidos. Cada questão aparece uma única vez, no assunto considerado principal para sua resolução. Questões interdisciplinares podem envolver outros conteúdos além do tema escolhido.

O sumário e os marcadores do PDF levam aos capítulos e aos itens. A numeração começa em 001 em cada tema. **Esse número é local e não corresponde ao número original do ENEM nem ao número da versão por ano.** O ano e o identificador de origem permanecem no cabeçalho. Dentro de cada capítulo, as questões seguem a ordem crescente dos anos, facilitando a comparação entre edições do exame.

As resoluções das apostilas conservam seus créditos; os comentários complementares são identificados conforme o volume anterior. Figuras extensas e suas soluções podem ocupar páginas de continuação. O gabarito ao final usa a numeração desta edição temática. O índice em CSV permite relacionar os itens à edição por ano.

O acervo combina aplicações regulares e outras aplicações do ENEM, conforme a indicação nos materiais de origem. A seleção dos anos é parcial e não equivale a todas as questões já aplicadas no exame. As observações sobre itens anulados, particularidades dos enunciados e correções de cálculo foram preservadas.

Distribuição por tema

Tema	Itens
01 – Números, operações e raciocínio lógico	41
02 – Razões, proporções, porcentagens e escalas	195
03 – Grandezas, unidades e medidas	35
04 – Matemática financeira	12
05 – Equações, funções e gráficos	142
06 – Sequências, PA e PG	20
07 – Geometria plana e trigonometria	110
08 – Geometria espacial	98
09 – Geometria analítica	10
10 – Análise combinatória	40
11 – Probabilidade	56
12 – Estatística e interpretação de dados	142
Total	**901**

Fontes e créditos

Os enunciados são de provas do ENEM/INEP. Os recortes preservam os créditos e as figuras dos documentos consultados. A organização desta coletânea e os comentários complementares não alteram a autoria dos materiais reproduzidos, nem lhes atribuem nova licença.

Referência 1. Professor Fredão / Mente Matemática. Apostila ENEM 495, questões de Matemática de 2013 a 2023, organizadas por habilidades e dificuldade. Enunciados e gabarito; as resoluções complementares foram redigidas para este volume. Arquivo enviado pelo usuário: link do documento.

Referência 2. *Como se dar bem no ENEM: questões comentadas*, coordenação de Alexandre Moreira Nascimento. Capítulo de Matemática do arquivo consultado, páginas 78 a 95. Os comentários são reproduzidos com os enunciados. Link do documento enviado.

Referência 3. Projeto Medicina / Tenho Prova Amanhã. Compilação temática de Matemática do ENEM. Enunciados e resoluções comentadas, com numeração reiniciada em cada seção temática. Link do documento enviado.

Referência 4, consultada. *Raio X dos Mestres*, Matemática, 2010–2020. Material com questões e gabaritos, consultado no levantamento e na comparação de repetições. Link do documento enviado.

INEP. Provas e gabaritos oficiais. Foram baixados cadernos azuis de 2009, 2010, 2011, 2012, 2024 e 2025 para complementar o acervo. Em 2024 e 2025 foram usadas as provas impressas da aplicação regular, segundo dia, caderno 7. Em 2026, foi usada a prova regular do segundo dia, caderno 5, amarelo; as questões foram resolvidas para esta coletânea. Na data desta edição, o gabarito oficial ainda não havia sido divulgado; as respostas foram conferidas com o gabarito extraoficial da Filadd (página consultada). Confira o gabarito oficial quando for publicado. Página oficial de provas e gabaritos.

Arquivos desta edição. O arquivo principal é `enem_matematica_por_tema.tex`. Os capítulos estão em `capitulos_por_tema/matematica/`. O índice temático em CSV relaciona tema, número local, ano, identificador e resposta. O ZIP contém os dois projetos com as figuras necessárias para recompilar.

Números, operações e raciocínio lógico

Tema 01 | 41 itens com resoluções.

Item 001

2009 | O2009-156

Fonte: INEP, caderno azul, página 25; questão 156.

Questão 156

Para cada indivíduo, a sua inscrição no Cadastro de Pessoas Físicas (CPF) é composto por um número de 9 algarismos e outro número de 2 algarismos, na forma d_1d_2, em que os dígitos d_1 e d_2 são denominados dígitos verificadores. Os dígitos verificadores são calculados, a partir da esquerda, da seguinte maneira: os 9 primeiros algarismos são multiplicados pela sequência 10, 9, 8, 7, 6, 5, 4, 3, 2 (o primeiro por 10, o segundo por 9, e assim sucessivamente); em seguida, calcula-se o resto r da divisão da soma dos resultados das multiplicações por 11, e se esse resto r for 0 ou 1, d_1 é zero, caso contrário $d_1 = (11 - r)$. O dígito d_2 é calculado pela mesma regra, na qual os números a serem multiplicados pela sequência dada são contados a partir do segundo algarismo, sendo d_1 o último algarismo, isto é, d_2 é zero se o resto s da divisão por 11 das somas das multiplicações for 0 ou 1, caso contrário, $d_2 = (11 - s)$.

Suponha que João tenha perdido seus documentos, inclusive o cartão de CPF e, ao dar queixa da perda na delegacia, não conseguisse lembrar quais eram os dígitos verificadores, recordando-se apenas que os nove primeiros algarismos eram 123.456.789. Neste caso, os dígitos verificadores d_1 e d_2 esquecidos são, respectivamente,

- **A** 0 e 9.
- **B** 1 e 4.
- **C** 1 e 7.
- **D** 9 e 1.
- **E** 0 e 1.

Resolução **Resposta: A**

A primeira soma ponderada é $1\cdot10+2\cdot9+\cdots+9\cdot2 = 210$, resto 1 na divisão por 11; logo, $d_1 = 0$. A segunda soma é $2\cdot10+3\cdot9+\cdots+9\cdot3+0\cdot2 = 244$, resto 2. Portanto, $d_2 = 11 - 2 = 9$.

Item 002

2011 | O2011-136

Fonte: INEP, caderno azul, página 21; questão 136.

QUESTÃO 136

O dono de uma oficina mecânica precisa de um pistão das partes de um motor, de 68 mm de diâmetro, para o conserto de um carro. Para conseguir um, esse dono vai até um ferro velho e lá encontra pistões com diâmetros iguais a 68,21 mm; 68,102 mm; 68,001 mm; 68,02 mm e 68,012 mm.

Para colocar o pistão no motor que está sendo consertado, o dono da oficina terá de adquirir aquele que tenha o diâmetro mais próximo do que precisa.

Nessa condição, o dono da oficina deverá comprar o pistão de diâmetro

A 68,21 mm.
B 68,102 mm.
C 68,02 mm.
D 68,012 mm.
E 68,001 mm.

Resolução **Resposta: E**

Compare as diferenças para 68 mm: 0,21; 0,102; 0,001; 0,02; 0,012 mm. A menor é 0,001 mm. Portanto, o pistão deve ter 68,001 mm.

Item 003

2011 | O2011-139

Fonte: INEP, caderno azul, página 21; questão 139.

QUESTÃO 139

O medidor de energia elétrica de uma residência, conhecido por “relógio de luz”, é constituído de quatro pequenos relógios, cujos sentidos de rotação estão indicados conforme a figura:



Disponível em: http://www.enersul.com.br. Acesso em: 26 abr. 2010.

A medida é expressa em kWh. O número obtido na leitura é composto por 4 algarismos. Cada posição do número é formada pelo último algarismo ultrapassado pelo ponteiro.

O número obtido pela leitura em kWh, na imagem, é

A 2 614.
B 3 624.
C 2 715.
D 3 725.
E 4 162.

Resolução **Resposta: A**

Cada ponteiro deve indicar o último algarismo ultrapassado no seu sentido próprio de rotação. As quatro leituras, da esquerda para a direita, são 2, 6, 1 e 4. O consumo indicado é 2614 kWh.

Item 004

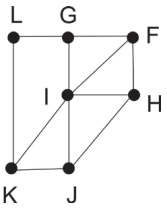
2011 | O2011-172

Fonte: INEP, caderno azul, página 30; questão 172.

QUESTÃO 172

Um técnico em refrigeração precisa revisar todos os pontos de saída de ar de um escritório com várias salas.

Na imagem apresentada, cada ponto indicado por uma letra é a saída do ar, e os segmentos são as tubulações.



Iniciando a revisão pelo ponto K e terminando em F, sem passar mais de uma vez por cada ponto, o caminho será passando pelos pontos

A) K, I e F.
B) K, J, I, G, L e F.
C) K, L, G, I, J, H e F.
D) K, J, H, I, G, L e F.
E) K, L, G, I, H, J e F.

Resolução **Resposta: C**

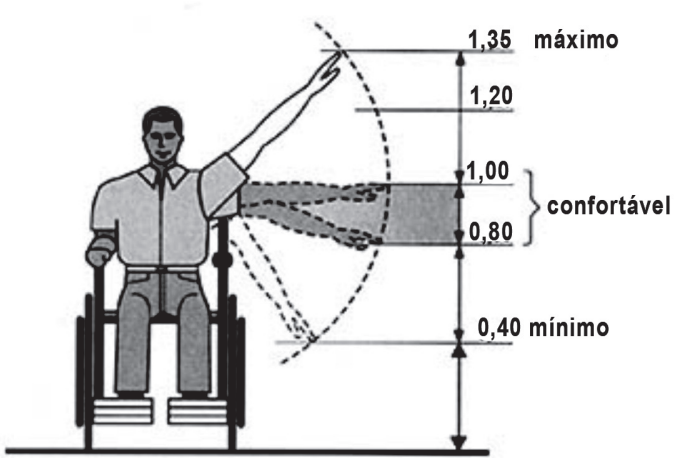
Verifique as conexões entre as saídas de ar e a exigência de visitar cada ponto apenas uma vez. O percurso que respeita as tubulações e termina em F é $K \to L \to G \to I \to J \to H \to F$.

Item 005

Fonte: INEP, caderno azul, página 24; questão 154.

QUESTÃO 154

Num projeto da parte elétrica de um edifício residencial a ser construído, consta que as tomadas deverão ser colocadas a 0,20 m acima do piso, enquanto os interruptores de luz deverão ser colocados a 1,47 m acima do piso. Um cadeirante, potencial comprador de um apartamento desse edifício, ao ver tais medidas, alerta para o fato de que elas não contemplarão suas necessidades. Os referenciais de alturas (em metros) para atividades que não exigem o uso de força são mostrados na figura seguinte.



Uma proposta substitutiva, relativa às alturas de tomadas e interruptores, respectivamente, que atenderá àquele potencial comprador é

A 0,20 m e 1,45 m.

B 0,20 m e 1,40 m.

C 0,25 m e 1,35 m.

D 0,25 m e 1,30 m.

E 0,45 m e 1,20 m.

Resolução **Resposta: E**

Compare as alturas propostas com os limites de alcance frontal indicados na figura. A tomada precisa ficar acima do limite inferior, e o interruptor abaixo do superior. Somente 0,45 m e 1,20 m atendem simultaneamente a esses limites.

Item 006

2012 | O2012-157

Fonte: INEP, caderno azul, página 26; questão 157.

QUESTÃO 157

Um maquinista de trem ganha R$ 100,00 por viagem e só pode viajar a cada 4 dias. Ele ganha somente se fizer a viagem e sabe que estará de férias de 1º a 10 de junho, quando não poderá viajar. Sua primeira viagem ocorreu no dia primeiro de janeiro. Considere que o ano tem 365 dias.

Se o maquinista quiser ganhar o máximo possível, quantas viagens precisará fazer?

- **A** 37
- **B** 51
- **C** 88
- **D** 89
- **E** 91

Resolução **Resposta: C**

O gabarito oficial é C, 88 viagens. Ele corresponde a interpretar cada viagem como um bloco completo de quatro dias: até maio, $\lfloor 151/4 \rfloor = 37$; depois das férias, $204/4 = 51$; total 88. O texto não informa a duração da viagem: interpretando somente as datas de partida, é possível fazer 38 antes das férias e 51 depois, totalizando 89. Essa ambiguidade foi registrada por resoluções e estudos acadêmicos; não se deve apresentar 88 como consequência única do enunciado.

Item 007

2012 | O2012-161

Fonte: INEP, caderno azul, página 27; questão 161.

QUESTÃO 161

João decidiu contratar os serviços de uma empresa por telefone através do SAC (Serviço de Atendimento ao Consumidor). O atendente ditou para João o número de protocolo de atendimento da ligação e pediu que ele anotasse. Entretanto, João não entendeu um dos algarismos ditados pelo atendente e anotou o número 1 3 _ 9 8 2 0 7, sendo que o espaço vazio é o do algarismo que João não entendeu.

De acordo com essas informações, a posição ocupada pelo algarismo que falta no número de protocolo é a de

(A) centena.
(B) dezena de milhar.
(C) centena de milhar.
(D) milhão.
(E) centena de milhão.

Resolução **Resposta: C**

Da direita para a esquerda, as ordens são unidade, dezena, centena, unidade de milhar, dezena de milhar e centena de milhar. O espaço está na sexta posição a partir da direita, logo corresponde à centena de milhar.

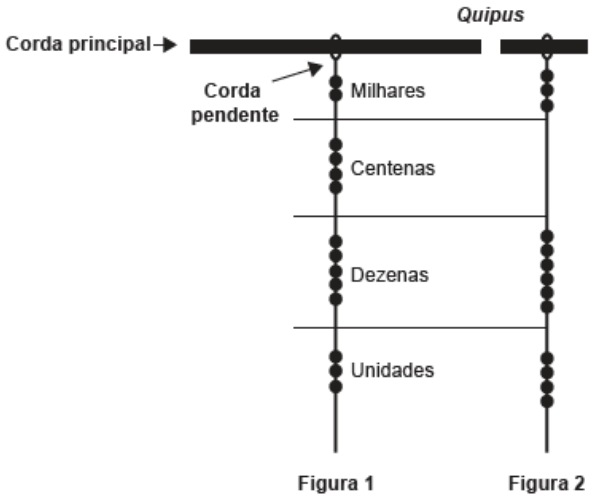
Item 008

2014 | R1-001

Fonte: referência 1, página 20.

Questão 001 (H1 | ENEM 2014) **Dificuldade 459,4**

Os incas desenvolveram uma maneira de registrar quantidades e representar números utilizando um sistema de numeração decimal posicional: um conjunto de cordas com nós, denominado *quipus*. O *quipus* era feito de uma corda matriz, ou principal (mais grossa que as demais), na qual eram penduradas outras cordas, mais finas, de diferentes tamanhos e cores (cordas pendentes). De acordo com a sua posição, os nós significavam unidades, dezenas, centenas e milhares. Na Figura 1, o *quipus* representa o número decimal 2 453. Para representar o "zero" em qualquer posição, não se coloca nenhum nó.



Disponível em: www.culturaperuana.com.br. Acesso em: 13 dez. 2012.

O número da representação do *quipus* da Figura 2, em base decimal, é

(A) 364.

(B) 463.

(C) 3 064.

(D) 3 640.

(E) 4 603.

Resolução **Resposta: C**

A leitura é posicional: há 3 milhares, nenhuma centena, 6 dezenas e 4 unidades. Portanto, o número é $3 \cdot 1000 + 0 \cdot 100 + 6 \cdot 10 + 4 = 3064$.

Item 009

2014 | R1-031

Fonte: referência 1, página 30.

Questão 031 (H2 | ENEM 2014) **Dificuldade 876,9**

Durante a Segunda Guerra Mundial, para decifrarem as mensagens secretas, foi utilizada a técnica de decomposição em fatores primos. Um número N é dado pela expressão $2^x \cdot 5^y \cdot 7^z$, na qual x, y e z são números inteiros não negativos. Sabe-se que N é múltiplo de 10 e não é múltiplo de 7.

O número de divisores de N, diferentes de N, é

(A) $x \cdot y \cdot z$.

(B) $(x+1) \cdot (y+1)$.

(C) $x \cdot y \cdot z - 1$.

(D) $(x+1) \cdot (y+1) \cdot z$.

(E) $(x+1) \cdot (y+1) \cdot (z+1) - 1$.

Resolução **Resposta: E**

Um divisor de $N = 2^x 5^y 7^z$ escolhe independentemente os expoentes entre 0 e x, entre 0 e y e entre 0 e z. Há $(x+1)(y+1)(z+1)$ divisores. Excluindo o próprio N, restam $(x+1)(y+1)(z+1)-1$. Aqui $z = 0$.

Item 010

2014 | R1-060

Fonte: referência 1, página 40.

Questão 060 (H4 | ENEM 2014) **Dificuldade 616,6**

Um *show* especial de Natal teve 45 000 ingressos vendidos. Esse evento ocorrerá em um estádio de futebol que disponibilizará 5 portões de entrada, com 4 catracas eletrônicas por portão. Em cada uma dessas catracas, passará uma única pessoa a cada 2 segundos. O público foi igualmente dividido pela quantidade de portões e catracas, indicados no ingresso para o *show*, para a efetiva entrada no estádio. Suponha que todos aqueles que compraram ingressos irão ao *show* e que todos passarão pelos portões e catracas eletrônicas indicados.

Qual é o tempo mínimo para que todos passem pelas catracas?

A 1 hora.

B 1 hora e 15 minutos.

C 5 horas.

D 6 horas.

E 6 horas e 15 minutos.

Resolução **Resposta: B**

Há $5 \cdot 4 = 20$ catracas. Cada uma atende $45000/20 = 2250$ pessoas, em $2250 \cdot 2 = 4500$ s. Como $4500 = 75 \cdot 60$, o tempo é de 1 hora e 15 minutos.

Item 011

2015 | R1-009

Fonte: referência 1, página 22.

Questão 009 (H1 | ENEM 2015) **Dificuldade 626,5**

Deseja-se comprar lentes para óculos. As lentes devem ter espessuras mais próximas possíveis da medida 3 mm. No estoque de uma loja, há lentes de espessuras: 3,10 mm; 3,021 mm; 2,96 mm; 2,099 mm e 3,07 mm.

Se as lentes forem adquiridas nessa loja, a espessura escolhida será, em milímetros, de

(A) 2,099.

(B) 2,96.

(C) 3,021.

(D) 3,07.

(E) 3,10.

Resolução **Resposta: C**

Compare as distâncias até 3: $0{,}10; 0{,}021; 0{,}04; 0{,}901; 0{,}07$ mm. A menor diferença é 0,021 mm, correspondente à lente de 3,021 mm.

Item 012

2015 | R1-068

Fonte: referência 1, página 42.

Questão 068 (H4 | ENEM 2015) **Dificuldade 717,5**

O gerente de um cinema fornece, anualmente, ingressos gratuitos para escolas. Este ano serão distribuídos 400 ingressos para uma sessão vespertina e 320 ingressos para uma sessão noturna de um mesmo filme. Várias escolas podem ser escolhidas para receberem ingressos. Há alguns critérios para a distribuição dos ingressos:

1) cada escola deverá receber ingressos para uma única sessão;

2) todas as escolas contempladas deverão receber o mesmo número de ingressos;

3) não haverá sobra de ingressos (ou seja, todos os ingressos serão distribuídos).

O número mínimo de escolas que podem ser escolhidas para obter ingressos, segundo os critérios estabelecidos, é

(A) 2.

(B) 4.

(C) 9.

(D) 40.

(E) 80.

Resolução **Resposta: C**

Para minimizar o número de escolas, maximize a quantidade igual de ingressos por escola: $\text{mdc}(400, 320) = 80$. Assim, serão $400/80 = 5$ escolas à tarde e $320/80 = 4$ à noite: 9 escolas.

Item 013

2015 | R1-083

Fonte: referência 1, página 48.

Questão 083 (H5 | ENEM 2015) **Dificuldade 759,3**

Um arquiteto está reformando uma casa. De modo a contribuir com o meio ambiente, decide reaproveitar tábuas de madeira retiradas da casa. Ele dispõe de 40 tábuas de 540 cm, 30 de 810 cm e 10 de 1 080 cm, todas de mesma largura e espessura. Ele pediu a um carpinteiro que cortasse as tábuas em pedaços de mesmo comprimento, sem deixar sobras, e de modo que as novas peças ficassem com o maior tamanho possível, mas de comprimento menor que 2 m.

Atendendo ao pedido do arquiteto, o carpinteiro deverá produzir

(A) 105 peças.

(B) 120 peças.

(C) 210 peças.

(D) 243 peças.

(E) 420 peças.

Resolução **Resposta: E**

O máximo divisor comum dos comprimentos é 270 cm. O maior divisor comum menor que 200 cm é 135 cm. Assim, serão $40 \cdot 4 + 30 \cdot 6 + 10 \cdot 8 = 420$ peças.

Item 014

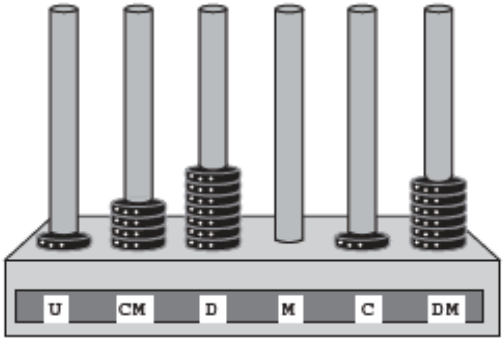
2016 | R1-011

Fonte: referência 1, página 23.

Questão 011 (H1 | ENEM 2016) **Dificuldade 652,1**

O ábaco é um antigo instrumento de cálculo que usa notação posicional de base dez para representar números naturais. Ele pode ser apresentado em vários modelos, um deles é formado por hastes apoiadas em uma base. Cada haste corresponde a uma posição no sistema decimal e nelas são colocadas argolas; a quantidade de argolas na haste representa o algarismo daquela posição. Em geral, colocam-se adesivos abaixo das hastes com os símbolos U, D, C, M, DM e CM que correspondem, respectivamente, a unidades, dezenas, centenas, unidades de milhar, dezenas de milhar e centenas de milhar, sempre começando com a unidade na haste da direita e as demais ordens do número no sistema decimal nas hastes subsequentes (da direita para esquerda), até a haste que se encontra mais à esquerda.

Entretanto, no ábaco da figura, os adesivos não seguiram a disposição usual.



Nessa disposição, o número que está representado na figura é

(A) 46 171.

(B) 147 016.

(C) 171 064.

(D) 460 171.

(E) 610 741.

Resolução **Resposta: D**

É necessário seguir os adesivos, e não a posição habitual das hastes. A leitura por ordem decimal fornece $4 \cdot 10^5 + 6 \cdot 10^4 + 0 \cdot 10^3 + 1 \cdot 10^2 + 7 \cdot 10 + 1 = 460171$.

Item 015

2017 | R1-016

Fonte: referência 1, página 25.

Questão 016 (H1 | ENEM 2017) **Dificuldade 765,8**

Uma pessoa ganhou uma pulseira formada por pérolas esféricas, na qual faltava uma das pérolas. A figura indica a posição em que estaria faltando esta pérola.



Ela levou a joia a um joalheiro que verificou que a medida do diâmetro dessas pérolas era 4 milímetros. Em seu estoque, as pérolas do mesmo tipo e formato, disponíveis para reposição, tinham diâmetros iguais a: 4,025 mm; 4,100 mm; 3,970 mm; 4,080 mm e 3,099 mm.

O joalheiro então colocou na pulseira a pérola cujo diâmetro era o mais próximo do diâmetro das pérolas originais.

A pérola colocada na pulseira pelo joalheiro tem diâmetro, em milímetro, igual a

(A) 3,099.

(B) 3,970.

(C) 4,025.

(D) 4,080.

(E) 4,100.

Resolução

Resposta: C

As diferenças absolutas em relação a 4 mm são $0{,}025; 0{,}100; 0{,}030; 0{,}080; 0{,}901$. A menor corresponde a 4,025 mm.

Item 016

2017 | R1-045

Fonte: referência 1, página 35.

Questão 045 (H3 | ENEM 2017) **Dificuldade 704,6**

Em um teleférico turístico, bondinhos saem de estações ao nível do mar e do topo de uma montanha. A travessia dura 1,5 minuto e ambos os bondinhos se deslocam à mesma velocidade. Quarenta segundos após o bondinho A partir da estação ao nível do mar, ele cruza com o bondinho B, que havia saído do topo da montanha.

Quantos segundos após a partida do bondinho B partiu o bondinho A?

(A) 5

(B) 10

(C) 15

(D) 20

(E) 25

Resolução **Resposta: B**

A travessia completa dura 90 s. Até o encontro, a soma dos tempos percorridos pelos dois bondinhos é 90 s, pois suas velocidades são iguais. A viajou 40 s e B, $90 - 40 = 50$ s. Portanto, B saiu 10 s antes de A.

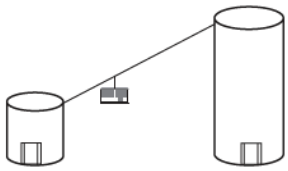
Item 017

2017 | R1-057

Fonte: referência 1, página 39.

Questão 057 (H4 | ENEM 2017) **Dificuldade 597,6**

Em um parque há dois mirantes de alturas distintas que são acessados por elevador panorâmico. O topo do mirante 1 é acessado pelo elevador 1, enquanto o topo do mirante 2 é acessado pelo elevador 2. Eles encontram-se a uma distância possível de ser percorrida a pé, e entre os mirantes há um teleférico que os liga que pode ou não ser utilizado pelo visitante.



Mirante 1 Mirante 2

O acesso aos elevadores tem os seguintes custos

- Subir pelo elevador 1: R$ 0,15;
- Subir pelo elevador 2: R$ 1,80;
- Descer pelo elevador 1: R$ 0,10;
- Descer pelo elevador 2: R$ 2,30.

O custo da passagem do teleférico partindo do topo do mirante 1 para o topo do mirante 2 é de R$ 2,00, e do topo do mirante 2 para o topo do mirante 1 é de R$ 2,50.

Qual é o menor custo, em real, para uma pessoa visitar os topos dos dois mirantes e retornar ao solo?

A 2,25

B 3,90

C 4,35

D 4,40

E 4,45

Resolução **Resposta: C**

Visitar cada mirante separadamente custa $0{,}15 + 0{,}10 + 1{,}80 + 2{,}30 = 4{,}35$ reais. Usar o teleférico de 1 para 2 custa $0{,}15 + 2 + 2{,}30 = 4{,}45$; no sentido contrário, $1{,}80 + 2{,}50 + 0{,}10 = 4{,}40$. O menor custo é R$ 4,35.

Item 018

2018 | R1-018

Fonte: referência 1, página 26.

Questão 018 (H2 | ENEM 2018) **Dificuldade 663,3**

Torneios de tênis, em geral, são disputados em sistema de eliminatória simples. Nesse sistema, são disputadas partidas entre dois competidores, com a eliminação do perdedor e promoção do vencedor para a fase seguinte. Dessa forma, se na 1ª fase o torneio conta com 2n competidores, então, na 2ª fase restarão n competidores, e assim sucessivamente até a partida final.

Em um torneio de tênis, disputado nesse sistema, participam 128 tenistas.

Para se definir o campeão desse torneio, o número de partidas necessárias é dado por

(A) 2 x 128.

(B) 64 + 32+ 16 + 8 + 4 + 2.

(C) 128 + 64 + 32+ 16 + 8 + 4 + 2 + 1.

(D) 128 + 64 + 32+ 16 + 8 + 4 + 2.

(E) 64 + 32+ 16 + 8 + 4 + 2 + 1.

Resolução **Resposta: E**

Cada partida elimina exatamente um tenista. Para restar um campeão entre 128 participantes, são necessárias 127 eliminações. Por fases, $64+32+16+8+4+2+1=127$ partidas.

Item 019

2018 | R1-041

Fonte: referência 1, página 34.

Questão 041 (H3 | ENEM 2018) **Dificuldade 657,0**

Um edifício tem a numeração dos andares iniciando no térreo (T), e continuando com primeiro, segundo, terceiro, ..., até o último andar. Uma criança entrou no elevador e, tocando no painel, seguiu uma sequência de andares, parando, abrindo e fechando a porta em diversos andares. A partir de onde entrou a criança, o elevador subiu sete andares, em seguida desceu dez, desceu mais treze, subiu nove, desceu quatro e parou no quinto andar, finalizando a sequência. Considere que no trajeto seguido pela criança, o elevador parou uma vez no último andar do edifício.

De acordo com as informações dadas, o último andar do edifício é o

- (A) 16º.
- (B) 22º.
- (C) 23º.
- (D) 25º.
- (E) 32º.

Resolução **Resposta: C**

Se o andar inicial é x, então $x + 7 - 10 - 13 + 9 - 4 = 5$, isto é, $x = 16$. Os andares alcançados são $23, 13, 0, 9, 5$. O maior é 23; portanto, esse é o último andar.

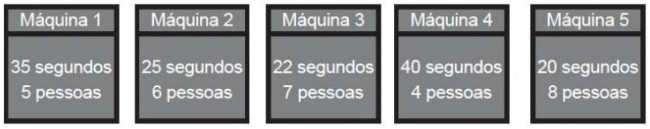
Item 020

2018 | R1-075

Fonte: referência 1, página 45.

Questão 075 (H5 | ENEM 2018) **Dificuldade 615,6**

Em um aeroporto, os passageiros devem submeter suas bagagens a uma das cinco máquinas de raio-X disponíveis ao adentrarem a sala de embarque. Num dado instante, o tempo gasto por essas máquinas para escanear a bagagem de cada passageiro e o número de pessoas presentes em cada fila estão apresentados em um painel, como mostrado na figura.



Um passageiro, ao chegar à sala de embarque desse aeroporto no instante indicado, visando esperar o menor tempo possível, deverá se dirigir à máquina

(A) 1.

(B) 2.

(C) 3.

(D) 4.

(E) 5.

Resolução **Resposta: B**

O tempo de espera é o número de pessoas à frente multiplicado pelo tempo individual. Nas máquinas 1 a 5, os produtos são $5 \cdot 35 = 175$, $6 \cdot 25 = 150$, $7 \cdot 22 = 154$, $4 \cdot 40 = 160$ e $8 \cdot 20 = 160$ segundos. O mínimo é 150 s, na máquina 2.

Item 021

2020 | R1-042

Fonte: referência 1, página 34.

Questão 042 (H3 | ENEM 2020) **Dificuldade 665,2**

Um grupo sanguíneo, ou tipo sanguíneo, baseia-se na presença ou ausência de dois antígenos, A e B, na superfície das células vermelhas do sangue.

Como dois antígenos estão envolvidos, os quatro tipos sanguíneos distintos são:

- Tipo A: apenas o antígeno A está presente;
- Tipo B: apenas o antígeno B está presente;
- Tipo AB: ambos os antígenos estão presentes;
- Tipo O: nenhum dos antígenos está presente.

Disponível em: http://saude.hsw.uol.com.br.
Acesso em: 15 abr. 2012 (adaptado).

Foram coletadas amostras de sangue de 200 pessoas e, após análise laboratorial, foi identificado que em 100amostras está presente o antígeno A, em 110 amostras há presença do antígeno B e em 20 amostras nenhum dos antígenos está presente.

Dessas pessoas que foram submetidas à coleta de sangue, o número das que possuem o tipo sanguíneo A é igual a

(A) 30.

(B) 60.

(C) 70.

(D) 90.

(E) 100.

Resolução **Resposta: C**

Há $200-20=180$ pessoas com pelo menos um antígeno. Por inclusão e exclusão, $|A\cap B|=100+110-180=30$. As pessoas de tipo A têm apenas o antígeno A: $100-30=70$.

Item 022

2020 | R1-050

Fonte: referência 1, página 36.

Questão 050 (H3 | ENEM 2020) **Dificuldade 768,0**

Um hotel de 3 andares está sendo construído. Cada andar terá 100 quartos. Os quartos serão numerados de 100 a 399 e cada um terá seu número afixado à porta. Cada número será composto por peças individuais, cada uma simbolizando um único algarismo.

Qual a quantidade mínima de peças, simbolizando o algarismo 2, necessárias para identificar o número de todos os quartos?

- **A** 160
- **B** 157
- **C** 130
- **D** 120
- **E** 60

Resolução **Resposta: A**

Na centena, o algarismo 2 aparece em todos os 100 números de 200 a 299. Na dezena, aparece 10 vezes em cada centena: 30 ocorrências. Na unidade, outras 30. Total: $100 + 30 + 30 = 160$ peças.

Item 023

2020 | R1-071

Fonte: referência 1, página 43.

Questão 071 (H4 | ENEM 2020) **Dificuldade 750,6**

Uma pessoa precisa comprar 15 sacos de cimento para uma reforma em sua casa. Faz pesquisa de preço em cinco depósitos que vendem o cimento de sua preferência e cobram frete para entrega do material, conforme a distância do depósito à sua casa. As informações sobre preço do cimento, valor do frete e distância do depósito até a casa dessa pessoa estão apresentadas no quadro.

Depósito	Valor do saco de cimento (R$)	Valor do frete para cada quilômetro (R$)	Distância entre a casa e o depósito (km)
A	23	1	10
B	21,5	3	12
C	22	1,5	14
D	21	3,5	18
E	24	2,5	2

A pessoa escolherá um desses depósitos para realizar sua compra, considerando os preços do cimento e do frete oferecidos em cada opção.

Se a pessoa decidir pela opção mais econômica, o depósito escolhido para a realização dessa compra será o

(A) A.

(B) B.

(C) C.

(D) D.

(E) E.

Resolução **Resposta: C**

Calcule $15 \cdot$ preço do saco $+$ frete por km $\cdot$ distância. Os custos de A a E são R$ 355,00; 358,50; 351,00; 378,00; 365,00. O menor custo é o do depósito C.

Item 024

Fonte: referência 1, página 22.

Questão 008 (H1 | ENEM 2021) **Dificuldade 621,3**

O sistema de numeração romano ainda é utilizado na indicação de capítulos e volumes de livros, na designação de séculos e, em ordem cronológica, de papas e reis de mesmo nome. São utilizadas sete letras do alfabeto:

- Quatro fundamentais: I (vale 1); X (vale 10); C (vale 100) e M (vale 1 000).
- Três secundárias: V (vale 5); L (vale 50) e D (vale 500).

As regras para escrever números romanos são:

1. Não existe símbolo correspondente ao zero;
2. Os símbolos fundamentais podem ser repetidos até três vezes e seus valores são adicionados. Exemplo: XXX = 30;
3. Uma letra posta à esquerda de outra de maior valor indica subtração dos respectivos valores. Exemplo: IX = 10 – 1 = 9;
4. Uma letra posta à direita de outra de maior valor indica adição dos respectivos valores. Exemplo: XI = 10 + 1 = 11.

Em uma cidade europeia há uma placa indicando o ano de sua fundação: MCDLXIX.

Quantos anos de fundação essa cidade comemorará em 2050?

(A) 379

(B) 381

(C) 579

(D) 581

(E) 601

Resolução **Resposta: D**

Temos $\text{MCDLXIX} = 1000 + (500 - 100) + 50 + 10 + (10 - 1) = 1469$. Logo, em 2050 a cidade completará $2050 - 1469 = 581$ anos.

Item 025

2021 | R1-010

Fonte: referência 1, página 23.

Questão 010 (H1 | ENEM 2021) **Dificuldade 640,3**

Uma das bases mais utilizadas para representar um número é a base decimal. Entretanto, os computadores trabalham com números na base binária. Nessa base, qualquer número natural é representado usando apenas os algarismos 0 e 1. Por exemplo, as representações dos números 9 e 12, na base binária, são 1 001 e 1 100, respectivamente. A operação de adição, na base binária, segue um algoritmo similar ao utilizado na base decimal, como detalhado no quadro:

a	b	a + b
0	0	0
0	1	1
1	0	1
1	1	10

Por exemplo, na base binária, a soma dos números 10 e 10 é 100, como apresentado:

$$\begin{array}{r} 10 \\ +10 \\ \hline 100 \end{array}$$

Considerando as informações do texto, o resultado da adição 9 + 12 será representado, na base binária, por

(A) 101.

(B) 1 101.

(C) 1 111.

(D) 10 101.

(E) 11 001.

Resolução **Resposta: D**

Primeiro, $9 + 12 = 21$. Como $21 = 16 + 4 + 1 = 2^4 + 2^2 + 2^0$, sua representação binária é 10101_2.

Item 026

2021 | R1-063

Fonte: referência 1, página 41.

Questão 063 (H4 | ENEM 2021) **Dificuldade 637,9**

Um lava-rápido oferece dois tipos de lavagem de veículos: lavagem simples, ao preço de R$ 20,00, e lavagem completa, ao preço de R$ 35,00. Para cobrir as despesas com produtos e funcionários, e não ter prejuízos, o lava-rápido deve ter uma receita diária de, pelo menos, R$ 300,00.

Para não ter prejuízo, o menor número de lavagens diárias que o lava-rápido deve efetuar é

(A) 6.

(B) 8.

(C) 9.

(D) 15.

(E) 20.

Resolução **Resposta: C**

Para minimizar o número de lavagens, use o serviço de maior preço. Oito lavagens completas arrecadam $8 \cdot 35 = 280 < 300$ reais; nove arrecadam 315 reais. Logo, o mínimo possível é 9.

Item 027

2022 | R1-003

Fonte: referência 1, página 21.

Questão 003 (H1 | ENEM 2022) **Dificuldade 497,6**

Ao escutar a notícia de que um filme recém-lançado arrecadou, no primeiro mês de lançamento, R$ 1,35 bilhão em bilheteria, um estudante escreveu corretamente o número que representa essa quantia, com todos os seus algarismos.

O número escrito pelo estudante foi

(A) 135 000,00.

(B) 1 350 000,00.

(C) 13 500 000,00.

(D) 135 000 000,00.

(E) 1 350 000 000,00.

Resolução **Resposta: E**

Um bilhão corresponde a 10^9. Assim, $1{,}35 \cdot 10^9 = 1\,350\,000\,000$ reais.

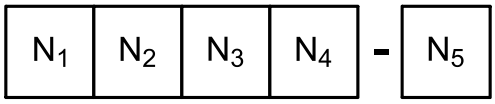
Item 028

2022 | R1-012

Fonte: referência 1, página 23.

Questão 012 (H1 | ENEM 2022) **Dificuldade 692,2**

Cada número que identifica uma agência bancária tem quatro dígitos: N_1, N_2, N_3, N_4 mais um dígito verificador N_5.



Todos esses dígitos são números naturais pertencentes ao conjunto {0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9}. Para a determinação de N_5, primeiramente multiplica-se ordenadamente os quatro primeiros dígitos do número da agência por 5, 4, 3 e 2, respectivamente, somam-se os resultados e obtém-se $S = 5N_1 + 4N_2 + 3N_3 + 2N_4$. Posteriormente, encontra-se o resto da divisão S por 11, denotando por R esse resto. Dessa forma, N_5 é a diferença $11 - R$.

Considere o número de uma agência bancária cujos quatro primeiros dígitos são 0100.

Qual é o dígito verificador N_5 dessa agência bancária?

A 0

B 6

C 7

D 8

E 9

Resolução **Resposta: C**

Para os dígitos $0, 1, 0, 0$, temos $S = 5 \cdot 0 + 4 \cdot 1 + 3 \cdot 0 + 2 \cdot 0 = 4$. O resto da divisão por 11 é 4. Logo, $N_5 = 11 - 4 = 7$.

Item 029

2022 | R1-056

Fonte: referência 1, página 38.

Questão 056 (H3 | ENEM 2022) **Dificuldade 830,1**

Foram convidadas 32 equipes para um torneio de futebol, que foram divididas em 8 grupos com 4 equipes, sendo que, dentro de um grupo, cada equipe disputa uma única partida contra cada uma das demais equipes de seu grupo. A primeira e a segunda colocadas de cada grupo seguem para realizar as 8 partidas da próxima fase do torneio, chamada oitavas de final. Os vencedores das partidas das oitavas de final seguem para jogar as 4 partidas das quartas de final. Os vencedores das quartas de final disputam as 2 partidas das semifinais, e os vencedores avançam para a grande final, que define a campeã do torneio.

Pelas regras do torneio, cada equipe deve ter um período de descanso de, no mínimo, 3 dias entre dois jogos por ela disputados, ou seja, se um time disputar uma partida, por exemplo, num domingo, só poderá disputar a partida seguinte a partir da quinta-feira da mesma semana.

O número mínimo de dias necessários para a realização desse torneio é

(A) 22.

(B) 25.

(C) 28.

(D) 48.

(E) 64.

Resolução **Resposta: B**

Um finalista joga 3 partidas na fase de grupos e 4 nas fases eliminatórias, totalizando 7. Entre partidas do mesmo time há intervalo mínimo de 4 dias. É possível agendar as rodadas nos dias $1, 5, 9, 13, 17, 21, 25$. Portanto, o mínimo é 25 dias.

Item 030

2023 | R1-454

Fonte: referência 1, página 212.

Questão 454 (Habilidade 1) **Dificuldade 563,3**

As características culturais variam de povo para povo. Há notícias de um povo que possuía formas de contar diferentes das nossas, como indicado nos quadrinhos seguir.



Segundo o padrão de contagem indicado na figura, as representações dos numerais cinco e sete, nessa cultura, devem ser, respectivamente,

A okosa urapum urapum urapum e okosa okosa urapum urapum urapum.

B okosa okosa urapum e okosa okosa okosa okosa urapum.

C okosa okosa urapum e okosa okosa okosa urapum.

D okosa urapum urapum e okosa urapum okosa urapum urapum.

E okosa okosa urapum e okosa okosa okosa okosa.

Resolução **Resposta: C**

Pelo padrão, urapum representa 1 e okosa representa 2. Assim, $5 = 2+2+1$ é okosa okosa urapum, e $7 = 2+2+2+1$ é okosa okosa okosa urapum.

Item 031

2024 | O2024-139

Fonte: INEP, caderno azul, página 17; questão 139.

QUESTÃO 139

Um artesão utiliza dois tipos de componentes, X e Y, nos enfeites que produz. Ele sempre compra todos os componentes em uma mesma loja. O quadro apresenta os preços dos dois tipos de componentes nas lojas I e II.

Lojas	Preços dos componentes (R$)	
	X	Y
I	3,00	1,00
II	2,00	4,00

Ele confeccionará enfeites formados por duas unidades do componente X e uma unidade do componente Y e efetuará a compra na loja que oferecer o menor valor total para a confecção de um enfeite.

O artesão efetuará a compra na loja

A I, pois o valor é R$ 7,00.
B I, pois o valor é R$ 4,00.
C II, pois o valor é R$ 6,00.
D I, pois anuncia o componente com o menor preço.
E II, pois o componente X, que é o mais utilizado, tem menor preço.

Resolução **Resposta: A**

Na loja I, o conjunto custa $2 \cdot 3 + 1 = 7$ reais. Na loja II, custa $2 \cdot 2 + 4 = 8$ reais. A compra deve ser feita na loja I por R$ 7,00.

Item 032

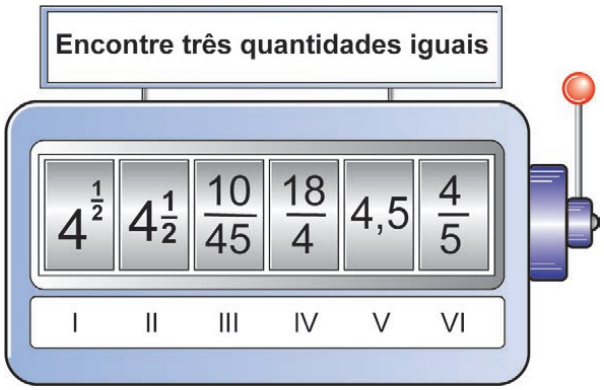
2024 | O2024-147

Fonte: INEP, caderno azul, página 19; questão 147.

QUESTÃO 147

Uma professora de matemática utiliza em suas aulas uma "máquina caça-números" para verificar os conhecimentos de seus estudantes sobre representações de números racionais. Essa máquina tem um visor dividido em seis compartimentos e, na lateral, uma alavanca. Cada estudante puxa a alavanca e espera que os compartimentos parem de girar. A partir daí, precisa responder para a professora em quais posições se encontram os números que representam a mesma quantidade.

Um estudante puxou a alavanca, aguardou que os compartimentos parassem de girar e observou os números apresentados no visor. A configuração da máquina naquele instante está apresentada na imagem.



Esse estudante respondeu corretamente à pergunta da professora.

As posições indicadas pelo estudante foram

A I, II e IV.
B II, IV e V.
C II, III e V.
D III, V e VI.
E III, IV e VI.

Resolução **Resposta: B**

Converta as representações: II é $4\frac{1}{2} = 4{,}5$; IV é $18/4 = 4{,}5$; V é 4,5. As demais representam 2, 2/9 e 0,8. As posições equivalentes são II, IV e V.

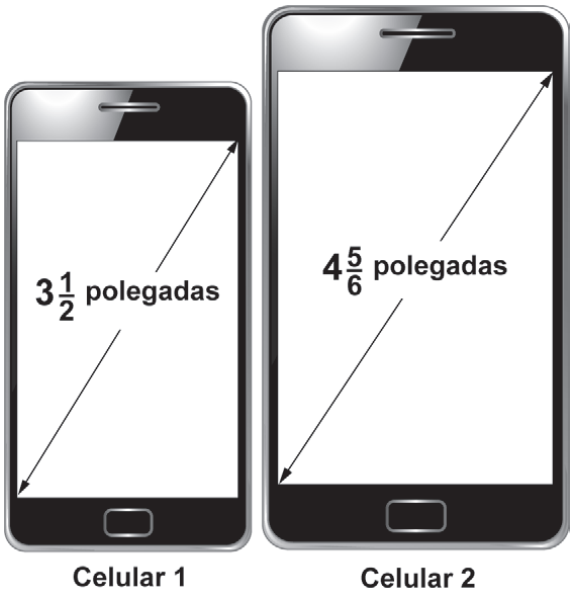
Item 033

2024 | O2024-167

Fonte: INEP, caderno azul, página 25; questão 167.

QUESTÃO 167

Atualmente, há telefones celulares com telas de diversos tamanhos e em formatos retangulares. Alguns deles apresentam telas medindo $3\frac{1}{2}$ polegadas, com determinadas especificações técnicas. Além disso, em muitos modelos, com a inclusão de novas funções no celular, suas telas ficaram maiores, sendo muito comum encontrarmos atualmente telas medindo $4\frac{5}{6}$ polegadas, conforme a figura.



Disponível em: www.tecmundo.com.br.
Acesso em: 5 nov. 2014 (adaptado).

A diferença de tamanho, em valor absoluto, entre as medidas, em polegada, das telas do celular 2 e do celular 1, representada apenas com uma casa decimal, é

A 0,1.
B 0,5.
C 1,0.
D 1,3.
E 1,8.

Resolução **Resposta: D**

A diferença entre as medidas é $4\frac{5}{6} - 3\frac{1}{2} = 29/6 - 21/6 = 8/6 = 1{,}333\ldots$. Arredondando para uma casa decimal, obtemos 1,3.

Item 034

2025 | O2025-141

Fonte: INEP, caderno azul, página 18; questão 141.

QUESTÃO 141

Uma distribuidora de combustível possui caminhões-tanque com capacidade de 30 000 litros cada. Em qualquer transporte realizado por esses caminhões, um mesmo volume de combustível é descartado, pois fica com muitas impurezas. Esse volume descartado independe da quantidade transportada.

Um posto de combustível encomendou 10 000 litros de gasolina dessa distribuidora, que enviou 10 200 litros, considerando o volume descartado no transporte. Mesmo assim, a quantidade de gasolina entregue ao posto foi de 9 900 litros.

Em um novo pedido, esse posto solicitou que fosse entregue exatamente o dobro do volume de gasolina encomendado no pedido anterior.

Utilizando o mesmo caminhão da entrega anterior, qual é o volume mínimo de gasolina, em litro, que a distribuidora deverá enviar para garantir a entrega da quantidade encomendada nesse novo pedido?

A) 20 100
B) 20 200
C) 20 300
D) 20 400
E) 20 600

Resolução **Resposta: C**

Na primeira entrega, perderam-se $10200 - 9900 = 300$ unidades. Como a perda considerada é uma quantidade fixa, para entregar 20000 unidades devem ser enviadas $20000 + 300 = 20300$ unidades.

Item 035

2025 | O2025-143

Fonte: INEP, caderno azul, página 19; questão 143.

QUESTÃO 143

Na cantina de uma escola, há cinco alimentos vendidos em pacotes com diferentes quantidades de porções.

As informações nutricionais contidas nos rótulos desses produtos estão indicadas nas imagens.



Uma estudante opta sempre pelo alimento com a menor quantidade total de sódio por pacote.

Qual desses produtos deve ser o escolhido pela estudante?

A Batata chips.
B Palitos salgados.
C Biscoito multigrãos.
D Biscoito de polvilho.
E Biscoito de água e sal.

Resolução **Resposta: A**

Multiplica-se o sódio por porção pelo número de porções: batata chips, $170 \cdot 3 = 510$ mg; palitos, $501 \cdot 4 = 2004$ mg; multigrãos, $264 \cdot 8 = 2112$ mg; polvilho, $175 \cdot 6 = 1050$ mg; água e sal, $166 \cdot 5 = 830$ mg. A menor quantidade por pacote é a da batata chips.

Item 036

2025 | O2025-146

Fonte: INEP, caderno azul, página 19; questão 146.

QUESTÃO 146

No atletismo, um grande desafio da prova de 100 metros rasos é a sua conclusão num tempo abaixo da marca de referência dos 10,00 segundos. Vários atletas já alcançaram esse feito. Em 2009, o jamaicano Usain Bolt estabeleceu o recorde mundial masculino dessa prova, com o tempo de 9,58 segundos.

Qual é a diferença, em segundo, entre a marca de referência e a marca estabelecida por Usain Bolt em 2009?

A 0,02
B 0,42
C 0,52
D 1,02
E 1,42

Resolução **Resposta: B**

A diferença é $10{,}00 - 9{,}58 = 0{,}42$ segundo. A subtração deve preservar duas casas decimais.

Item 037

2025 | O2025-151

Fonte: INEP, caderno azul, página 21; questão 151.

QUESTÃO 151

Para acompanhar o fluxo de visitantes em seu prédio, uma empresa estabeleceu um código de identificação para a visitação. De acordo com a regra estabelecida, cada visitante será identificado com um código sequencial numérico com 7 dígitos, determinado, da esquerda para a direita, da seguinte forma:

- o primeiro dígito indica o andar ao qual o visitante se dirige, que é um número de 1 a 4;
- os dois próximos dígitos correspondem ao número do setor da empresa ao qual o visitante se destina. Esse número varia de 01 a 20;
- os três dígitos seguintes correspondem ao número do funcionário da empresa com quem o visitante irá se reunir. Esse número varia de 001 a 135;
- o último dígito indica se o visitante chegou à empresa pela manhã, dígito 0, ou à tarde, dígito 1.

Um visitante chegou à empresa às 10 horas da manhã para se reunir com o funcionário identificado pelo número 109, que trabalha no setor 08 da empresa, localizado no 2º andar.

O código de identificação desse visitante é

A 0109082.
B 0281090.
C 1010982.
D 2081090.
E 2810910.

Resolução **Resposta: D**

Concatena-se cada campo na ordem solicitada, preservando os zeros que completam os códigos: andar 2, setor 08, funcionário 109 e turno da manhã 0. O resultado é 2081090.

Item 038

2025 | O2025-168

Fonte: INEP, caderno azul, página 27; questão 168.

QUESTÃO 168

Em um país, a primeira etapa para obtenção da carteira de motorista é a contratação de três produtos:

- pacote com 20 aulas teóricas;
- pacote com 10 aulas práticas;
- aluguel do veículo para realização das aulas práticas.

Uma pessoa que pretende obter a carteira de motorista pesquisou o valor do aluguel do veículo e os valores de cada aula teórica e de cada aula prática em três autoescolas. O quadro apresenta esses valores.

Autoescola	Valor de cada aula teórica (R$)	Valor de cada aula prática (R$)	Aluguel do veículo (R$)
I	10	80	400
II	30	50	200
III	20	40	400

Ela contratará os três produtos numa mesma autoescola de modo que o custo total nessa primeira etapa seja o menor possível.

A autoescola que será contratada é a

A I, com o custo total de R$ 1 400,00.
B II, com o custo total de R$ 280,00.
C II, com o custo total de R$ 1 300,00.
D III, com o custo total de R$ 460,00.
E III, com o custo total de R$ 1 200,00.

Resolução

Resposta: E

Os custos totais são: I, $20 \cdot 10 + 10 \cdot 80 + 400 = 1400$ reais; II, $20 \cdot 30 + 10 \cdot 50 + 200 = 1300$ reais; III, $20 \cdot 20 + 10 \cdot 40 + 400 = 1200$ reais. A autoescola III é a mais barata, com R$ 1200,00.

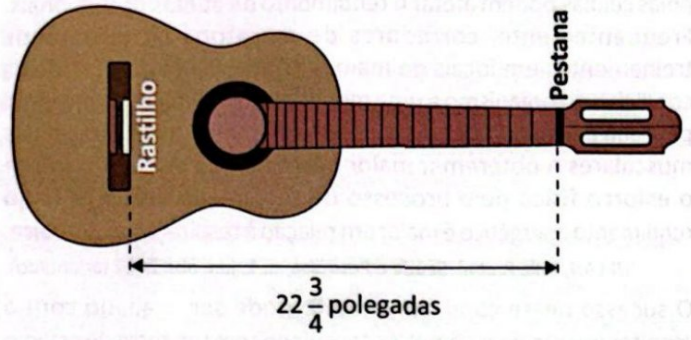
Item 039

2026 | O2026-136

Fonte: INEP, caderno amarelo, página 16; questão 136.

QUESTÃO 136

O comprimento de escala de um violão é dado pela distância, em polegada, entre o rastilho e a pestana, conforme figura.



A representação decimal desse número é

A) 25,40.
B) 22,75.
C) 21,25.
D) 16,50.
E) 6,25.

Resolução **Resposta: B**

$22\frac{3}{4} = 22 + \frac{3}{4} = 22 + 0{,}75 = 22{,}75$ polegadas.

Item 040

2026 | O2026-157

Fonte: INEP, caderno amarelo, página 21; questão 157.

QUESTÃO 157

No momento do Big Bang, o Universo passou por um crescimento enorme que durou menos de um trilionésimo de segundo. Para se ter uma ideia desse tempo, um trilionésimo é um número que pode ser representado por uma fração em que o numerador é 1 e o denominador é um número inteiro iniciado por 1 seguido apenas de zeros.

Disponível em: http://super.abril.com.br.
Acesso em: 16 out. 2015.

Representando um trilionésimo por uma fração, quantos zeros após o 1 do denominador existem nessa fração?

A 9
B 11
C 12
D 14
E 15

Resolução **Resposta: C**

Um trilhão é 10^{12}; um trilionésimo é $1/10^{12}$. O denominador é 1 seguido de 12 zeros.

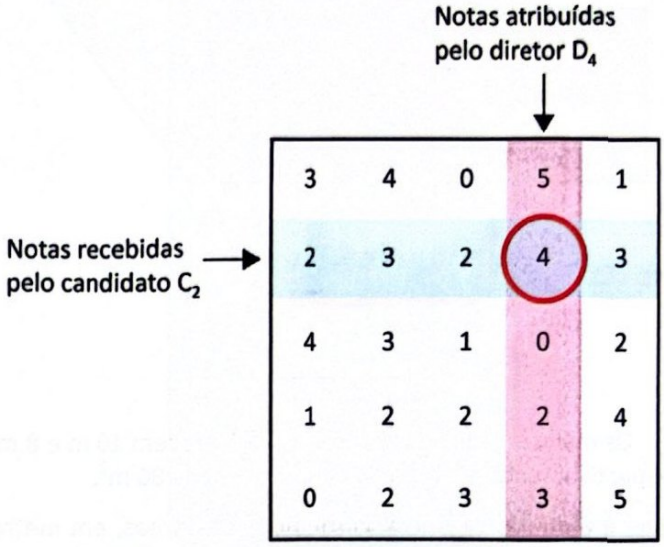
Item 041

2026 | O2026-158

Fonte: INEP, caderno amarelo, página 21; questão 158.

QUESTÃO 158

Cinco candidatos, C_1, C_2, C_3, C_4 e C_5, foram selecionados para ocupar vagas para estagiários em uma empresa. Cada um deles foi entrevistado pelos diretores D_1, D_2, D_3, D_4 e D_5, dos cinco departamentos em que serão alocados. Nas entrevistas, os diretores atribuíram notas de 0 a 5 a cada entrevistado. As notas nessas entrevistas estão dispostas em linhas e colunas, conforme a imagem, na qual a nota posicionada na linha i e na coluna j representa a nota recebida pelo candidato C_i, atribuída pelo diretor D_j. Por exemplo, a nota 4 circulada, que está na segunda linha e na quarta coluna, corresponde à nota atribuída ao candidato C_2 pelo diretor D_4.



Ao final das entrevistas, o diretor D_1 escolherá como estagiário o candidato a quem atribuiu a maior nota; em seguida, o diretor D_2 escolherá como estagiário, dentre os restantes, aquele a quem atribuiu a maior nota; e assim sucessivamente.

O candidato a ser escolhido pelo diretor D_5 é o

A C_1.
B C_2.
C C_3.
D C_4.
E C_5.

Resolução **Resposta: D**

Linhas: candidatos; colunas: diretores. D_1 (coluna 1: 3, 2, 4, 1, 0) escolhe C_3. D_2, entre C_1, C_2, C_4, C_5 (4, 3, 2, 2), escolhe C_1. D_3, entre C_2, C_4, C_5 (2, 2, 3), escolhe C_5. D_4, entre C_2 e C_4 (4 e 2), escolhe C_2. Sobra C_4 para D_5.

Razões, proporções, porcentagens e escalas

Tema 02 | 195 itens com resoluções.

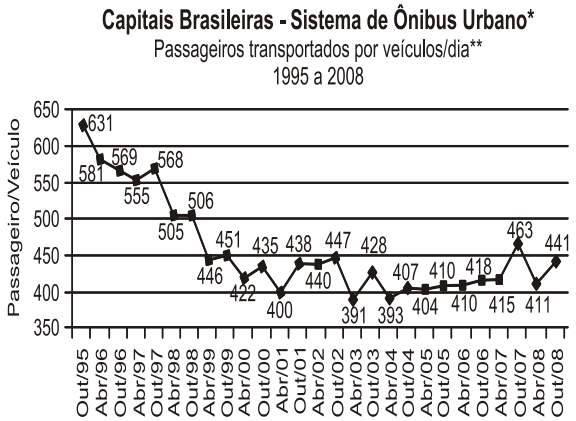
Item 001

2009 | R3-01-50

Fonte: referência 3, página 13.

50. (Enem 2009) Dados da Associação Nacional de Empresas de Transportes Urbanos (ANTU) mostram que o número de passageiros transportados mensalmente nas principais regiões metropolitanas do país vem caindo sistematicamente. Eram 476,7 milhões de passageiros em 1995, e esse número caiu para 321,9 milhões em abril de 2001. Nesse período, o tamanho da frota de veículos mudou pouco, tendo no final de 2008 praticamente o mesmo tamanho que tinha em 2001.

O gráfico a seguir mostra um índice de produtividade utilizado pelas empresas do setor, que é a razão entre o total de passageiros transportados por dia e o tamanho da frota de veículos.



*São Paulo, Rio de Janeiro, Belo Horizonte, Recife, Porto Alegre, Salvador, Fortaleza, Curitiba e Goiânia.
** Passagem total mensal/frota/25

Disponível em: http://www.ntu.org.br. Acesso em 16 jul. 2009 (adaptado).

Supondo que as frotas totais de veículos naquelas regiões metropolitanas em abril de 2001 e em outubro de 2008 eram do mesmo tamanho, os dados do gráfico permitem inferir que o total de passageiros transportados no mês de outubro de 2008 foi aproximadamente igual a

a) 355 milhões.
b) 400 milhões.
c) 426 milhões.
d) 441 milhões.
e) 477 milhões.

Item 001 – resolução 2009 / R3-01-50

Resolução **Resposta: A**

Resposta da questão 50:
[A]

Em abril de 2001 . 321,9 milhões de passageiros e x é o número de veículos. $\frac{321,9}{x} = 400 \Leftrightarrow x \approx 0,8$

Em outubro de 2008. P = número de passageiros.

$\frac{P}{08} = 441 \Leftrightarrow P \approx 353$

Valor mais próximo do resultado obtido se encontra no item A

Resolução reproduzida da referência 3.

Item 002

2009 | R3-01-51

Fonte: referência 3, página 13.

51. (Enem 2009) Uma resolução do Conselho Nacional de Política Energética (CNPE) estabeleceu a obrigatoriedade de adição de biodísel ao óleo dísel comercializado nos postos.

A exigência é que, a partir de 1.º de julho de 2009, 4% do volume da mistura final seja formada por biodísel. Até junho de 2009, esse percentual era de 3%. Essa medida estimula a demanda de biodísel, bem como possibilita a redução da importação de dísel de petróleo.

Disponível em: http://www1.folha.uol.com.br. Acesso em: 12 jul. 2009 (adaptado).

Estimativas indicam que, com a adição de 4% de biodísel ao dísel, serão consumidos 925 milhões de litros de biodísel no segundo semestre de 2009. Considerando-se essa estimativa, para o mesmo volume da mistura final dísel/biodísel consumida no segundo semestre de 2009, qual seria o consumo de biodísel com a adição de 3%?

a) 27,75 milhões de litros.
b) 37,00 milhões de litros.
c) 231,25 milhões de litros.
d) 693,75 milhões de litros.
e) 888,00 milhões de litros.

Resolução

Resposta: D

Resposta da questão 51:
[D]

4% ----------925 bilhões
3%----------x

Logo $x = \frac{3.925\ bilhões}{4} \Leftrightarrow x = 693{,}75$ bilhões.

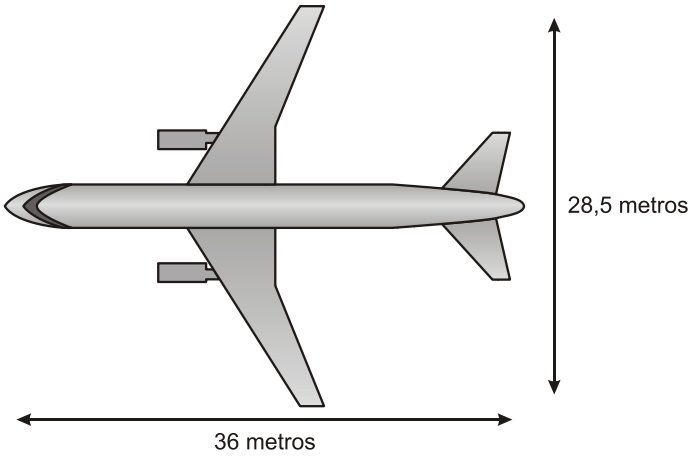
Resolução reproduzida da referência 3.

Item 003

2009 | R3-01-52

Fonte: referência 3, página 13.

52. (Enem 2009) A figura a seguir mostra as medidas reais de uma aeronave que será fabricada para utilização por companhias de transporte aéreo. Um engenheiro precisa fazer o desenho desse avião em escala de 1:150.



Para o engenheiro fazer esse desenho em uma folha de papel, deixando uma margem de 1 cm em relação às bordas da folha, quais as dimensões mínimas, em centímetros, que essa folha deverá ter?

a) 2,9 cm × 3,4 cm.
b) 3,9 cm × 4,4 cm.
c) 20 cm × 25 cm.
d) 21 cm × 26 cm.
e) 192 cm × 242 cm.

Resolução

Resposta: D

Resposta da questão 52:
[D]

No desenho:
x = comprimento do avião.
y = largura do avião.

$$\frac{x}{36} = \frac{y}{28,5} = \frac{1}{150} \Leftrightarrow x = 0,24m = 24cm \text{ e } y = 0,19m = 19cm$$

$19 + 1 + 1 = 21$ e $24 + 1 + 1 = 26$

Resolução reproduzida da referência 3.

Item 004

2009 | R3-01-53

Fonte: referência 3, página 14.

53. (Enem 2009) Segundo as regras da Fórmula 1, o peso mínimo do carro, de tanque vazio, com o piloto, é de 605 kg, e gasolina deve ter densidade entre 725 e 780 gramas por litro. Entre os circuitos nos quais ocorrem competições dessa categoria, o mais longo é *Spa-Francorchamps*, na Bélgica, cujo traçado tem 7 km de extensão. O consumo médio de um carro da Fórmula 1 é de 75 litros para cada 100 km.

Suponha que um piloto de uma equipe específica, que utiliza um tipo de gasolina com densidade de 750 g/L, esteja no circuito de *Spa-Francorchamps*, parado no b*ox* para reabastecimento. Caso ele pretenda dar mais 16 voltas, ao ser liberado para retornar à pista, seu carro deverá pesar, no mínimo,

a) 617 kg.
b) 668 kg.
c) 680 kg.
d) 689 kg.
e) 717 kg.

Resolução

Resposta: B

Resposta da questão 53:
[B]

Volume de combustível para 16 voltas

75L ----------100km
V ----------16.7 V = 84 L

0,75.84 = 63kg(massa do combustível)
Massa(peso) do carro = 605 + 63 = 668 kg

Resolução reproduzida da referência 3.

Item 005

2009 | R3-01-54

Fonte: referência 3, página 14.

54. (Enem 2009) A cisterna é um recipiente utilizado para armazenar água da chuva. Os principais critérios a serem observados para captação e armazenagem de água da chuva são: a demanda diária de água na propriedade; o índice médio de precipitação (chuva), por região, em cada período do ano; o tempo necessário para armazenagem; e a área de telhado necessária ou disponível para captação.

Para fazer o cálculo do volume de uma cisterna, deve-se acrescentar um adicional relativo ao coeficiente de evaporação. Na dificuldade em se estabelecer um coeficiente confiável, a Empresa Brasileira de Pesquisa Agropecuária (EMBRAPA) sugere que sejam adicionados 10% ao volume calculado de água.

Desse modo, o volume, em m^3, de uma cisterna é calculado por $V_c = V_d \times N_{dia}$, em que V_d = volume de demanda da água diária (m^3), Ndia = número de dias de armazenagem, e este resultado deve ser acrescido de 10%.

Para melhorar a qualidade da água, recomenda-se que a captação seja feita somente nos telhados das edificações.

Considerando que a precipitação de chuva de 1 mm sobre uma área de 1 m^2 produz 1 litro de água, pode-se calcular a área de um telhado a fim de atender a necessidade de armazenagem da seguinte maneira: área do telhado (em m^2) = volume da cisterna (em litros)/precipitação.

Disponível em: www.cnpsa.embrapa.br. Acesso em: 8 jun. 2009 (adaptado).

Para atender a uma demanda diária de 2.000 litros de água, com período de armazenagem de 15 dias e precipitação média de 110 mm, o telhado, retangular, deverá ter as dimensões mínimas de

a) 6 metros por 5 metros, pois assim teria uma área de 30 m^2.
b) 15 metros por 20 metros, pois assim teria uma área de 300 m^2.
c) 50 metros por 60 metros, pois assim teria uma área de 3.000 m^2.
d) 91 metros por 30 metros, pois assim teria uma área de 2.730m^2.
e) 110 metros por 30 metros, pois assim teria uma área de 3.300 m^2.

Resolução **Resposta: B**

Resposta da questão 54:
[B]

$V = 2.15.1{,}1 = 33m^3 = 33000$ L logo 33000 dividido por $110 = 300m^2$

Resolução reproduzida da referência 3.

Item 006

2009 | R3-01-55

Fonte: referência 3, página 14.

55. (Enem cancelado 2009) Um comerciante contratou um novo funcionário para cuidar das vendas. Combinou pagar a essa pessoa R$ 120,00 por semana, desde que as vendas se mantivessem em torno dos R$ 600,00 semanais e, como um estímulo, também propôs que na semana na qual ele vendesse R$ 1.200,00, ele receberia R$ 200,00, em vez de R$ 120,00.
Ao término da primeira semana, esse novo funcionário conseguiu aumentar as vendas para R$ 990,00 e foi pedir ao seu patrão um aumento proporcional ao que conseguiu aumentar nas vendas.

O patrão concordou e, após fazer algumas contas, pagou ao funcionário a quantia de
a) R$ 160,00.
b) R$ 165,00.
c) R$ 172,00.
d) R$ 180,00.
e) R$ 198,00.

Resolução

Resposta: C

Resposta da questão 55:
[C]

Taxa de variação: $\frac{200-120}{1200-600}=\frac{80}{600}=\frac{2}{15}$.

Para cada um real de aumento nas vendas o salário semanal deverá aumentar 2/25.

Como o aumento nas vendas foi de 990 – 600 = 390.

O salário semanal deverá ser $120+\frac{2}{15}\cdot 390=172$ reais.

Resolução reproduzida da referência 3.

Item 007

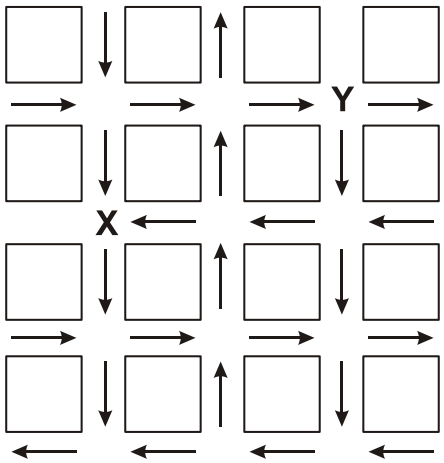
2009 | R3-01-56

Fonte: referência 3, página 14.

56. (Enem 2009) O mapa a seguir representa um bairro de determinada cidade, no qual as flechas indicam o sentido das mãos do tráfego.

Sabe-se que esse bairro foi planejado e que cada quadra representada na figura é um terreno quadrado, de lado igual a 200 metros.

Desconsiderando-se a largura das ruas, qual seria o tempo, em minutos, que um ônibus, em velocidade constante e igual a 40 km/h, partindo do ponto X, demoraria para chegar até o ponto Y?



a) 25 min.
b) 15 min.
c) 2,5 min.
d) 1,5 min.
e) 0,15 min.

Item 007 – resolução 2009 / R3-01-56

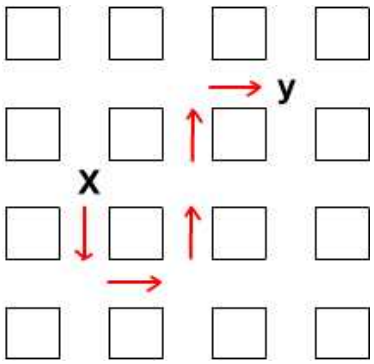
Resolução **Resposta: D**

Resposta da questão 56:
[D]

O caminho do ônibus está destacado ao lado;

5.200 = 1km.
1h ----------40km
x----------1km

logo x = 0,025horas = 1,5 minutos



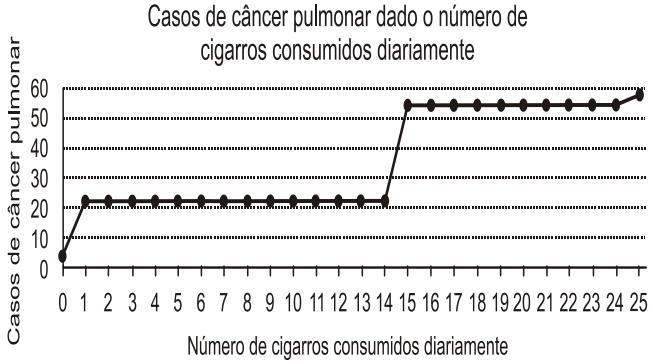
Resolução reproduzida da referência 3.

Item 008

2009 | R3-01-57

Fonte: referência 3, página 15.

57. (Enem 2009) A suspeita de que haveria uma relação causal entre tabagismo e câncer de pulmão foi levantada pela primeira vez a partir de observações clínicas. Para testar essa possível associação, foram conduzidos inúmeros estudos epidemiológicos. Dentre esses, houve o estudo do número de casos de câncer em relação ao número de cigarros consumidos por dia, cujos resultados são mostrados no gráfico a seguir.



Centers for Disease Control and Prevention CDC-EIS Summer Course – 1992 (adaptado).

De acordo com as informações do gráfico,

a) o consumo diário de cigarros e o número de casos de câncer de pulmão são grandezas inversamente proporcionais.
b) o consumo diário de cigarros e o número de casos de câncer de pulmão são grandezas que não se relacionam.
c) o consumo diário de cigarros e o número de casos de câncer de pulmão são grandezas diretamente proporcionais.
d) uma pessoa não fumante certamente nunca será diagnosticada com câncer de pulmão.
e) o consumo diário de cigarros e o número de casos de câncer de pulmão são grandezas que estão relacionadas, mas sem proporcionalidade.

Resolução

Resposta: E

Resposta da questão 57:
[E]

Se existisse uma proporcionalidade direta o gráfico seria uma única reta e se existisse, embora absurda, uma proporcionalidade inversa o gráfico seria uma hipérbole.

Resolução reproduzida da referência 3.

Item 009

2009 | R3-01-58

Fonte: referência 3, página 15.

58. (Enem 2009) A música e a matemática se encontram na representação dos tempos das notas musicais, conforme a figura seguinte.



Um compasso é uma unidade musical composta por determinada quantidade de notas musicais em que a soma das durações coincide com a fração indicada como fórmula do compasso. Por exemplo, se a fórmula de compasso for $\frac{1}{2}$ poderia ter um compasso ou com duas semínimas ou uma mínima ou quatro colcheias, sendo possível a combinação de diferentes figuras.

Um trecho musical de oito compassos, cuja fórmula é $\frac{3}{4}$, poderia ser preenchido com

a) 24 fusas.
b) 3 semínimas.
c) 8 semínimas.
d) 24 colcheias e 12 semínimas.
e) 16 semínimas e 8 semicolcheias.

Resolução

Resposta: D

Resposta da questão 58:
[D]

8 compassos cuja fórmula é 3/4 = $8.\frac{3}{4} = 6$

24 colcheias e 12 semínimas = $24 \cdot \frac{1}{8} + 12 \cdot \frac{1}{4} = 6$

Resolução reproduzida da referência 3.

Item 010

2009 | R3-01-59

Fonte: referência 3, página 15.

59. (Enem 2009) Uma escola lançou uma campanha para seus alunos arrecadarem, durante 30 dias, alimentos não perecíveis para doar a uma comunidade carente da região. Vinte alunos aceitaram a tarefa e nos primeiros 10 dias trabalharam 3 horas diárias, arrecadando 12 kg de alimentos por dia. Animados com os resultados, 30 novos alunos somaram-se ao grupo, e passaram a trabalhar 4 horas por dia nos dias seguintes até o término da campanha.

Admitindo-se que o ritmo de coleta tenha se mantido constante, a quantidade de alimentos arrecadados ao final do prazo estipulado seria de

a) 920 kg.
b) 800 kg.
c) 720 kg.
d) 600 kg.
e) 570 kg.

Resolução

Resposta: A

Resposta da questão 59:
[A]

Alunos	dias	horas	Alimento(kg)
20	10	3	120g
50	20	4	x

$$\frac{120}{20.10.3} = \frac{x}{50.20.4} \Leftrightarrow x = 800kg$$

Total arrecadado = 800 + 120 = 920kg

Resolução reproduzida da referência 3.

Item 011

2009 | R3-01-60

Fonte: referência 3, página 16.

60. (Enem cancelado 2009) Os calendários usados pelos diferentes povos da Terra são muito variados. O **calendário islâmico**, por exemplo, é lunar, e nele cada mês tem sincronia com a fase da lua. O **calendário maia** segue o ciclo de Vênus, com cerca de 584 dias, e cada 5 ciclos de Vênus corresponde a 8 anos de 365 dias da Terra.

MATSUURA, Oscar. *Calendários e o fluxo do tempo*. Scientific American Brasil. Disponível em: http://www.uol.com.br. Acesso em: 14 out. 2008 (adaptado).

Quantos ciclos teria, em Vênus, um período terrestre de 48 anos?
a) 30 ciclos.
b) 40 ciclos.
c) 73 ciclos.
d) 240 ciclos.
e) 384 ciclos

Resolução

Resposta: A

Resposta da questão 60:
[A]

5 ciclos de Vênus_____8 anos terrestres
x ciclos de Vênus_____48 anos terrestres

logo $8x = 48.5 \Leftrightarrow x = 30$

Resolução reproduzida da referência 3.

Item 012

2009 | R3-01-61

Fonte: referência 3, página 16.

61. (Enem cancelado 2009) Pneus usados geralmente são descartados de forma inadequada, favorecendo a proliferação de insetos e roedores e provocando sérios problemas de saúde pública. Estima-se que, no Brasil, a cada ano, sejam descartados 20 milhões de pneus usados. Como alternativa para dar uma destinação final a esses pneus, a Petrobras, em sua unidade de São Mateus do Sul, no Paraná, desenvolveu um processo de obtenção de combustível a partir da mistura dos pneus com xisto. Esse procedimento permite, a partir de uma tonelada de pneu, um rendimento de cerca de 530 kg de óleo.

Disponível em: http://www.ambientebrasil.com.br. Acesso em: 3 out. 2008 (adaptado).

Considerando que uma tonelada corresponde, em média, a cerca de 200 pneus, se todos os pneus descartados anualmente fossem utilizados no processo de obtenção de combustível pela mistura com xisto, seriam então produzidas
a) 5,3 mil toneladas de óleo.
b) 53 mil toneladas de óleo.
c) 530 mil toneladas de óleo.
d) 5,3 milhões de toneladas de óleo.
e) 530 milhões de toneladas de óleo.

Resolução

Resposta: B

Resposta da questão 61:
[B]

200 pneus(1 tonelada) ----------530kg
20.000.000 pneus----------x

x = 53.000.000 kg
x = 53.000 toneladas

Resolução reproduzida da referência 3.

Item 013

2009 | R3-01-62

Fonte: referência 3, página 16.

62. (Enem cancelado 2009) Diante de um sanduíche e de uma porção de batatas fritas, um garoto, muito interessado na quantidade de calorias que pode ingerir em cada refeição, analisa os dados de que dispõe. Ele sabe que a porção de batatas tem 200 g, o que equivale a 560 calorias, e que o sanduíche tem 250 g e 500 calorias. Como ele deseja comer um pouco do sanduíche e um pouco das batatas, ele se vê diante da questão: "Quantos gramas de sanduíche e quantos gramas de batata eu posso comer para ingerir apenas as 462 calorias permitidas para esta refeição?"

Considerando que x e y representam, respectivamente, em gramas, as quantidades do sanduíche e das batatas que o garoto pode ingerir, assinale a alternativa correspondente à expressão algébrica que relaciona corretamente essas quantidades.

a) 2x + 2,8y = 462
b) 2,8x + 2y = 462
c) 1,8x + 2,3y = 1.060
d) $\frac{1}{2}x + 0{,}4y = 462$
e) $0{,}4x + \frac{1}{2}y = 462$

Resolução

Resposta: A

Resposta da questão 62:
[A]

$$x.\frac{500}{250} + y.\frac{560}{200} = 462 \Leftrightarrow 2x + 2{,}8y = 462$$

Resolução reproduzida da referência 3.

Item 014

2009 | R3-01-63

Fonte: referência 3, página 16.

63. (Enem cancelado 2009) A empresa SWK produz um determinado produto x, cujo custo de fabricação é dado pela equação de uma reta crescente, com inclinação dois e de variável x. Se não tivermos nenhum produto produzido, a despesa fixa é de R$ 7,00 e a função venda de cada unidade x é dada por

$-2x^2 + 229{,}76x - 441{,}84$.

Tendo em vista uma crise financeira, a empresa fez algumas demissões. Com isso, caiu em 12% o custo da produção de cada unidade produzida. Nessas condições, a função lucro da empresa pode ser expressa como

a) $L(x) = -2x^2 + 228x - 448{,}00$
b) $L(x) = -2x^2 + 227{,}76x - 448{,}84$
c) $L(x) = -2x^2 + 228x - 441{,}84$
d) $L(x) = -2x^2 + 229{,}76x - 441{,}84$
e) $L(x) = -2x^2 + 227{,}76x - 448{,}96$

Resolução

Resposta: A

Resposta da questão 63:
[A]

$C(x) = 2x + 7$
$V(x) -2x^2 + 229{,}76x - 441{,}84.$
$L(x) = -2x^2 + 229{,}76x - 441{,}84. - 0{,}88(2x + 7)$
$L(x) = -2x^2 + 228x - 448{,}00$

Resolução reproduzida da referência 3.

Item 015

2009 | R3-01-64

Fonte: referência 3, página 16.

64. (Enem 2009) O gráfico a seguir mostra a evolução, de abril de 2008 a maio de 2009, da população economicamente ativa para seis Regiões Metropolitanas pesquisadas.



Fonte: IBGE, Diretoria de Pesquisas, Coordenação de Trabalho e Rendimento, Pesquisa Mensal de Emprego.

Disponível em: www.ibge.gov.br.

Considerando que a taxa de crescimento da população economicamente ativa, entre 05/09 e 06/09, seja de 4%, então o número de pessoas economicamente ativas em 06/09 será igual a

a) 23.940.
b) 32.228.
c) 920.800.
d) 23.940.800.
e) 32.228.000.

Resolução

Resposta: D

Resposta da questão 64:

[D]

$$23\,020\,000.\left(1+\frac{4}{100}\right)=23\,940\,800$$

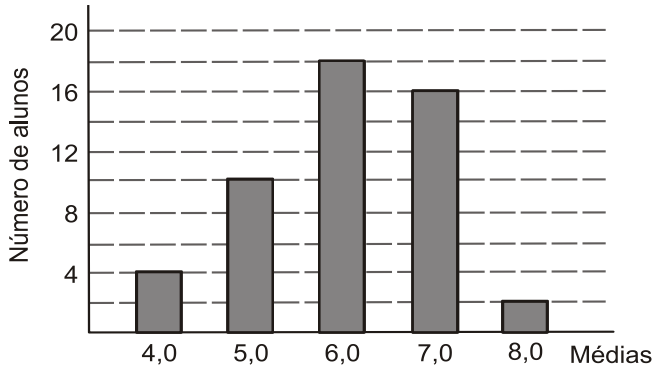
Resolução reproduzida da referência 3.

Item 016

2009 | R3-01-65

Fonte: referência 3, página 17.

65. (Enem cancelado 2009) Considere que as médias finais dos alunos de um curso foram representadas no gráfico a seguir.



Sabendo que a média para aprovação nesse curso era maior ou igual a 6,0, qual foi a porcentagem de alunos aprovados?

a) 18%
b) 21%
c) 36%
d) 50%
e) 72%

Resolução

Resposta: E

[E]

Considerando o gráfico, temos:
Total de alunos = 4 + 10 + 18 + 16 + 2 = 50
Alunos aprovados = 18 + 16 + 2 = 36

Logo a porcentagem de aprovados será $\frac{26}{50} = \frac{72}{100} = 72\%$

Resolução reproduzida da referência 3.

Item 017

2009 | R3-01-66

Fonte: referência 3, página 17.

66. (Enem cancelado 2009) A taxa anual de desmatamento na Amazônia é calculada com dados de satélite, pelo Instituto Nacional de Pesquisas Espaciais (INPE), de 1º de agosto de um ano a 31 de julho do ano seguinte. No mês de julho de 2008, foi registrado que o desmatamento acumulado nos últimos 12 meses havia sido 64% maior do que no ano anterior, quando o INPE registrou 4.974 km^2 de floresta desmatada. Nesses mesmos 12 meses acumulados, somente o estado de Mato Grosso foi responsável por, aproximadamente, 56% da área total desmatada na Amazônia.

Jornal *O Estado de São Paulo*. Disponível em: <http://www.estadao.com.br>. Acesso em: 30 ago. 2008 (adaptado).

De acordo com os dados, a área desmatada sob a responsabilidade do estado do Mato Grosso, em julho de 2008, foi
a) inferior a 2.500 km^2.
b) superior a 2.500 km^2 e inferior a 3.000 km^2.
c) superior a 3.000 km^2 e inferior a 3.900 km^2.
d) superior a 3.900 km^2 e inferior a 4.700 km^2.
e) superior a 4.700 km^2.

Resolução **Resposta: D**

Resposta da questão 66:
[D]

Em julho de 2007: 4974 km^2
Em julho de 2010: 1,64 . 4974 = 8157 km^2

Mato grosso: 56% de 8157 $\approx$ 4568 km^2
Superior a 3000 e inferior a 4700 km^2

Resolução reproduzida da referência 3.

Item 018

2009 | R3-01-67

Fonte: referência 3, página 17.

67. (Enem 2009) João deve 12 parcelas de R$ 150,00 referentes ao cheque especial de seu banco e cinco parcelas de R$ 80,00 referentes ao cartão de crédito. O gerente do banco lhe ofereceu duas parcelas de desconto no cheque especial, caso João quitasse esta dívida imediatamente ou, na mesma condição, isto é, quitação imediata, com 25% de desconto na dívida do cartão. João também poderia renegociar suas dívidas em 18 parcelas mensais de R$ 125,00. Sabendo desses termos, José, amigo de João, ofereceu-lhe emprestar o dinheiro que julgasse necessário pelo tempo de 18 meses, com juros de 25% sobre o total emprestado.

A opção que dá a João o menor gasto seria

a) renegociar suas dívidas com o banco.
b) pegar emprestado de José o dinheiro referente à quitação das duas dívidas.
c) recusar o empréstimo de José e pagar todas as parcelas pendentes nos devidos prazos.
d) pegar emprestado de José o dinheiro referente à quitação do cheque especial e pagar as parcelas do cartão de crédito.
e) pegar emprestado de José o dinheiro referente à quitação do cartão de crédito e pagar as parcelas do cheque especial.

Resolução

Resposta: E

Resposta da questão 67:
[E]

Dívida total 12x 150 + 400 = 2200

Dívida com desconto 1500 + 300 = 1800

A melhor opção é pegar o dinheiro com José para a quitação do cartão de crédito e pagar as parcelas do cheque especial

300x 1,25 + 1800 = 2.175,00

Resolução reproduzida da referência 3.

Trigonometria

Item 019

2009 | O2009-160

Fonte: INEP, caderno azul, página 26; questão 160.

Questão 160

Uma cooperativa de colheita propôs a um fazendeiro um contrato de trabalho nos seguintes termos: a cooperativa forneceria 12 trabalhadores e 4 máquinas, em um regime de trabalho de 6 horas diárias, capazes de colher 20 hectares de milho por dia, ao custo de R$ 10,00 por trabalhador por dia de trabalho, e R$ 1.000,00 pelo aluguel diário de cada máquina. O fazendeiro argumentou que fecharia contrato se a cooperativa colhesse 180 hectares de milho em 6 dias, com gasto inferior a R$ 25.000,00.

Para atender às exigências do fazendeiro e supondo que o ritmo dos trabalhadores e das máquinas seja constante, a cooperativa deveria

- **A** manter sua proposta.
- **B** oferecer 4 máquinas a mais.
- **C** oferecer 6 trabalhadores a mais.
- **D** aumentar a jornada de trabalho para 9 horas diárias.
- **E** reduzir em R$ 400,00 o valor do aluguel diário de uma máquina.

Resolução **Resposta: D**

A colheita precisa passar de 20 para $180/6 = 30$ hectares por dia, aumento de 50%. Elevar a jornada de 6 para 9 horas fornece esse aumento sem mudar a quantidade de trabalhadores e máquinas. O custo de seis dias é $6(12 \cdot 10 + 4 \cdot 1000) = 24720$ reais, abaixo do limite.

Item 020

2009 | O2009-170

Fonte: INEP, caderno azul, página 28; questão 170.

Questão 170

A resolução das câmeras digitais modernas é dada em *megapixels*, unidade de medida que representa um milhão de pontos. As informações sobre cada um desses pontos são armazenadas, em geral, em 3 *bytes*. Porém, para evitar que as imagens ocupem muito espaço, elas são submetidas a algoritmos de compressão, que reduzem em até 95% a quantidade de *bytes* necessários para armazená-las. Considere 1 KB = 1.000 *bytes*, 1 MB = 1.000 KB, 1 GB = 1.000 MB.

Utilizando uma câmera de 2.0 *megapixels* cujo algoritmo de compressão é de 95%, João fotografou 150 imagens para seu trabalho escolar. Se ele deseja armazená-las de modo que o espaço restante no dispositivo seja o menor espaço possível, ele deve utilizar

(A) um CD de 700 MB.
(B) um *pendrive* de 1 GB.
(C) um HD externo de 16 GB.
(D) um *memory stick* de 16 MB.
(E) um cartão de memória de 64 MB.

Resolução **Resposta: E**

Cada foto sem compressão ocupa $2 \cdot 10^6 \cdot 3 = 6$ MB. Com redução de 95%, ocupa 0,3 MB. As 150 fotos exigem $150 \cdot 0{,}3 = 45$ MB. O menor dispositivo suficiente é o cartão de 64 MB.

Item 021

2010 | R3-01-33

Fonte: referência 3, página 9.

33. (Enem 2ª aplicação 2010) O Pantanal é um dos mais valiosos patrimônios naturais do Brasil. É a maior área úmida continental do planeta — com aproximadamente 210 mil km^2, sendo 140 mil km^2 em território brasileiro, cobrindo parte dos estados de Mato Grosso e Mato Grosso do Sul. As chuvas fortes são comuns nessa região. O equilíbrio desse ecossistema depende, basicamente, do fluxo
de entrada e saída de enchentes. As cheias chegam a cobrir até $\frac{2}{3}$ da área pantaneira.

Disponível em: http://www.wwf.org.br. Acesso em: 23 abr. 2010 (adaptado).

Durante o período chuvoso, a área alagada pelas enchentes pode chegar a um valor aproximado de

a) 91,3 mil km^2.

b) 93,3 mil km^2.

c) 140 mil km^2.

d) 152,1 mil km^2.

e) 233,3 mil km^2.

Resolução

Resposta: C

Resposta da questão 33:
[C]

De acordo com o texto, a área alagada pelas enchentes pode chegar a um valor aproximado de

$$\frac{2}{3}\cdot 210000 = 140.000\,km^2.$$

Resolução reproduzida da referência 3.

Item 022

2010 | R3-01-34

Fonte: referência 3, página 9.

34. (Enem 2010) No monte de Cerro Armazones, no deserto de Atacama, no Chile, ficara o maior telescópio da superfície terrestre, o Telescópio Europeu Extremamente Grande (E-ELT). O E-ELT terá um espelho primário de 42 m de diâmetro, "o maior olho do mundo voltado para o céu".

Disponível em: http://www.estadao.com.br. Acesso em: 27 abr. 2010 (adaptado).

Ao ler esse texto em uma sala de aula, uma professora fez uma suposição de que o diâmetro do olho humano mede aproximadamente 2,1 cm.
Qual a razão entre o diâmetro aproximado do olho humano, suposto pela professora, e o diâmetro do espelho primário do telescópio citado?
a) 1 : 20
b) 1 : 100
c) 1 : 200
d) 1 : 1 000
e) 1 : 2 000

Resolução

Resposta: E

Resposta da questão 34:
[E]

$$\frac{42\ \text{m}}{21\ \text{cm}} = \frac{4200\ \text{cm}}{2{,}1\ \text{cm}} = 2000$$

Resolução reproduzida da referência 3.

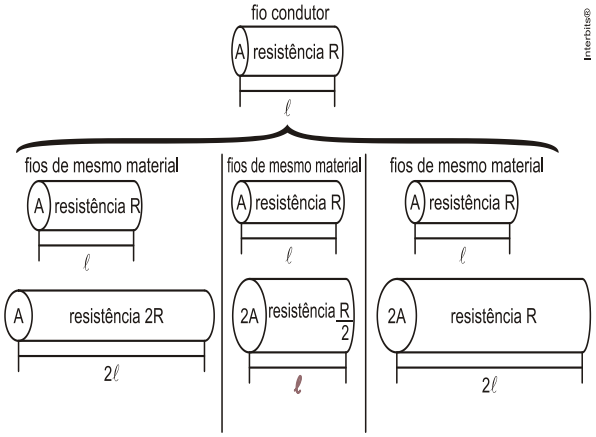
Item 023

2010 | R3-01-35

Fonte: referência 3, página 9.

35. (Enem 2010) A relação da resistência elétrica com as dimensões do condutor foi estudada por um grupo de cientistas por meio de vários experimentos de eletricidade. Eles verificaram que existe proporcionalidade entre:
• resistência (R) e comprimento (ℓ), dada a mesma secção transversal (A);
• resistência (R) e área da secção transversal (A), dado o mesmo comprimento (ℓ) e
• comprimento (ℓ) e área da secção transversal (A), dada a mesma resistência (R).

Considerando os resistores como fios, pode-se exemplificar o estudo das grandezas que influem na resistência elétrica utilizando as figuras seguintes.



Disponivel em: http://www.efeitojoule.com. Acesso em: abr. 2010 (adaptado)

As figuras mostram que as proporcionalidades existentes entre resistência (R) e comprimento (ℓ), resistência (R) e área da secção transversal (A), e entre comprimento (ℓ) e área da secção transversal (A) são, respectivamente,
a) direta, direta e direta.
b) direta, direta e inversa.
c) direta, inversa e direta.
d) inversa, direta e direta.
e) inversa, direta e inversa.

Resolução

Resposta: C

Resposta da questão 35:
[C]

A constante e dobrando ℓ temos r dobrado (ℓ e R (diretamente proporcionais).
ℓ constante e dobrando A temos R dividido por 2 (inversamente proporcionais).
R constante e dobrando ℓ temos A dobrado (diretamente proporcionais).

Resolução reproduzida da referência 3.

Item 024

2010 | R3-01-36

Fonte: referência 3, página 10.

36. (Enem 2010) Um dos grandes problemas da poluição dos mananciais (rios, córregos e outros) ocorre pelo hábito de jogar óleo utilizado em frituras nos encanamentos que estão interligados com o sistema de esgoto. Se isso ocorrer, cada 10 litros de óleo poderão contaminar 10 milhões (107) de litros de água potável.

Manual de etiqueta. Parte integrante das revistas Veja (ed. 2055), Cláudia (ed. 555), *National Geographic* (ed. 93) e *Nova Escola* (ed. 208) (adaptado).

Suponha que todas as famílias de uma cidade descartem os óleos de frituras através dos encanamentos e consomem 1 000 litros de óleo em frituras por semana.

Qual seria, em litros, a quantidade de água potável contaminada por semana nessa cidade?
a) 10^2
b) 10^3
c) 10^4
d) 10^5
e) 10^9

Resolução

Resposta: E

Resposta da questão 36:
[E]

10L(óleo) ---------10^7L (litros de água)
10^3 L ----------x L (litros de água)

$10x = 10^{10} \Leftrightarrow x = 10^9$ L

Resolução reproduzida da referência 3.

Item 025

2010 | R3-01-37

Fonte: referência 3, página 10.

37. (Enem 2ª aplicação 2010) Em abril de 2009, o observatório espacial americano *Swift* captou um feixe de raios gama proveniente de uma explosão no espaço. Cientistas italianos e ingleses apresentaram conclusões de que as luzes captadas provêm do colapso de uma estrela ocorrido há 13 bilhões de anos, apenas 630 milhões de anos após o *Big Bang*, expansão súbita que originou o Universo. Batizada de GRB 090423, a estrela é o objeto celeste mais antigo já observado pelo homem.

Revista Veja. 4 nov. 2009 (adaptado).

Suponha uma escala de 0 h a 24 h e considere que o *Big Bang* ocorreu exatamente à 0 h. Desse modo, a explosão da estrela GRB 090423 teria ocorrido à(s)

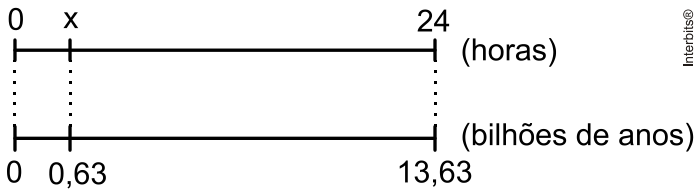
a) 1,10 h.
b) 1,16 h.
c) 1,22 h.
d) 1,84 h.
e) 2,01 h.

Resolução

Resposta: A

Resposta da questão 37:
[A]

Considere a figura abaixo, em que x denota o horário em que ocorreu a explosão da estrela GRB 090423.



Como os segmentos são proporcionais, temos que

$$\frac{x}{24} = \frac{0,63}{13,63} \Rightarrow x \cong 1,11\,\text{h}.$$

Resolução reproduzida da referência 3.

Item 026

2010 | R3-01-38

Fonte: referência 3, página 10.

38. (Enem 2ª aplicação 2010) As Olimpíadas de 2016 serão realizadas na cidade do Rio de Janeiro. Uma das modalidades que trazem esperanças de medalhas para o Brasil é a natação. Aliás, a piscina olímpica merece uma atenção especial devido as suas dimensões. Piscinas olímpicas têm 50 metros de comprimento por 25 metros de largura.
Se a piscina olímpica fosse representada em uma escala de 1:100, ela ficaria com as medidas de

a) 0,5 centímetro de comprimento e 0,25 centímetro de largura.
b) 5 centímetros de comprimento e 2,5 centímetros de largura.
c) 50 centímetros de comprimento e 25 centímetros de largura.
d) 500 centímetros de comprimento e 250 centímetros de largura.
e) 200 centímetros de comprimento e 400 centímetros de largura.

Resolução

Resposta: C

Resposta da questão 38:
[C]

Sejam c e ℓ, respectivamente, o comprimento e a largura da piscina na escala dada.

Como $50\,m = 5000\,cm$ e $25\,m = 2500\,cm$, temos que

$$\frac{1}{100} = \frac{c}{5000} \Leftrightarrow c = 50\,cm \quad \frac{1}{100} = \frac{\ell}{2500} \Leftrightarrow \ell = 25\,cm.$$

Resolução reproduzida da referência 3.

Item 027

2010 | R3-01-39

Fonte: referência 3, página 10.

39. (Enem 2ª aplicação 2010) **Fontes alternativas**

Há um novo impulso para produzir combustível a partir de gordura animal. Em abril, a *High Plains Bioenergy* inaugurou uma biorrefinaria próxima a uma fábrica de processamento de carne suína em Guymon, Oklahoma. A refinaria converte a gordura do porco, juntamente com o o óleo vegetal, em biodiesel. A expectativa da fábrica é transformar 14 milhões de quilogramas de banha em 112 milhões de litros de biodiesel.

Revista Scientific American. Brasil, ago. 2009 (adaptado).

Considere que haja uma proporção direta entre a massa de banha transformada e o volume de biodiesel produzido. Para produzir 48 milhões de litros de biodiesel, a massa de banha necessária, em quilogramas, será de, aproximadamente,
a) 6 milhões.
b) 33 milhões.
c) 78 milhões.
d) 146 milhões.
e) 384 milhões.

Resolução

Resposta: A

Resposta da questão 39:
[A]

Se a massa m de banha é diretamente proporcional ao o volume v de biodiesel, então $m = k \cdot v$, em que k é a constante de proporcionalidade. Assim,

$$14 \cdot 10^6 = k \cdot 112 \cdot 10^6 \Leftrightarrow k = \frac{14}{112} \Leftrightarrow k = \frac{1}{8}.$$

Portanto, para produzir 48 milhões de litros de biodiesel serão necessários $m' = \frac{1}{8} \cdot 48 \cdot 10^6 = 6$ milhões de quilogramas de banha.

Resolução reproduzida da referência 3.

Item 028

2010 | R3-01-40

Fonte: referência 3, página 10.

40. (Enem 2ª aplicação 2010) Em março de 2010, o Conselho Nacional de Desenvolvimento Científico e Tecnológico (CNPq) reajustou os valores de bolsas de estudo concedidas a alunos de iniciação científica, que passaram a receber R$ 360,00 mensais, um aumento de 20% com relação ao que era pago até então. O órgão concedia 29 mil bolsas de iniciação científica até 2009, e esse número aumentou em 48% em 2010.

O Globo. 11 mar. 2010.

Caso o CNPq decidisse não aumentar o valor dos pagamentos dos bolsistas, utilizando o montante destinado a tal aumento para incrementar ainda mais o número de bolsas de iniciação científica no país, quantas bolsas a mais que em 2009, aproximadamente, poderiam ser oferecidas em 2010?
a) 5,8 mil.
b) 13,9 mil.
c) 22,5 mil.
d) 51,5 mil.
e) 94,4 mil.

Resolução

Resposta: C

Resposta da questão 40:
[C]

Se x era o valor da bolsa em 2009, então
$1{,}2 \cdot x = 360 \Leftrightarrow x = R\$\ 300{,}00.$

Com o aumento de 48% no número de bolsas ofertadas, o número de bolsas em 2010 passou a ser de $1{,}48 \cdot 29000 = 42920$. Tal aumento elevou o montante investido para $360 \cdot 42920 = R\$\ 15.451.200{,}00.$

Com esses recursos, seria possível oferecer
$\frac{15451200}{300} = 51504$ bolsas de $R\$\ 300{,}00.$

Portanto, mantendo o valor da bolsa em $R\$\ 300{,}00,$ seria possível oferecer em 2010 $51504 - 29000 = 22.504$ bolsas a mais do quem em 2009.

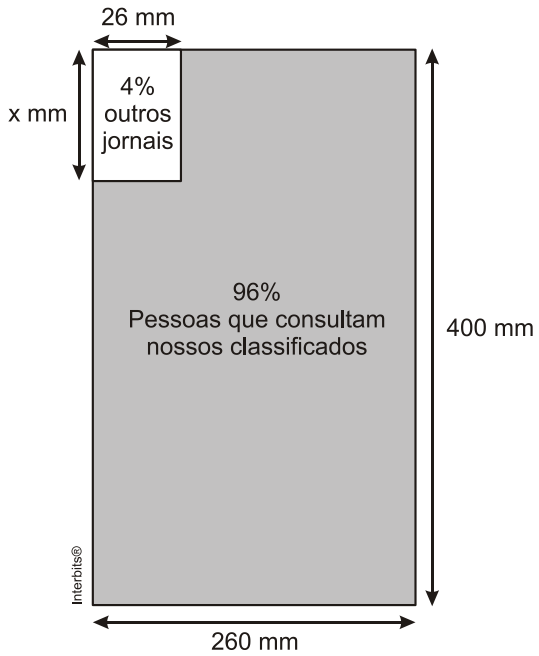
Resolução reproduzida da referência 3.

Item 029

2010 | R3-01-41

Fonte: referência 3, página 11.

41. (Enem 2010) O jornal de certa cidade publicou em uma página inteira a seguinte divulgação de seu caderno de classificados.



Para que a propaganda seja fidedigna a porcentagem da área que aparece na divulgação, a medida do lado do retângulo que representa os 4%, deve ser de aproximadamente

a) 1 mm.
b) 10 mm.
c) 17 mm.
d) 160 mm.
e) 167 mm.

Resolução

Resposta: D

Resposta da questão 41:
[D]

$$26.x = \frac{4}{100}.260.400$$
$$26x = 4160$$
$$x = 160$$

$$26.x = \frac{4}{100}.260.400$$
$$26x = 4160$$

Resolução reproduzida da referência 3.

Item 030

2010 | R3-01-42

Fonte: referência 3, página 11.

42. (Enem 2010) Um grupo de pacientes com Hepatite C foi submetido a um tratamento tradicional em que 40% desses pacientes foram completamente curados. Os pacientes que não obtiveram cura foram distribuídos em dois grupos de mesma quantidade e submetidos a dois tratamentos inovadores. No primeiro tratamento inovador, 35% dos pacientes foram curados e, no segundo, 45%.

Em relação aos pacientes submetidos inicialmente, os tratamentos inovadores proporcionaram cura de
a) 16%.
b) 24%.
c) 32%.
d) 48%
e) 64%.

Resolução

Resposta: B

Resposta da questão 42:
[B]

40%foram curados e 60% se submeteram a tratamentos inovadores.

Pacientes curados em tratamentos inovadores:

$$\frac{35}{100}.\frac{30}{100}+\frac{45}{100}.\frac{30}{100}=24\%$$

Resolução reproduzida da referência 3.

Item 031

2010 | R3-01-43

Fonte: referência 3, página 11.

43. (Enem 2ª aplicação 2010) Uma bióloga conduziu uma série de experimentos demonstrando que a cana-de-açúcar mantida em um ambiente com o dobro da concentração atual de CO_2 realiza 30% mais de fotossíntese e produz 30% mais de açúcar do que a que cresce sob a concentração normal de CO_2. Das câmaras que mantinham esse ar rico em gás carbônico, saíram plantas também mais altas e mais encorpadas, com 40% mais de biomassa.

Disponível em: http://revistapesquisa.fapesp.br. Acesso em: 26 set 2008.

Os resultados indicam que se pode obter a mesma produtividade de cana numa menor área cultivada. Nas condições apresentadas de utilizar o dobro da concentração de CO_2 no cultivo para dobrar a produção da biomassa da cana-de-açúcar, a porcentagem da área cultivada hoje deveria ser, aproximadamente,

a) 80%.
b) 100%.
c) 140%.
d) 160%.
e) 200%.

Resolução

Resposta: C

Resposta da questão 43:
[C]

Sejam c, b e a, respectivamente, a concentração de CO_2, a quantidade de biomassa produzida e a área cultivada. Supondo que c e b são proporcionais e que a é inversamente proporcional a c, vem que

$$c = k \cdot \frac{b}{a} \Leftrightarrow k = \frac{ac}{b}.$$

Dobrando a quantidade de CO_2 teríamos, de acordo com o enunciado, $2c = k \cdot \frac{1,4b}{a'} \Leftrightarrow 2c = \frac{ac}{b} \cdot \frac{1,4b}{a'} \Leftrightarrow a = \frac{10}{7} \cdot a'$.

Para dobrar a produção da biomassa da cana-de-açúcar, a porcentagem da área cultivada hoje deveria ser tal que

$$2c = k \cdot \frac{2b}{a''} \Leftrightarrow 2c = \frac{ac}{b} \cdot \frac{2b}{a''} \Rightarrow a'' = \frac{10}{7} \cdot a' \cong 142,86\% \cdot a'.$$

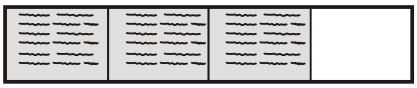
Resolução reproduzida da referência 3.

Item 032

2010 | R3-01-44

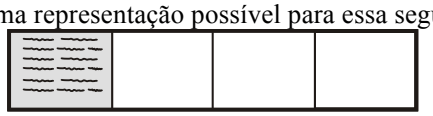
Fonte: referência 3, página 11.

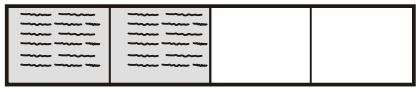
44. (Enem 2010) Um professor dividiu a lousa da sala de aula em quatro partes iguais. Em seguida, preencheu 75% dela com conceitos e explicações, conforme a figura seguinte.

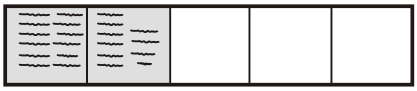


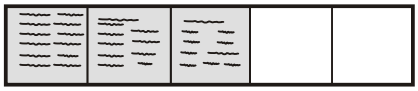
Algum tempo depois, o professor apagou a lousa por completo e, adotando um procedimento semelhante ao anterior, voltou a preenchê-la, mas, dessa, vez, utilizando 40% do espaço dela.

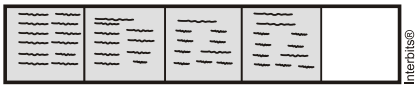
Uma representação possível para essa segunda situação é

a)


b)


c)


d)


e)


Resolução

Resposta: C

Resposta da questão 44:
[C]

$$\frac{40}{100} = \frac{2}{5} \text{ (duas partes num total de cinco)}$$

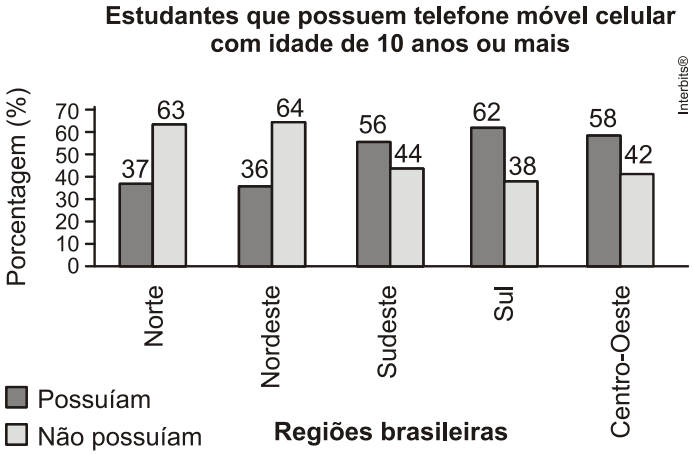
Portanto, a representação **C** é conveniente.

Resolução reproduzida da referência 3.

Item 033

Fonte: referência 3, página 12.

45. (Enem 2010) Os dados do gráfico foram coletados por meio da Pesquisa Nacional por Amostra de Domicílios.



Fonte: IBGE. Disponivel em: http://www.ibge.gov.br. Acesso em: 28 abr. 2010(adaptado).

Supondo-se que, no Sudeste, 14900 estudantes foram entrevistados nessa pesquisa, quantos deles possuíam telefone móvel celular?

a) 5513
b) 6556
c) 7450
d) 8344
e) 9536

Resolução

Resposta: D

Resposta da questão 45:
[D]

$$\frac{56}{100}.14900 = 8344$$

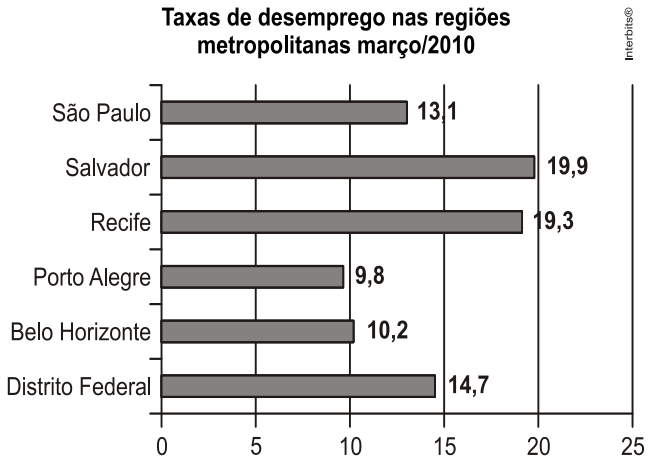
Resolução reproduzida da referência 3.

Item 034

2010 | R3-01-46

Fonte: referência 3, página 12.

46. (Enem 2010) Os dados do gráfico seguinte foram gerados a partir de dados colhidos no conjunto de seis regiões metropolitanas pelo Departamento Intersindical de Estatística e Estudos Socioeconômicos (Dieese).



Disponível em: http://g1.globo.com. Acesso em: 28 abr. 2010 (adaptado).

Supondo que o total de pessoas pesquisadas na região metropolitana de Porto Alegre equivale a 250 000, o número de desempregados em março de 2010, nessa região, foi de

a) 24 500.
b) 25 000.
c) 220 500.
d) 223 000.
e) 227 500.

Resolução

Resposta: A

Resposta da questão 46:
[A]

$$\frac{9,8}{100}.250000 = 24500$$

Resolução reproduzida da referência 3.

Item 035

2010 | R3-01-47

Fonte: referência 3, página 12.

47. (Enem 2010) Uma empresa possui um sistema de controle de qualidade que classifica o seu desempenho financeiro anual, tendo como base o do ano anterior. Os conceitos são: **insuficiente**, quando o crescimento e menor que 1%; **regular**, quando o crescimento é maior ou igual a 1% e menor que 5%; **bom**, quando o crescimento é maior ou igual a 5% e menor que 10%; **ótimo**, quando é maior ou igual a 10% e menor que 20%; e **excelente**, quando é maior ou igual a 20%. Essa empresa apresentou lucro de R$ 132 000,00 em 2008 e de R$ 145 000,00 em 2009.

De acordo com esse sistema de controle de qualidade, o desempenho financeiro dessa empresa no ano de 2009 deve ser considerado
a) insuficiente.
b) regular.
c) bom.
d) ótimo.
e) excelente.

Resolução

Resposta: C

Resposta da questão 47:
[C]

$$\text{Variação do lucro} = \frac{145 - 132}{132} = \frac{13}{132} \approx 9{,}85\%$$

Resolução reproduzida da referência 3.

Item 036

2010 | R3-01-48

Fonte: referência 3, página 12.

48. (Enem 2010) Em 2006, a produção mundial de etanol foi de 40 bilhões de litros e a de biodiesel, de 6,5 bilhões. Neste mesmo ano, a produção brasileira de etanol correspondeu a 43% da produção mundial, ao passo que a produção dos Estados Unidos da América, usando milho, foi de 45%.

Disponível em: planetasustentavel.abril.com. Acesso em: 02 maio 2009.

Considerando que, em 2009, a produção mundial de etanol seja a mesma de 2006 e que os Estados Unidos produzirão somente a metade de sua produção de 2006, para que o total produzido pelo Brasil e pelos Estados Unidos continue correspondendo a 88% da produção mundial, o Brasil deve aumentar sua produção em, aproximadamente,

a) 22,5%.
b) 50,0%.
c) 52,3%.
d) 65,5%.
e) 77,5%.

Resolução

Resposta: C

Resposta da questão 48:
[C]

Em 2006, produção do Brasil = 43% de 490 = 17,2 bilhões de litros.
Produção dos EUA = 45% de 40 = 18 bilhões de litros

Em 2009, os EUA produzirá 9 bilhões de litros (metade da produção de 2006).O Brasil terá que produzir 9 bilhões de Litros a mais.

Em porcentagem, temos $\frac{9}{17,2} = 52,3\%$

Resolução reproduzida da referência 3.

Item 037

2010 | R3-01-49

Fonte: referência 3, página 12.

49. (Enem 2ª aplicação 2010) No dia 12 de janeiro de 2010, o governo da Venezuela adotou um plano de racionamento de energia que previa cortes no fornecimento em todo o país.
O ministro da energia afirmou que uma das formas mais eficazes de se economizar energia nos domicílios seria o uso de lâmpadas que consomem 20% menos da energia consumida por lâmpadas normais.

Disponível em: http://www.bbc.co.uk. Acesso em: 23 abr. 2010 (adaptado).

Em uma residência, o consumo mensal de energia mproveniente do uso de lâmpadas comuns é de 63 kWh. Se todas as lâmpadas dessa residência forem trocadas pelas lâmpadas econômicas, esse consumo passará a ser de, aproximadamente,
a) 9 kWh.
b) 11 kWh.
c) 22 kWh.
d) 35 kWh.
e) 50 kWh.

Resolução

Resposta: E

Resposta da questão 49:
[E]

Após a troca das lâmpadas o consumo passará a ser de
$(100 - 20)\% \cdot 63 = 0{,}8 \cdot 63 \cong 50\ \text{kWh}.$

Resolução reproduzida da referência 3.

Item 038

2010 | O2010-176

Fonte: INEP, caderno azul, página 31; questão 176.

Questão 176

A disparidade de volume entre os planetas é tão grande que seria possível colocá-los uns dentro dos outros. O planeta Mercúrio é o menor de todos. Marte é o segundo menor: dentro dele cabem três Mercúrios. Terra é o único com vida: dentro dela cabem sete Martes. Netuno é o quarto maior: dentro dele cabem 58 Terras. Júpiter é o maior dos planetas: dentro dele cabem 23 Netunos.

Revista Veja. Ano 41, nº 25, 25 jun. 2008 (adaptado).

Seguindo o raciocínio proposto, quantas Terras cabem dentro de Júpiter?

A 406
B 1 334
C 4 002
D 9 338
E 28 014

Resolução **Resposta: B**

Dentro de Júpiter cabem 23 Netunos, e em cada Netuno cabem 58 Terras. Portanto, a capacidade em Terras é $23 \cdot 58 = 1334$, alternativa B.

Item 039

2011 | R3-01-21

Fonte: referência 3, página 6.

21. (Enem 2011) Para uma atividade realizada no laboratório de Matemática, um aluno precisa construir uma maquete da quadra de esportes da escola que tem 28 m de comprimento por 12 m de largura. A maquete deverá ser construída na escala de 1 : 250. Que medidas de comprimento e largura, em cm, o aluno utilizará na construção da maquete?

a) 4,8 e 11,2
b) 7,0 e 3,0
c) 11,2 e 4,8
d) 28,0 e 12,0
e) 30,0 e 70,0

Resolução

Resposta: C

Resposta da questão 21:
[C]

28 : 250 = 0,112 m = 11,2 cm
12 : 250 = 9,048 m = 4,8 cm.

Resolução reproduzida da referência 3.

Item 040

2011 | R3-01-22

Fonte: referência 3, página 6.

22. (Enem 2011) Observe as dicas para calcular a quantidade certa de alimentos e bebidas para as festas de fim de ano:

• Para o prato principal, estime 250 gramas de carne para cada pessoa.
• Um copo americano cheio de arroz rende o suficiente para quatro pessoas.
• Para a farofa, calcule quatro colheres de sopa por convidado.
• Uma garrafa de vinho serve seis pessoas.
• Uma garrafa de cerveja serve duas.
• Uma garrafa de espumante serve três convidados.

Quem organiza festas faz esses cálculos em cima do total de convidados, independente do gosto de cada um.

Quantidade certa de alimentos e bebidas evita o desperdício da ceia. *Jornal Hoje*. 17 dez. 2010 (adaptado).

Um anfitrião decidiu seguir essas dicas ao se preparar para receber 30 convidados para a ceia de Natal. Para seguir essas orientações à risca, o anfitrião deverá dispor de

a) 120 kg de carne, 7 copos americanos e meio de arroz, 120 colheres de sopa de farofa, 5 garrafas de vinho, 15 de cerveja e 10 de espumante.
b) 120 kg de carne, 7 copos americanos e meio de arroz, 120 colheres de sopa de farofa, 5 garrafas de vinho, 30 de cerveja e 10 de espumante.
c) 75 kg de carne. 7 copos americanos e meio de arroz, 120 colheres de sopa de farofa. 5 garrafas de vinho, 15 de cerveja e 10 de espumante.
d) 7,5 kg de carne, 7 copos americanos, 120 colheres de sopa de farofa, 5 garrafas de vinho, 30 de cerveja e 10 de espumante.
e) 7,5 kg de carne, 7 copos americanos e meio de arroz, 120 colheres de sopa de farofa, 5 garrafas de vinho, 15 de cerveja e 10 de espumante.

Resolução

Resposta: E

Resposta da questão 22:
[E]

Carne -------- 30 . 250 g = 7500 g = 7,5 kg;
Arroz----------30: 4 = 7,5 copos ;
Farofa --------- 4 . 30 = 120 colheres de sopa;
Vinho ---------- 30: 6 = 5 garrafas;
Cerveja-------- 30: 2 = 15 garrafas;
Espumante-----30: 3 = 10 garrafas.

Portanto, a resposta [E] é a correta.

Resolução reproduzida da referência 3.

Item 041

2011 | R3-01-23

Fonte: referência 3, página 7.

23. (Enem 2011) Muitas medidas podem ser tomadas em nossas casas visando à utilização racional de energia elétrica. Isso deve ser uma atitude diária de cidadania. Uma delas pode ser a redução do tempo no banho. Um chuveiro com potência de 4800 kWh consome 4,8 kW por hora. Uma pessoa que toma dois banhos diariamente, de 10 minutos cada, consumirá, em sete dias, quantos kW?
a) 0,8
b) 1,6
c) 5,6
d) 11,2
e) 33,6

Resolução

Resposta: D

Resposta da questão 23:
[D]

$$\frac{4,8kW}{h} = \frac{4,8kW}{60\,min} = \frac{0,08kw}{min}$$

Em um dia: 0,8 kW.2 = 1,6 kW.
Em 7 dias: 7.1,6 = 11,2 kW.

Resolução reproduzida da referência 3.

Fonte: referência 3, página 7.

24. (Enem 2011) A figura apresenta informações biométricas de um homem (Duílio) e de uma mulher (Sandra) que estão buscando alcançar seu peso ideal a partir das atividades físicas (corrida). Para se verificar a escala de obesidade, foi desenvolvida a fórmula que permite verificar o Índice de Massa Corporal (IMC). Esta fórmula é apresentada como $IMC = m/h^2$, onde m é a massa em quilogramas e h é altura em metros.

O PERFIL DOS NOVOS CORREDORES

DUILIO SABA	
Idade	50 anos
Altura	1,88 metro
Peso	96,4 quilos
Peso ideal	94,5 quilos

SANDRA TESCARI	
Idade	42 anos
Altura	1,70 metro
Peso	84 quilos
Peso ideal	77 quilos

Veja. Ed. 2055 (adaptado).

No quadro é apresentada a Escala de Índice de Massa Corporal com as respectivas categorias relacionadas aos pesos.

Escala de Índice de Massa Corporal	
CATEGORIAS	**IMC** (kg/m^2)
Desnutrição	Abaixo de 14,5
Peso abaixo do normal	14,5 a 20
Peso normal	20 a 24,9
Sobrepeso	25 a 29,9
Obesidade	30 a 39,9
Obesidade mórbida	Igual ou acima de 40

Nova Escola. Nº172, maio 2004.

A partir dos dados biométricos de Duílio e Sandra e da Escala de IMC, o valor IMC e a categoria em que cada uma das pessoas se posiciona na Escala são

a) Duílio tem o IMC 26,7 e Sandra tem o IMC 26,6, estando ambos na categoria de sobrepeso.
b) Duílio tem o IMC 27,3 e Sandra tem o IMC 29,1, estando ambos na categoria de sobrepeso.
c) Duílio tem o IMC 27,3 e Sandra tem o IMC 26,6, estando ambos na categoria de sobrepeso.
d) Duílio tem o IMC 25,6, estando na categoria de sobrepeso, e Sandra tem o IMC 24,7, estando na categoria de peso normal.
e) Duílio tem o IMC 25,1, estando na categoria de sobrepeso, e Sandra tem o IMC 22,6, estando na categoria de peso normal.

Item 042 – resolução 2011 / R3-01-24

Resolução **Resposta: B**

Resposta da questão 24:
[B]

$$\text{IMC do Duílio} = \frac{96,4}{(1,88)^2} \simeq 27,3$$

$$\text{IMC de Sandra} = \frac{84}{(1,7)^2} = \frac{84}{2,89} = 29,1$$

E ambos estão com sobrepeso.

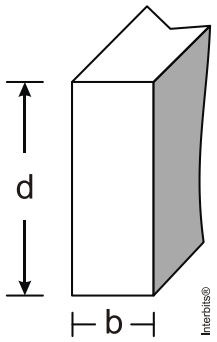
Resolução reproduzida da referência 3.

Item 043

2011 | R3-01-25

Fonte: referência 3, página 7.

25. (Enem 2011) A resistência das vigas de dado comprimento é diretamente proporcional à largura *(b)* e ao quadrado da altura *(d),* conforme a figura. A constante de proporcionalidade *k* varia de acordo com o material utilizado na sua construção.



Considerando-se *S* como a resistência, a representação algébrica que exprime essa relação é

a) $S = k \cdot b \cdot d$

b) $S = b \cdot d^2$

c) $S = k \cdot b \cdot d^2$

d) $S = \frac{k \cdot b}{d^2}$

e) $S = \frac{k \cdot d^2}{b}$

Resolução

Resposta: C

Resposta da questão 25:
[C]

$$\frac{S}{b.d^2} = k \Leftrightarrow S = k.b.d^2$$

Resolução reproduzida da referência 3.

Item 044

2011 | R3-01-26

Fonte: referência 3, página 7.

26. (Enem 2011) Você pode adaptar as atividades do seu dia a dia de uma forma que possa queimar mais calorias do que as gastas normalmente, conforme a relação seguinte:

- Enquanto você fala ao telefone, faça agachamentos: 100 calorias gastas em 20 minutos.
- Meia hora de supermercado: 100 calorias.
- Cuidar do jardim por 30 minutos: 200 calorias.
- Passear com o cachorro: 200 calorias em 30 minutos.
- Tirar o pó dos móveis: 150 calorias em 30 minutos.
- Lavar roupas por 30 minutos: 200 calorias.

Disponível em: http://cyberdiet.terra.com.br. Acesso em: 27 abr. 2010 (adaptado).

Uma pessoa deseja executar essas atividades, porém, ajustando o tempo para que, em cada uma, gaste igualmente 200 calorias.
A partir dos ajustes, quanto tempo a mais será necessário para realizar todas as atividades?

a) 50 minutos.
b) 60 minutos.
c) 80 minutos.
d) 120 minutos.
e) 170 minutos.

Resolução

Resposta: B

Resposta da questão 26:
[B]

Para gastar 200 calorias:
Enquanto fala no telefone precisará de mais 20 minutos;
No supermercado precisará de mais 30 minutos;
Para lavar roupas precisará de mais 10 minutos;
Portanto, a pessoa precisará de mais 60 minutos.

Resolução reproduzida da referência 3.

Item 045

2011 | R3-01-27

Fonte: referência 3, página 8.

27. (Enem 2011) Sabe-se que a distância real, em linha reta, de uma cidade A, localizada no estado de São Paulo, a uma cidade B, localizada no estado de Alagoas, é igual a 2 000 km. Um estudante, ao analisar um mapa, verificou com sua régua que a distância entre essas duas cidades, A e B, era 8 cm.
Os dados nos indicam que o mapa observado pelo estudante está na escala de
a) 1:250.
b) 1:2500.
c) 1:25000.
d) 1:250000.
e) 1:25000000.

Resolução **Resposta: E**

Resposta da questão 27:
[E]

$$\frac{8\text{cm}}{2000\text{km}} = \frac{8\text{cm}}{200\ 0000\ 000\ \text{cm}} = \frac{1}{25\ 000\ 000}$$

Resolução reproduzida da referência 3.

Item 046

2011 | R3-01-28

Fonte: referência 3, página 8.

28. (Enem 2011) Cerca de 20 milhões de brasileiros vivem na região coberta pela caatinga, em quase 800 mil km^2 de área. Quando não chove, o homem do sertão precisa e sua família precisam caminhar quilômetros em busca da água dos açudes. A irregularidade climática é um dos fatores que mais interferem na vida do sertanejo.

Disponível em: http://www.wwf.org.br. Acesso em: 23 abr. 2010.

Segundo este levantamento, a densidade demográfica da região coberta pela caatinga, em habitantes por km^2, é de
a) 250.
b) 25.
c) 2,5.
d) 0,25.
e) 0,025.

Resolução

Resposta: B

Resposta da questão 28:
[B]

$$\frac{20.10^6}{800.10^3} = \frac{200.10^5}{8.10^5} = 25$$

Resolução reproduzida da referência 3.

Item 047

2011 | R3-01-29

Fonte: referência 3, página 8.

29. (Enem 2011) Nos últimos cinco anos, 32 mil mulheres de 20 a 24 anos foram internadas nos hospitais do SUS por causa de AVC. Entre os homens da mesma faixa etária, houve 28 mil internações pelo mesmo motivo.

Época. 26 abr. 2010 (adaptado).

Suponha que, nos próximos cinco anos, haja um acréscimo de 8 mil internações de mulheres e que o acréscimo de internações de homens por AVC ocorra na mesma proporção.
De acordo com as informações dadas, o número de homens que seriam internados por AVC, nos próximos cinco anos, corresponderia a
a) 4 mil.
b) 9 mil.
c) 21 mil.
d) 35 mil.
e) 39 mil.

Resolução

Resposta: D

Resposta da questão 29:
[D]

$$\frac{8}{32} = \frac{x}{28} \Leftrightarrow x = 7$$

Número de homens internados será 28000 + 7000 = 35000.

Resolução reproduzida da referência 3.

Item 048

2011 | R3-01-30

Fonte: referência 3, página 8.

30. (Enem 2011) Uma pessoa aplicou certa quantia em ações. No primeiro mês, ela perdeu 30% do total do investimento e, no segundo mês, recuperou 20% do que havia pedido.
Depois desses dois meses, resolveu tirar o montante de R$ 3800,00 gerado pela aplicação.
A quantia inicial que essa pessoa aplicou em ações corresponde ao valor de

a) R$ 4222,22 .
b) R$ 4523,80 .
c) R$ 5.000,00 .
d) R$ 13.300,00 .
e) R$ 17.100,00 .

Resolução

Resposta: C

Resposta da questão 30:
[C]

Montante: x
Após o primeiro mês: x – 0,3x = 0,7x
Após o 2º mês: 0,7x + 0,2.0,3x = 0,76x
0,76x = 3800
x = 5000.

Resolução reproduzida da referência 3.

Item 049

2011 | R3-01-31

Fonte: referência 3, página 8.

31. (Enem 2011) Um jovem investidor precisa escolher qual investimento lhe trará maior retomo financeiro em uma aplicação de $R\$\ 500{,}00$. Para isso, pesquisa o rendimento e o imposto a ser pago em dois investimentos: poupança e CDB (certificado de depósito bancário).As informações obtidas estão resumidas no quadro:

	Rendimento mensal (%)	IR (Imposto de renda)
POUPANÇA	0,560	ISENTO
CDB	0,876	4% (sobre o ganho

Para o jovem investidor, ao final de um mês, a aplicação mais vantajosa é

a) a poupança, pois totalizará um montante de $R\$\ 502{,}80$.

b) a poupança, pois totalizará um montante de $R\$\ 500{,}56$.

c) o CDB, pois totalizará um montante de $R\$\ 504{,}38$.

d) o CDB, pois totalizará um montante de $R\$\ 504{,}21$.

e) o CDB, pois totalizará um montante de $R\$\ 500{,}87$.

Resolução

Resposta: D

Resposta da questão 31:
[D]

Ganho na poupança: $\frac{0,560}{100} \cdot 500 = 2,80$

Ganho no CDB: $\frac{0,876}{100} \cdot 500 - \frac{4}{100} \cdot \frac{0,876}{100} \cdot 500 \simeq 4,21$

Portanto, resposta [D].

Resolução reproduzida da referência 3.

Fonte: referência 3, página 9.

32. (Enem 2011) Considere que uma pessoa decida investir uma determinada quantia e que lhe sejam apresentadas três possibilidades de investimento, com rentabilidades líquidas garantidas pelo período de um ano, conforme descritas:

Investimento A 3% ao mês
Investimento B: 36% ao ano
Investimento C: 18% ao semestre

As rentabilidades, para esses investimentos, incidem sobre o valor do período anterior. O quadro fornece algumas aproximações para a análise das rentabilidades:

n	$1{,}03^n$
3	1,093
6	1,194
9	1,305
12	1,426

Para escolher o investimento com a maior rentabilidade anual, essa pessoa deverá

a) escolher qualquer um dos investimentos A, B ou C, pois as suas rentabilidades anuas são iguais a 36%.
b) escolher os investimentos A ou C, pois suas rentabilidades anuais são iguais a 39%.
c) escolher o investimento A, pois a sua rentabilidade anual é maior que as rentabilidades anuais dos investimentos B e C.
d) escolher o investimento B, pois sua rentabilidade de 36% é maior que as rentabilidades de 3% do investimento A e de 18% do investimento C.
e) escolher o investimento C, pois sua rentabilidade de 39% ao ano é maior que a rentabilidade de 36% ao ano dos investimentos A e B.

Item 050 – resolução

2011 / R3-01-32

Resolução

Resposta: C

Resposta da questão 32:
[C]

A rentabilidade de A é maior.

V = valor aplicado.
Rentabilidade anual de valor V aplicado no investimento:
A: $V(1,03)^{12} = 1,426V$
B: $V.(1,36) = 1,36.V$
C: $V.(1,18)^2 = 1,392V$

Resolução reproduzida da referência 3.

Item 051

2011 | O2011-145

Fonte: INEP, caderno azul, página 23; questão 145.

QUESTÃO 145

Café no Brasil

O consumo atingiu o maior nível da história no ano passado: os brasileiros beberam o equivalente a 331 bilhões de xícaras.

Veja. Ed. 2158, 31 mar. 2010.

Considere que a xícara citada na notícia seja equivalente a, aproximadamente, 120 mL de café. Suponha que em 2010 os brasileiros bebam ainda mais café, aumentando o consumo em $\frac{1}{5}$ do que foi consumido no ano anterior.

De acordo com essas informações, qual a previsão mais aproximada para o consumo de café em 2010?

A 8 bilhões de litros.
B 16 bilhões de litros.
C 32 bilhões de litros.
D 40 bilhões de litros.
E 48 bilhões de litros.

Resolução **Resposta: E**

O volume anterior é $331 \cdot 10^9 \cdot 0{,}120 = 39{,}72 \cdot 10^9$ L. Com aumento de $1/5$, será $39{,}72 \cdot 1{,}2 = 47{,}664$ bilhões de litros, aproximadamente 48 bilhões.

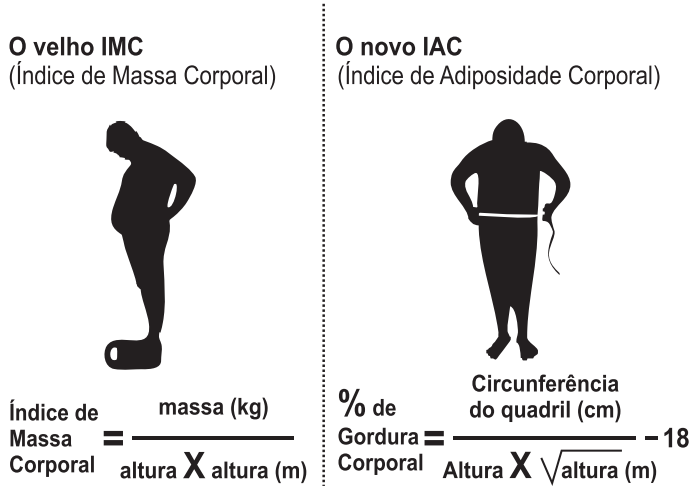
Item 052

2011 | O2011-149

Fonte: INEP, caderno azul, página 24; questão 149.

QUESTÃO 149

O Índice de Massa Corporal (IMC) é largamente utilizado há cerca de 200 anos, mas esse cálculo representa muito mais a corpulência que a adiposidade, uma vez que indivíduos musculosos e obesos podem apresentar o mesmo IMC. Uma nova pesquisa aponta o Índice de Adiposidade Corporal (IAC) como uma alternativa mais fidedigna para quantificar a gordura corporal, utilizando a medida do quadril e a altura. A figura mostra como calcular essas medidas, sabendo-se que, em mulheres, a adiposidade normal está entre 19% e 26%.



Disponível em: http://www1.folha.uol.com.br. Acesso em: 24 abr. 2011(adaptado).

Uma jovem com IMC = 20 kg/m², 100 cm de circunferência dos quadris e 60 kg de massa corpórea resolveu averiguar seu IAC. Para se enquadrar aos níveis de normalidade de gordura corporal, a atitude adequada que essa jovem deve ter diante da nova medida é

(Use $\sqrt{3} = 1{,}7$ *e* $\sqrt{1{,}7} = 1{,}3$)

A reduzir seu excesso de gordura em cerca de 1%.
B reduzir seu excesso de gordura em cerca de 27%.
C manter seus níveis atuais de gordura.
D aumentar seu nível de gordura em cerca de 1%.
E aumentar seu nível de gordura em cerca de 27%.

Resolução **Resposta: A**

Pelo IMC, $20 = 60/h^2$, logo $h = \sqrt{3} \approx 1{,}7$ m. O IAC é $100/[1{,}7\sqrt{1{,}7}] - 18 \approx 100/(1{,}7 \cdot 1{,}3) - 18 \approx 27{,}25\%$. Para chegar ao limite superior de 26% no modelo, a redução é de aproximadamente 1 ponto percentual.

Item 053

2011 | O2011-176

Fonte: INEP, caderno azul, página 30; questão 176.

QUESTÃO 176

A cor de uma estrela tem relação com a temperatura em sua superfície. Estrelas não muito quentes (cerca de 3 000 K) nos parecem avermelhadas. Já as estrelas amarelas, como o Sol, possuem temperatura em torno dos 6 000 K; as mais quentes são brancas ou azuis porque sua temperatura fica acima dos 10 000 K.

A tabela apresenta uma classificação espectral e outros dados para as estrelas dessas classes.

Estrelas da Sequência Principal

Classe Espectral	Temperatura	Luminosidade	Massa	Raio
O5	40 000	5×10^5	40	18
B0	28 000	2×10^4	18	7
A0	9 900	80	3	2.5
G2	5 770	1	1	1
M0	3 480	0,06	0,5	0,6

Temperatura em Kelvin.

Luminosidade, massa e raio, tomando o Sol como unidade.

Disponível em: http://www.zenite.nu. Acesso em: 1 maio 2010 (adaptado).

Se tomarmos uma estrela que tenha temperatura 5 vezes maior que a temperatura do Sol, qual será a ordem de grandeza de sua luminosidade?

A 20 000 vezes a luminosidade do Sol.
B 28 000 vezes a luminosidade do Sol.
C 28 850 vezes a luminosidade do Sol.
D 30 000 vezes a luminosidade do Sol.
E 50 000 vezes a luminosidade do Sol.

Resolução

Resposta: A

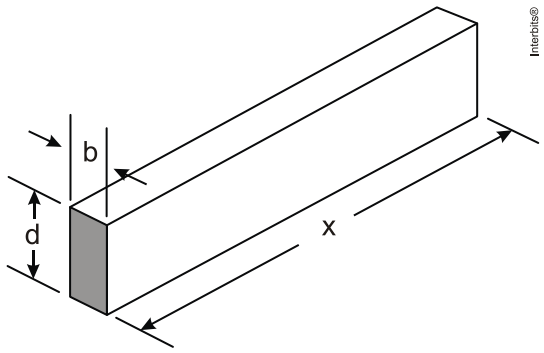
A temperatura procurada é aproximadamente $5 \cdot 5770 = 28850$ K, próxima da classe B0, de 28000 K. A luminosidade indicada para essa classe é $2 \cdot 10^4$ vezes a do Sol, isto é, 20000 vezes.

Item 054

2012 | R3-01-10

Fonte: referência 3, página 4.

10. (Enem 2012) A resistência mecânica S do uma viga de madeira, em forma de um paralelepípedo retângulo, é diretamente proporcional à sua largura (b) e ao quadrado de sua altura (d) e inversamente proporcional ao quadrado da distância entre os suportes da viga, que coincide com o seu comprimento (x), conforme ilustra a figura. A constante de proporcionalidade k e chamada de resistência da viga.



BUSHAW, D. et al. *Aplicações da matemática escolar*. São Paulo: Atual, 1997.

A expressão que traduz a resistência S dessa viga de madeira é

a) $S = \frac{k.b.d^2}{x^2}$

b) $S = \frac{k.b.d}{x^2}$

c) $S = \frac{k.b.d^2}{x}$

d) $S = \frac{k.b^2.d}{x}$

e) $S = \frac{k.b.2d}{2x}$

Resolução

Resposta: A

Resposta da questão 10:
[A]

De acordo com as informações, segue que

$$S = k \cdot \frac{b \cdot d^2}{x^2}.$$

Resolução reproduzida da referência 3.

Item 055

2012 | R3-01-11

Fonte: referência 3, página 4.

11. (Enem 2012) Uma mãe recorreu à bula para verificar a dosagem de um remédio que precisava dar a seu filho. Na bula, recomendava-se a seguinte dosagem: 5 gotas para cada 2 kg de massa corporal a cada 8 horas.
Se a mãe ministrou corretamente 30 gotas do remédio a seu filho a cada 8 horas, então a massa corporal dele é de
a) 12 kg.
b) 16 kg.
c) 24 kg.
d) 36 kg.
e) 75 kg.

Resolução

Resposta: A

Resposta da questão 11:
[A]

x é massa corporal do menino (filho)

$$x = 30 \cdot \frac{2}{5} = 12\ \text{kg}$$

Resolução reproduzida da referência 3.

Item 056

2012 | R3-01-12

Fonte: referência 3, página 4.

12. (Enem 2012) Há, em virtude da demanda crescente de economia de água, equipamentos e utensílios como, por exemplo, as bacias sanitárias ecológicas, que utilizam 6 litros de água por descarga em vez dos 15 litros utilizados por bacias sanitárias não ecológicas, conforme dados da Associação Brasileira de Normas Técnicas (ABNT).

Qual será a economia diária de água obtida por meio da substituição de uma bacia sanitária não ecológica, que gasta cerca de 60 litros por dia com a descarga, por uma bacia sanitária ecológica?
a) 24 litros
b) 36 litros
c) 40 litros
d) 42 litros
e) 50 litros

Resolução

Resposta: B

Resposta da questão 12:
[B]

Dividindo 60 L por 15 L, obtemos que o número de descargas por dia é 4.
Com a bacia ecológica, serão gastos 4.6 = 24 L de água por dia, portanto uma economia de 60 – 24 = 36 L por dia.

Resolução reproduzida da referência 3.

Item 057

2012 | R3-01-13

Fonte: referência 3, página 4.

13. (Enem 2012) Nos *shopping centers* costumam existir parques com vários brinquedos e jogos. Os usuários colocam créditos em um cartão, que são descontados por cada período de tempo de uso dos jogos. Dependendo da pontuação da criança no jogo, ela recebe um certo número de tíquetes para trocar por produtos nas lojas dos parques. Suponha que o período de uso de um brinquedo em certo *shopping* custa R$ 3,00 e que uma bicicleta custa 9 200 tíquetes.
Para uma criança que recebe 20 tíquetes por período de tempo que joga, o valor, em reais, gasto com créditos para obter a quantidade de tíquetes para trocar pela bicicleta é
a) 153.
b) 460.
c) 1218.
d) 1380.
e) 3066.

Resolução

Resposta: D

Resposta da questão 13:
[D]

$$x = \frac{9200}{20} \cdot 3 = 1380,00$$

Resolução reproduzida da referência 3.

Item 058

2012 | R3-01-14

Fonte: referência 3, página 4.

14. (Enem 2012) O esporte de alta competição da atualidade produziu uma questão ainda sem resposta: Qual é o limite do corpo humano? O maratonista original, o grego da lenda, morreu de fadiga por ter corrido 42 quilômetros. O americano Dean Karnazes, cruzando sozinho as planícies da Califórnia, conseguiu correr dez vezes mais em 75 horas.
Um professor de Educação Física, ao discutir com a turma o texto sobre a capacidade do maratonista americano, desenhou na lousa uma pista reta de 60 centímetros, que representaria o percurso referido.

Disponível em: http://veja.abril.com.br. Acesso em 25 jun. 2011 (adaptado)

Se o percurso de Dean Karnazes fosse também em uma pista reta, qual seria a escala entre a pista feita pelo professor e a percorrida pelo atleta?
a) 1:700
b) 1:7 000
c) 1:70 000
d) 1:700 000
e) 1:7 000 000

Resolução

Resposta: D

Resposta da questão 14:

[D]

$$\frac{60}{10.42.10^3.10^2} = \frac{1}{7.10^5} = \frac{1}{700\ 000}.$$

Resolução reproduzida da referência 3.

Item 059

2012 | R3-01-15

Fonte: referência 3, página 4.

15. (Enem 2012) José, Carlos e Paulo devem transportar em suas bicicletas uma certa quantidade de laranjas. Decidiram dividir o trajeto a ser percorrido em duas partes, sendo que ao final da primeira parte eles redistribuiriam a quantidade de laranjas que cada um carregava dependendo do cansaço de cada um. Na primeira parte do trajeto, José, Carlos e Paulo dividiram as laranjas na proporção $6:5:4$, respectivamente. Na segunda parte do trajeto, José, Carlos e Paulo dividiram as laranjas na proporção $4:4:2$, respectivamente.

Sabendo-se que um deles levou 50 laranjas a mais no segundo trajeto, qual a quantidade de laranjas que José, Carlos e Paulo, nessa ordem, transportaram na segunda parte do trajeto?

a) 600, 550, 350
b) 300, 300, 150
c) 300, 250, 200
d) 200, 200, 100
e) 100, 100, 50

Resolução **Resposta: B**

Resposta da questão 15:
[B]

Seja x o total de laranjas:

Na primeira viagem, temos $\frac{6x}{15}, \frac{5x}{15}$ e $\frac{4x}{15}$ (José, Carlos e Paulo).

Na segunda viagem, temos

$\frac{4x}{10} = \frac{6x}{15}, \frac{4x}{10} = \frac{6x}{15}$ e $\frac{2x}{10} = \frac{3x}{15}$ (José, Carlos e Paulo).

Carlos foi o único que transportou mais laranjas.

$$\frac{6x}{15} - \frac{5x}{15} = 50 \Rightarrow x = 750$$

Portanto, na segunda viagem, José transportou 300 laranjas, Carlos transportou 300 laranjas e Paulo transportou 150 laranjas.

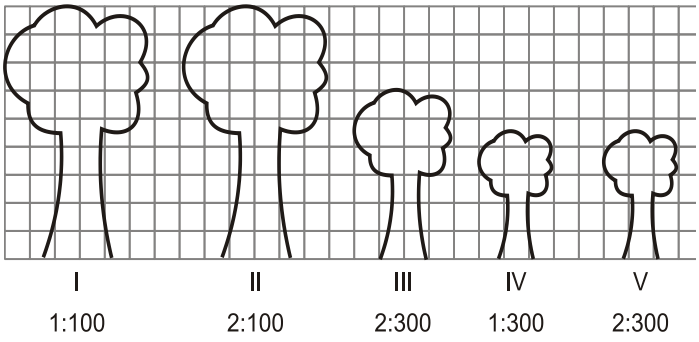
Resolução reproduzida da referência 3.

Item 060

2012 | R3-01-16

Fonte: referência 3, página 5.

16. (Enem 2012) Um biólogo mediu a altura de cinco árvores distintas e representou-as em uma mesma malha quadriculada, utilizando escalas diferentes, conforme indicações na figura a seguir.



Qual é a árvore que apresenta a maior altura real?

a) I
b) II
c) III
d) IV
e) V

Resolução

Resposta: D

Resposta da questão 16:
[D]

Sejam h_i e r_i, respectivamente, a altura no desenho e a altura real da árvore i.

Logo, como $\frac{h_i}{r_i} = E$, em que E é a escala adotada, vem

$$\frac{9}{r_I} = \frac{1}{100} \Leftrightarrow r_I = 900 \text{ u.c.},$$

$$\frac{9}{r_{II}} = \frac{2}{100} \Leftrightarrow r_{II} = 450 \text{ u.c.},$$

$$\frac{6}{r_{III}} = \frac{2}{300} \Leftrightarrow r_{III} = 900 \text{ u.c.},$$

$$\frac{4,5}{r_{IV}} = \frac{1}{300} \Leftrightarrow r_{IV} = 1350 \text{ u.c.}$$

e

$$\frac{4,5}{r_{IV}} = \frac{2}{300} \Leftrightarrow r_{IV} = 675 \text{ u.c.}$$

Portanto, a árvore IV tem a maior altura real.

Resolução reproduzida da referência 3.

Item 061

2012 | R3-01-17

Fonte: referência 3, página 5.

17. (Enem 2012) O losango representado na Figura 1 foi formado pela união dos centros das quatro circunferências tangentes, de raios de mesma medida.

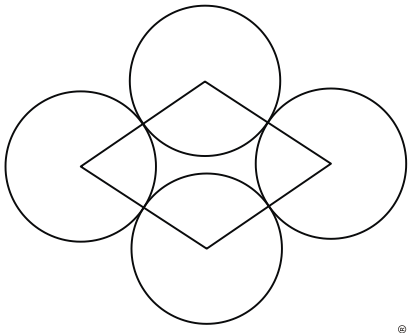


Figura 1

Interbits®

Dobrando-se o raio de duas das circunferências centradas em vértices opostos do losango e ainda mantendo-se a configuração das tangências, obtém-se uma situação conforme ilustrada pela Figura 2.

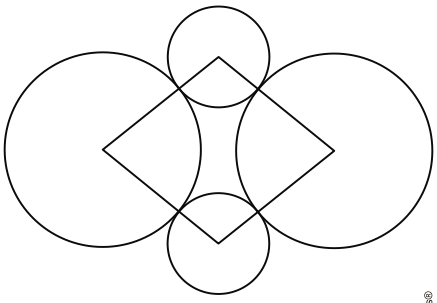


Figura 2

Interbits®

O perímetro do losango da Figura 2, quando comparado ao perímetro do losango da Figura 1, teve um aumento de
a) 300%.
b) 200%.
c) 150%.
d) 100%.
e) 50%.

Resolução

Resposta: E

Resposta da questão 17:
[E]

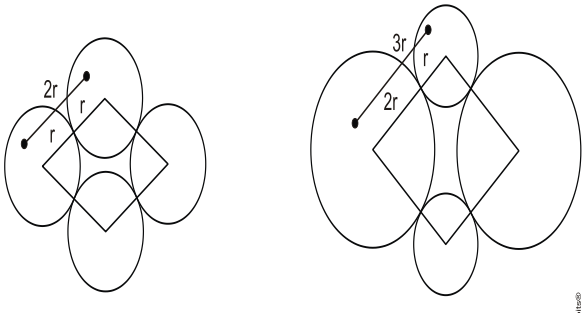


Figura 1 Figura 2

Interbits®

Perímetro do losango 1: $P_1 = 4 \cdot (2r) = 8 \cdot r.$

Perímetro do losango 2: $P_2 = 4 \cdot (3r) = 12r.$

Aumento do perímetro em porcentagem:

$$\frac{12r - 8r}{8r} = 0,5 = 50\%.$$

Resolução reproduzida da referência 3.

Item 062

2012 | R3-01-18

Fonte: referência 3, página 5.

18. (Enem 2012) A cerâmica possui a propriedade da contração, que consiste na evaporação da água existente em um conjunto ou bloco cerâmico submetido a uma determinada temperatura elevada: em seu lugar aparecendo "espaços vazios" que tendem a se aproximar. No lugar antes ocupado pela água vão ficando lacunas e, consequentemente, o conjunto tende a retrair-se. Considere que no processo de cozimento a cerâmica de argila sofra uma contração, em dimensões lineares, de 20%.

Disponível em: www.arq.ufsc.br. Acesso em: 30 mar. 2012 (adaptado).

Levando em consideração o processo de cozimento e a contração sofrida, o volume V de uma travessa de argila, de forma cúbica de aresta a, diminui para um valor que é

a) 20% menor que V, uma vez que o volume do cubo é diretamente proporcional ao comprimento de seu lado.
b) 36% menor que V, porque a área da base diminui de a^2 para $((1 – 0,2)a)^2$.
c) 48,8% menor que V, porque o volume diminui de a^3 para $(0,8a)^3$.
d) 51,2% menor que V, porque cada lado diminui para 80% do comprimento original.
e) 60% menor que V, porque cada lado diminui 20%.

Resolução

Resposta: C

Resposta da questão 18:
[C]

Volume de um cubo de aresta a : $V_1 = a^3$

Medida da aresta do cubo depois da contração: $a.(1 – 0,20)a = 0,8.a$

Volume do cubo depois da contração: $V_2 = (0,8a)^3 = 0,512.a^3$

Diferença entre os volumes: $a^3 – 0,512.a^3 = 0,488.a^3 =$ 48,8% de a^3

Resolução reproduzida da referência 3.

Item 063

Fonte: referência 3, página 5.

19. (Enem 2012) Arthur deseja comprar um terreno de Cléber, que lhe oferece as seguintes possibilidades de pagamento:

- Opção 1: Pagar à vista, por $R\$\ 55.000,00$.
- Opção 2: Pagar a prazo, dando uma entrada de $R\$\ 30.000,00$, e mais uma prestação de $R\$\ 26.000,00$ para dali a 6 meses.
- Opção 3: Pagar a prazo, dando uma entrada de $R\$\ 20.000,00$, mais uma prestação de $R\$\ 20.000,00$, para dali a 6 meses e outra de $R\$\ 18.000,00$ para dali a 12 meses da data da compra.
- Opção 4: Pagar a prazo dando uma entrada de $R\$\ 15.000,00$ e o restante em 1 ano da data da compra, pagando $R\$\ 39.000,00$.
- Opção 5: pagar a prazo, dali a um ano, o valor de $R\$\ 60.000,00$.

Arthur tem o dinheiro para pagar a vista, mas avalia se não seria melhor aplicar o dinheiro do valor à vista (ou até um valor menor), em um investimento, com rentabilidade de 10% ao semestre, resgatando os valores à medida que as prestações da opção escolhida fossem vencendo.
Após avaliar a situação do ponto financeiro e das condições apresentadas, Arthur concluiu que era mais vantajoso financeiramente escolher a opção

a) 1.
b) 2.
c) 3.
d) 4.
e) 5.

Resolução

Resposta: D

Resposta da questão 19:
[D]

Considerando a data da compra como data focal, segue que o valor atual dos pagamentos é de:

- $30000 + \frac{26000}{1,1} \cong R\$\ 53.636,36$ na opção 2;
- $20000 + \frac{20000}{1,1} + \frac{18000}{1,1^2} \cong R\$\ 53.057,85$ na opção 3;
- $15000 + \frac{39000}{1,1^2} \cong R\$\ 47.231,40$ na opção 4;
- $\frac{60000}{1,1^2} \cong R\$\ 49.586,78$ na opção 5.

Portanto, a opção 4 é a que implica em menor custo para Arthur.

Resolução reproduzida da referência 3.

Item 064

2012 | R3-01-20

Fonte: referência 3, página 6.

20. (Enem 2012) Um laboratório realiza exames em que é possível observar a taxa de glicose de uma pessoa. Os resultados são analisados de acordo com o quadro a seguir.

Hipoglicemia	taxa de glicose menor ou igual a 70 mg/dL
Normal	taxa de glicose maior que 70 mg/dL e menor ou igual a 100 mg/dL
Pré-diabetes	taxa de glicose maior que 100 mg/dL e menor ou igual a 125 mg/dL
Diabetes Melito	taxa de glicose maior que 125 mg/dL e menor ou igual a 250 mg/dL
Hiperglicemia	taxa de glicose maior que 250 mg/dL

Um paciente fez um exame de glicose nesse laboratório e comprovou que estavam com hiperglicemia. Sua taxa de glicose era de 300 mg/dL. Seu médico prescreveu um tratamento em duas etapas. Na primeira etapa ele conseguiu reduzir sua taxa em 30% e na segunda etapa em 10%.
Ao calcular sua taxa de glicose após as duas reduções, o paciente verificou que estava na categoria de
a) hipoglicemia.
b) normal.
c) pré-diabetes.
d) diabetes melito.
e) hiperglicemia.

Resolução

Resposta: D

Resposta da questão 20:
[D]

Taxa de glicose após a primeira etapa:
$300(1-0,3)=210$ mg/dL.

Taxa de glicose após a segunda etapa:
$210(1-0,1)=189$ mg/dL.

Portanto, o paciente verificou que estava na categoria de diabetes melito.

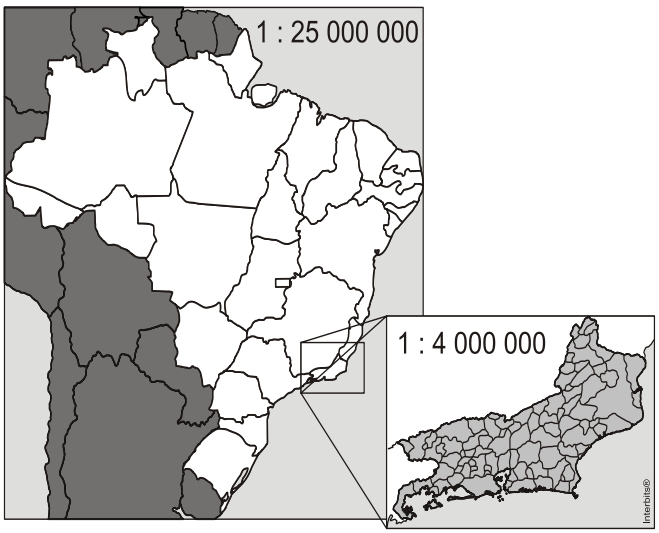
Resolução reproduzida da referência 3.

Item 065

2013 | R3-01-01

Fonte: referência 3, página 2.

1. (Enem 2013) A figura apresenta dois mapas, em que o estado do Rio de Janeiro é visto em diferentes escalas.



Há interesse em estimar o número de vezes que foi ampliada a área correspondente a esse estado no mapa do Brasil.

Esse número é
a) menor que 10.
b) maior que 10 e menor que 20.
c) maior que 20 e menor que 30.
d) maior que 30 e menor que 40.
e) maior que 40.

Resolução

Resposta: D

Resposta da questão 1:
[D]

Sejam L e L', tais que $L = \frac{1}{25000000}$ e $L' = \frac{1}{4000000}$.

Desse modo,

$$\frac{L'}{L} = \frac{\frac{1}{4000000}}{\frac{1}{25000000}} \Leftrightarrow \frac{L'}{L} = \frac{25}{4},$$

e, portanto,

$$\left(\frac{L'}{L}\right)^2 = \left(\frac{25}{4}\right)^2 \Rightarrow L'^2 \cong 39{,}06L^2,$$

ou seja, a área destacada no mapa foi ampliada aproximadamente $39{,}06$ vezes.

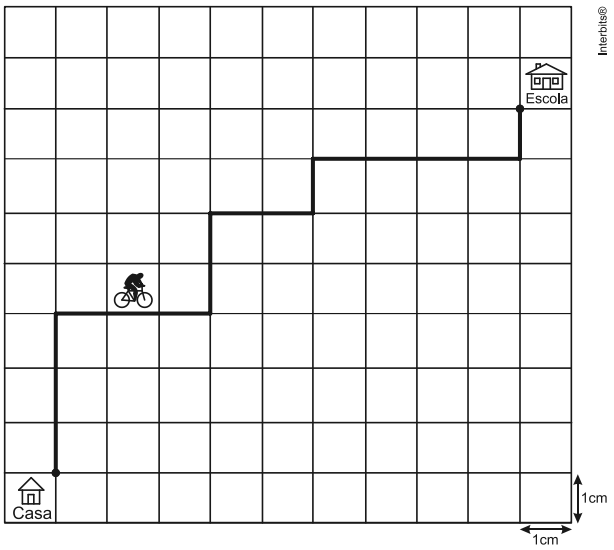
Resolução reproduzida da referência 3.

Item 066

2013 | R3-01-02

Fonte: referência 3, página 2.

2. (Enem 2013) A Secretaria de Saúde de um município avalia um programa que disponibiliza, para cada aluno de uma escola municipal, uma bicicleta, que deve ser usada no trajeto de ida e volta, entre sua casa e a escola. Na fase de implantação do programa, o aluno que morava mais distante da escola realizou sempre o mesmo trajeto, representado na figura, na escala $1:25000$, por um período de cinco dias.



Quantos quilômetros esse aluno percorreu na fase de implantação do programa?

a) 4
b) 8
c) 16
d) 20
e) 40

Resolução

Resposta: E

Resposta da questão 2:
[E]

A distância total percorrida pelo aluno no mapa foi de $5\cdot 2\cdot(7+9)=160\,\text{cm}$. Sendo d a distância real percorrida e $1:25000$ a escala, temos

$$\frac{160}{d}=\frac{1}{25000}\Leftrightarrow d=4\cdot 10^{6}\,\text{cm}$$

$$\Leftrightarrow d=\frac{4\cdot 10^{6}}{10^{5}}\,\text{km}$$

$$\Leftrightarrow d=40\,\text{km}.$$

Resolução reproduzida da referência 3.

Item 067

2013 | R3-01-03

Fonte: referência 3, página 2.

3. (Enem 2013) Uma indústria tem um reservatório de água com capacidade para 900 m^3. Quando há necessidade de limpeza do reservatório, toda a água precisa ser escoada. O escoamento da água é feito por seis ralos, e dura 6 horas quando o reservatório está cheio. Esta indústria construirá um novo reservatório, com capacidade de 500 m^3, cujo escoamento da água deverá ser realizado em 4 horas, quando o reservatório estiver cheio. Os ralos utilizados no novo reservatório deverão ser idênticos aos do já existente.

A quantidade de ralos do novo reservatório deverá ser igual a

a) 2.
b) 4.
c) 5.
d) 8.
e) 9.

Resolução

Resposta: C

Resposta da questão 3:
[C]

Sejam n, V e $t,$ respectivamente, o número de ralos, o volume a ser escoado e o tempo de escoamento. Logo,

$$n = k \cdot \frac{V}{t},$$

com k sendo a constante de proporcionalidade.

Para $n = 6,\ V = 900\ m^3$ e $t = 6\ h,$ temos

$$6 = k \cdot \frac{900}{6} \Leftrightarrow k = \frac{1}{25}.$$

Portanto, se $V' = 500\ m^3$ e $t' = 4\ h,$ vem

$$n' = \frac{1}{25} \cdot \frac{500}{4} = 5,$$

que é o resultado procurado.

Resolução reproduzida da referência 3.

Item 068

2013 | R3-01-04

Fonte: referência 3, página 2.

4. (Enem 2013) Para se construir um contrapiso, é comum, na constituição do concreto, se utilizar cimento, areia e brita, na seguinte proporção: 1 parte de cimento, 4 partes de areia e 2 partes de brita. Para construir o contrapiso de uma garagem, uma construtora encomendou um caminhão betoneira com $14 m^3$ de concreto.

Qual é o volume de cimento, em m^3, na carga de concreto trazido pela betoneira?
a) 1,75
b) 2,00
c) 2,33
d) 4,00
e) 8,00

Resolução **Resposta: B**

Resposta da questão 4:
[B]

Sejam a, b e c, respectivamente, os volumes de areia, brita e cimento tais que

$$a + b + c = 14 \text{ e } \frac{a}{4} = \frac{b}{2} = c = k,$$

com k sendo a constante de proporcionalidade.

Desse modo, tem-se que

$$4k + 2k + k = 14 \Leftrightarrow k = 2$$

e, portanto, $c = 2{,}00\ m^3$.

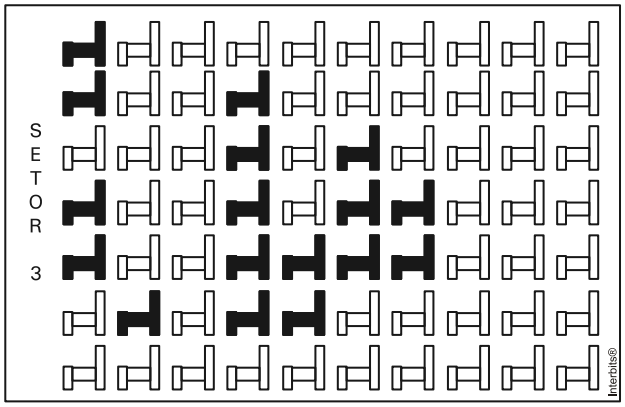
Resolução reproduzida da referência 3.

Item 069

2013 | R3-01-05

Fonte: referência 3, página 3.

5. (Enem 2013) Em um certo teatro, as poltronas são divididas em setores. A figura apresenta a vista do setor 3 desse teatro, no qual as cadeiras escuras estão reservadas e as claras não foram vendidas.



A razão que representa a quantidade de cadeiras reservadas do setor 3 em relação ao total de cadeiras desse mesmo setor é

a) $\frac{17}{70}$

b) $\frac{17}{53}$

c) $\frac{53}{70}$

d) $\frac{53}{17}$

e) $\frac{70}{17}$

Resolução

Resposta: A

Resposta da questão 5:
[A]

A razão pedida é dada por $\frac{17}{7 \cdot 10} = \frac{17}{70}$.

Resolução reproduzida da referência 3.

Item 070

2013 | R3-01-06

Fonte: referência 3, página 3.

6. (Enem 2013) Muitos processos fisiológicos e bioquímicos, tais como batimentos cardíacos e taxa de respiração, apresentam escalas construídas a partir da relação entre superfície e massa (ou volume) do animal. Uma dessas escalas, por exemplo, considera que "o cubo da área S da superfície de um mamífero é proporcional ao quadrado de sua massa M".

HUGHES-HALLETT, D. et al. *Cálculo e aplicações*. São Paulo: Edgard Blücher, 1999 (adaptado).

Isso é equivalente a dizer que, para uma constante $k > 0$, a área S pode ser escrita em função de M por meio da expressão:

a) $S = k \cdot M$

b) $S = k \cdot M^{\frac{1}{3}}$

c) $S = k^{\frac{1}{3}} \cdot M^{\frac{1}{3}}$

d) $S = k^{\frac{1}{3}} \cdot M^{\frac{2}{3}}$

e) $S = k^{\frac{1}{3}} \cdot M^{2}$

Resolução

Resposta: D

Resposta da questão 6:
[D]

Sendo S a área da superfície do mamífero e M a sua massa, temos:

$$S^3 = k \cdot M^2 \Leftrightarrow S = (k \cdot M^2)^{\frac{1}{3}}$$
$$\Leftrightarrow S = k^{\frac{1}{3}} \cdot M^{\frac{2}{3}}.$$

Resolução reproduzida da referência 3.

Item 071

2013 | R3-01-07

Fonte: referência 3, página 3.

7. (Enem 2013) O contribuinte que vende mais de R$ 20 mil de ações em Bolsa de Valores em um mês deverá pagar Imposto de Renda. O pagamento para a Receita Federal consistirá em 15% do lucro obtido com a venda das ações.

Disponível em: www1.folha.uol.com.br. Acesso em: 26 abr. 2010 (adaptado).

Um contribuinte que vende por R$ 34 mil um lote de ações que custou R$ 26 mil terá de pagar de Imposto de Renda à Receita Federal o valor de

a) R$ 900,00.
b) R$ 1200,00.
c) R$ 2100,00.
d) R$ 3900,00.
e) R$ 5100,00.

Resolução

Resposta: B

Resposta da questão 7:
[B]

O resultado pedido é dado por

$$0,15 \cdot (34 - 26) \cdot 1000 = \text{R\$ } 1.200,00.$$

Resolução reproduzida da referência 3.

Item 072

2013 | R3-01-08

Fonte: referência 3, página 3.

8. (Enem 2013) Para aumentar as vendas no início do ano, uma loja de departamentos remarcou os preços de seus produtos 20% abaixo do preço original. Quando chegam ao caixa, os clientes que possuem o cartão fidelidade da loja têm direito a um desconto adicional de 10% sobre o valor total de suas compras.
Um cliente deseja comprar um produto que custava R$50,00 antes da remarcação de preços. Ele não possui o cartão fidelidade da loja.

Caso esse cliente possuísse o cartão fidelidade da loja, a economia adicional que obteria ao efetuar a compra, em reais, seria de
a) 15,00.
b) 14,00.
c) 10,00.
d) 5,00.
e) 4,00.

Resolução

Resposta: E

Resposta da questão 8:
[E]

Como o cliente não possui o cartão fidelidade, o valor pago é igual a $0,8 \cdot 50 = \text{R\$ } 40,00$. Por outro lado, se o cliente possuísse o cartão fidelidade, a economia adicional seria de $0,1 \cdot 40 = \text{R\$ } 4,00$.

Resolução reproduzida da referência 3.

Item 073

2013 | R3-01-09

Fonte: referência 3, página 3.

9. (Enem 2013) Um comerciante visita um centro de vendas para fazer cotação de preços dos produtos que deseja comprar. Verifica que se aproveita 100% da quantidade adquirida de produtos do tipo A, mas apenas 90% de produtos do tipo B. Esse comerciante deseja comprar uma quantidade de produtos, obtendo o menor custo/benefício em cada um deles. O quadro mostra o preço por quilograma, em reais, de cada produto comercializado.

Produto	Tipo A	Tipo B
Arroz	2,00	1,70
Feijão	4,50	4,10
Soja	3,80	3,50
Milho	6,00	5,30

Os tipos de arroz, feijão, soja e milho que devem ser escolhidos pelo comerciante são, respectivamente,
a) A, A, A, A.
b) A, B, A, B.
c) A, B, B, A.
d) B, A, A, B.
e) B, B, B, B.

Resolução

Resposta: D

Resposta da questão 9:
[D]

Considere a tabela abaixo, em que a coluna Tipo B apresenta o custo efetivo de 1kg dos produtos listados.

Produto	Tipo A	Tipo B
Arroz	$2,00$	$\frac{1,7}{0,9} \cong 1,89$
Feijão	$4,50$	$\frac{4,1}{0,9} \cong 4,56$
Soja	$3,80$	$\frac{3,5}{0,9} \cong 3,89$
Milho	$6,00$	$\frac{5,3}{0,9} \cong 5,89$

Portanto, a escolha que o comerciante deve fazer é B, A, A, B.

Resolução reproduzida da referência 3.

Item 074

2014 | R1-036

Fonte: referência 1, página 33.

Questão 036 (H3 | ENEM 2014) **Dificuldade 534,7**

Uma ponte precisa ser dimensionada de forma que possa ter três pontos de sustentação. Sabe-se que a carga máxima suportada pela ponte será de 12 t. O ponto de sustentação central receberá 60% da carga da ponte, e o restante da carga será distribuído igualmente entre os outros dois pontos de sustentação.

No caso de carga máxima, as cargas recebidas pelos três pontos de sustentação serão, respectivamente,

(A) 1,8 t;8,4 t; 1,8 t.

(B) 3,0 t; 6,0 t; 3,0 t.

(C) 2,4 t; 7,2 t; 2,4 t.

(D) 3,6 t; 4,8 t; 3,6 t.

(E) 4,2 t; 3,6 t; 4,2 t.

Resolução **Resposta: C**

O apoio central recebe $0{,}60 \cdot 12 = 7{,}2$ t. Os 4,8 t restantes são divididos igualmente entre os dois apoios laterais: $4{,}8/2 = 2{,}4$ t em cada um.

Item 075

2014 | R1-039

Fonte: referência 1, página 33.

Questão 039 (H3 | ENEM 2014) **Dificuldade 622,4**

O Brasil é um país com uma vantagem econômica clara no terreno dos recursos naturais, dispondo de uma das maiores áreas com vocação agrícola do mundo. Especialistas calculam que, dos 853 milhões de hectares do país, as cidades, as reservas indígenas e as áreas de preservação, incluindo florestas e mananciais, cubram por volta de 470 milhões de hectares. Aproximadamente 280 milhões se destinam à agropecuária, 200 milhões para pastagens e 80 milhões para a agricultura, somadas as lavouras anuais e as perenes, como o café e a fruticultura.

FORTES, G. Recuperação de pastagens é alternativa para ampliar cultivos. Folha de S. Paulo, 30 out. 2011.

De acordo com os dados apresentados, o percentual correspondente à área utilizada para agricultura em relação à área do território brasileiro é mais próximo de

(A) 32,8%.

(B) 28,6%.

(C) 10,7%.

(D) 9,4%.

(E) 8,0%.

Resolução **Resposta: D**

A agricultura utiliza 80 milhões de hectares entre 853 milhões. Assim, $100 \cdot 80/853 \approx 9{,}38\%$, valor mais próximo de 9,4%.

Item 076

2014 | R1-070

Fonte: referência 1, página 43.

Questão 070 (H4 | ENEM 2014) **Dificuldade 743,6**

Os vidros para veículos produzidos por certo fabricante têm transparências entre 70% e 90%, dependendo do lote fabricado. Isso significa que, quando um feixe luminoso incide no vidro, uma parte entre 70% e 90% da luz consegue atravessá-lo. Os veículos equipados com vidros desse fabricante terão instaladas, nos vidros das portas, películas protetoras cuja transparência, dependendo do lote fabricado, estará entre 50% e 70%. Considere que uma porcentagem P da intensidade da luz, proveniente de uma fonte externa, atravessa o vidro e a película.

De acordo com as informações, o intervalo das porcentagens que representam a variação total possível de P é

(A) [35 ; 63].

(B) [40 ; 63].

(C) [50 ; 70].

(D) [50 ; 90].

(E) [70 ; 90].

Resolução **Resposta: A**

As transparências se multiplicam. O mínimo é $0{,}70 \cdot 0{,}50 = 0{,}35$ e o máximo é $0{,}90 \cdot 0{,}70 = 0{,}63$. Portanto, $35\% \leq P \leq 63\%$.

Item 077

2014 | R1-082

Fonte: referência 1, página 47.

Questão 082 (H5 | ENEM 2014) **Dificuldade 732,2**

Em uma cidade, o valor total da conta de energia elétrica é obtido pelo produto entre o consumo (em kWh) e o valor da tarifa do kWh (com tributos), adicionado à Cosip (contribuição para custeio da iluminação pública), conforme a expressão:

Valor do kWh (com tributos) x consumo (em kWh) + Cosip

O valor da Cosip é fixo em cada faixa de consumo. O quadro mostra o valor cobrado para algumas faixas.

Faixa de consumo mensal (kWh)	Valor da Cosip (R$)
Até 80	0,00
Superior a 80 até 100	2,00
Superior a 100 até 140	3,00
Superior a 140 até 200	4,50

Suponha que, em uma residência, todo mês o consumo seja de 150 kWh, e o valor do kWh (com tributos) seja de R$ 0,50. O morador dessa residência pretende diminuir seu consumo mensal de energia elétrica com o objetivo de reduzir o custo total da conta em pelo menos 10%.

Qual deve ser o consumo máximo, em kWh, dessa residência para produzir a redução pretendida pelo morador?

(A) 134,1

(B) 135,0

(C) 137,1

(D) 138,6

(E) 143,1

Resolução **Resposta: C**

A conta inicial é $150 \cdot 0{,}50 + 4{,}50 = 79{,}50$ reais. A meta é no máximo $0{,}90 \cdot 79{,}50 = 71{,}55$. Na faixa de 100 a 140 kWh, a conta é $0{,}50x + 3$. Portanto, $0{,}50x + 3 \leq 71{,}55$, dando $x \leq 137{,}1$ kWh.

Item 078

2014 | R1-170

Fonte: referência 1, página 84.

Questão 170 (H11 | ENEM 2014) **Dificuldade 752,7**

A Figura 1 representa uma gravura retangular com 8 m de comprimento e 6 m de altura.

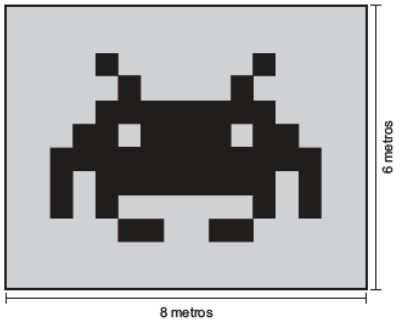


Figura 1

Deseja-se reproduzi-la numa folha de papel retangular com 42 cm de comprimento e 30 cm de altura, deixando livres 3 cm em cada margem, conforme a Figura 2.

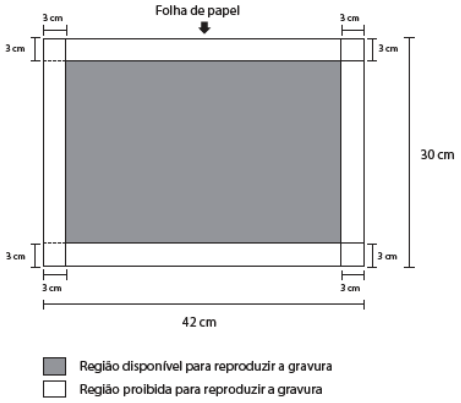


Figura 2

A reprodução da gravura deve ocupar o máximo possível da região disponível, mantendo-se as proporções da Figura 1.

PRADO, A. C. Superinteressante, ed. 301, fev. 2012 (adaptado).

A escala da gravura reproduzida na folha de papel é

A 1 : 3.

B 1 : 4.

C 1 : 20.

D 1 : 25.

E 1 : 32.

Resolução

Resposta: D

Retiradas as margens, ficam 36×24 cm. A gravura tem proporção $8 : 6 = 4 : 3$; usando altura 24 cm, a largura será 32 cm e caberá. A escala é $24/600 = 1/25$.

Item 079

2014 | R1-235

Fonte: referência 1, página 111.

Questão 235 (H16 | ENEM 2014) **Dificuldade 737,6**

Um carpinteiro fabrica portas retangulares maciças, feitas de um mesmo material. Por ter recebido de seus clientes pedidos de portas mais altas, aumentou sua altura em $\frac{1}{8}$, preservando suas espessuras. A fim de manter o custo com o material de cada porta, precisou reduzir a largura.

A razão entre a largura da nova porta e a largura da porta anterior é

(A) $\frac{1}{8}$

(B) $\frac{7}{8}$

(C) $\frac{8}{7}$

(D) $\frac{8}{9}$

(E) $\frac{9}{8}$

Resolução **Resposta: D**

A altura passa a 9/8 da original. Mantendo espessura e volume, a largura deve ser multiplicada pelo fator inverso, 8/9.

Item 080

2014 | R1-240

Fonte: referência 1, página 113.

Questão 240 (H17 | ENEM 2014) **Dificuldade 464,0**

Boliche é um jogo em que se arremessa uma bola sobre uma pista para atingir dez pinos, dispostos em uma formação de base triangular, buscando derrubar o maior número de pinos. A razão entre o total de vezes em que o jogador derruba todos os pinos e o número de jogadas determina seu desempenho.

Em uma disputa entre cinco jogadores, foram obtidos os seguintes resultados:

- Jogador I – Derrubou todos os pinos 50 vezes em 85 jogadas;
- Jogador II – Derrubou todos os pinos 40 vezes em 65 jogadas;
- Jogador III – Derrubou todos os pinos 20 vezes em 65 jogadas;
- Jogador IV – Derrubou todos os pinos 30 vezes em 40 jogadas;
- Jogador V – Derrubou todos os pinos 48 vezes em 90 jogadas.

Qual desses jogadores apresentou maior desempenho?

(A) I

(B) II

(C) III

(D) IV

(E) V

Resolução **Resposta: D**

As razões de desempenho são $50/85 \approx 58{,}8\%$, $40/65 \approx 61{,}5\%$, $20/65 \approx 30{,}8\%$, $30/40 = 75\%$ e $48/90 \approx 53{,}3\%$. O jogador IV tem o maior desempenho.

Item 081

2014 | R1-253

Fonte: referência 1, página 118.

Questão 253 (H18 | ENEM 2014) **Dificuldade 577,8**

Durante uma epidemia de uma gripe viral, o secretário de saúde de um município comprou 16 galões de álcool em gel, com 4 litros de capacidade cada um, para distribuir igualmente em recipientes para 10 escolas públicas do município. O fornecedor dispõe à venda diversos tipos de recipientes, com suas respectivas capacidades listadas:

- Recipiente I: 0,125 litro;
- Recipiente II: 0,250 litro;
- Recipiente III: 0,320 litro;
- Recipiente IV: 0,500 litro;
- Recipiente V: 0,800 litro.

O secretário de saúde comprará recipientes de um mesmo tipo, de modo a instalar 20 deles em cada escola, abastecidos com álcool em gel na sua capacidade máxima, de forma a utilizar todo o gel dos galões de uma só vez.

Que tipo de recipiente o secretário de saúde deve comprar?

(A) I

(B) II

(C) III

(D) IV

(E) V

Resolução **Resposta: C**

Há $16 \cdot 4 = 64$ L de álcool e $10 \cdot 20 = 200$ recipientes. Cada um deve receber $64/200 = 0{,}320$ L: recipiente III.

Item 082

2014 | R1-255

Fonte: referência 1, página 118.

Questão 255 (H18 | ENEM 2014) **Dificuldade 652,4**

Uma organização não governamental divulgou um levantamento de dados realizado em algumas cidades brasileiras sobre saneamento básico. Os resultados indicam que somente 36% do esgoto gerado nessas cidades é tratado, o que mostra que 8 bilhões de litros de esgoto sem nenhum tratamento são lançados todos os dias nas águas.

Uma campanha para melhorar o saneamento básico nessas cidades tem como meta a redução da quantidade de esgoto lançado nas águas diariamente, sem tratamento, para 4 bilhões de litros nos próximos meses. Se o volume de esgoto gerado permanecer o mesmo e a meta dessa campanha se concretizar, o percentual de esgoto tratado passará a ser

(A) 72%.

(B) 68%.

(C) 64%.

(D) 54%.

(E) 18%.

Resolução **Resposta: B**

Os 8 bilhões não tratados representam 64% do total. O volume gerado é $8/0{,}64 = 12{,}5$ bilhões de litros. Com 4 bilhões sem tratamento, serão tratados 8,5 bilhões: $8{,}5/12{,}5 = 68\%$.

Item 083

2014 | R1-258

Fonte: referência 1, página 119.

Questão 258 (H18 | ENEM 2014) **Dificuldade 712,8**

De acordo com a ONU, da água utilizada diariamente,

- 25% são para tomar banho, lavar as mãos e escovar os dentes;
- 33% são utilizados em descarga de banheiro.
- 27% são para cozinhar e beber;
- 15% são para demais atividades.

No Brasil, o consumo de água por pessoa chega, em média, a 200 litros por dia.

O quadro mostra sugestões de consumo moderado de água por pessoa, por dia, em algumas atividades.

Atividade	Consumo total de água na atividade (em litros)
Tomar banho	24,0
Dar descarga	18,0
Lavar as mãos	3,2
Escovar os dentes	2,4
Beber e cozinhar	22,0

Se cada brasileiro adotar o consumo de água indicado no quadro, mantendo o mesmo consumo nas demais atividades, então economizará diariamente, em média, em litros de água,

(A) 30,0.

(B) 69,6.

(C) 100,4.

(D) 130,4.

(E) 170,0.

Resolução **Resposta: C**

As demais atividades continuam consumindo $15\% \cdot 200 = 30$ L. Com as recomendações, o consumo total será $24 + 18 + 3{,}2 + 2{,}4 + 22 + 30 = 99{,}6$ L. A economia é $200 - 99{,}6 = 100{,}4$ L.

Item 084

Fonte: referência 1, página 170.

Questão 376 (H26 | ENEM 2014) **Dificuldade 566,6**

O Ministério da Saúde e as unidades federadas promovem frequentemente campanhas nacionais e locais de incentivo à doação voluntária de sangue, em regiões com menor número de doadores por habitante, com o intuito de manter a regularidade de estoques nos serviços hemoterápicos. Em 2010, foram recolhidos dados sobre o número de doadores e o número de habitantes de cada região conforme o quadro seguinte.

Taxa de doação de sangue, por região, em 2010

Região	Doadores	Número de habitantes	Doadores/ habitantes
Nordeste	820 959	53 081 950	1,5%
Norte	232 079	15 864 454	1,5%
Sudeste	1 521 766	80 364 410	1,9%
Centro-Oeste	362 334	14 058 094	2,6%
Sul	690 391	27 368 891	2,5%
Total	3 627 529	190 755 799	1,9%

Os resultados obtidos permitiram que estados, municípios e o governo federal estabelecessem as regiões prioritárias do país para a intensificação das campanhas de doação de sangue.

A campanha deveria ser intensificada nas regiões em que o percentual de doadores por habitantes fosse menor ou igual ao do país.

Disponível em: http://bvsms.saude.gov.br. Acesso em: 2 ago. 2013 (adaptado).

As regiões brasileiras onde foram intensificadas as campanhas na época são

(A) Norte, Centro-Oeste e Sul.

(B) Norte, Nordeste e Sudeste.

(C) Nordeste, Norte e Sul.

(D) Nordeste, Sudeste e Sul.

(E) Centro-Oeste, Sul e Sudeste.

Resolução **Resposta: B**

Calcule a proporção de doadores em cada região e compare com a proporção nacional, obtida com os totais do país. Norte, Nordeste e Sudeste apresentam percentuais menores ou iguais ao nacional; essas são as regiões prioritárias.

Item 085

2015 | R1-007

Fonte: referência 1, página 22.

Questão 007 (H1 | ENEM 2015) **Dificuldade 596,4**

No contexto da matemática recreativa, utilizando diversos materiais didáticos para motivar seus alunos, uma professora organizou um jogo com um tipo de baralho modificado. No início do jogo, vira-se uma carta do baralho na mesa e cada jogador recebe em mãos nove cartas. Deseja-se formar pares de cartas, sendo a primeira carta a da mesa e a segunda, uma carta na mão do jogador, que tenha um valor equivalente àquele descrito na carta da mesa. O objetivo do jogo é verificar qual jogador consegue o maior número de pares. Iniciado o jogo, a carta virada na mesa e as cartas da mão de um jogador são como no esquema:



Segundo as regras do jogo, quantas cartas da mão desse jogador podem formar um par com a carta da mesa?

A 9

B 7

C 5

D 4

E 3

Resolução **Resposta: E**

A carta central representa $6/8 = 3/4 = 0{,}75 = 75\%$. As cartas 75%, 3/4 e 0,75 têm esse valor. Logo, exatamente 3 cartas formam um par com a carta da mesa.

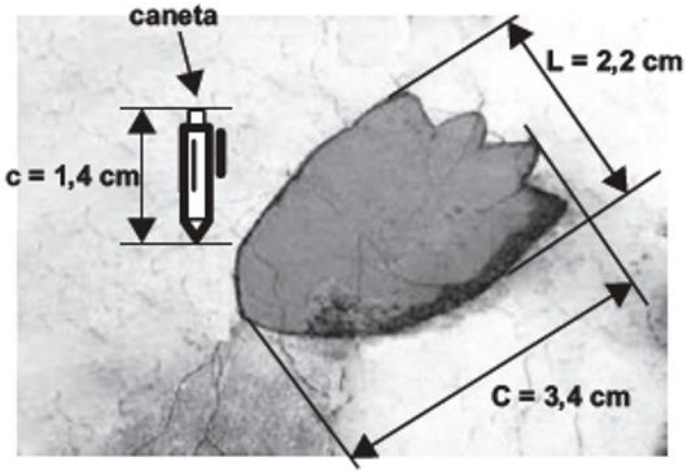
Item 086

2015 | R1-159

Fonte: referência 1, página 81.

Questão 159 (H11 | ENEM 2015) **Dificuldade 610,4**

Um pesquisador, ao explorar uma floresta, fotografou uma caneta de 16,8 cm de comprimento ao lado de uma pegada. O comprimento da caneta (c), a largura (L) e o comprimento (C) da pegada, na fotografia, estão indicados no esquema.



A largura e o comprimento reais da pegada, em centímetros, são, respectivamente, iguais a

- **A** 4,9 e 7,6.
- **B** 8,6 e 9,8.
- **C** 14,2 e 15,4.
- **D** 26,4 e 40,8.
- **E** 27,5 e 42,5.

Resolução **Resposta: D**

A caneta real mede 16,8 cm e sua imagem, 1,4 cm. O fator de ampliação é $16{,}8/1{,}4 = 12$. Assim, a largura real é $2{,}2 \cdot 12 = 26{,}4$ cm e o comprimento é $3{,}4 \cdot 12 = 40{,}8$ cm.

Item 087

2015 | R1-248

Fonte: referência 1, página 115.

Questão 248 (H17 | ENEM 2015) **Dificuldade 760,0**

A insulina é utilizada no tratamento de pacientes com diabetes para o controle glicêmico. Para facilitar sua aplicação, foi desenvolvida uma "caneta" na qual pode ser inserido um refil contendo 3 mL de insulina, como mostra a imagem.



Para controle das aplicações, definiu-se a unidade de insulina como 0,01 mL. Antes de cada aplicação, é necessário descartar 2 unidades de insulina, de forma a retirar possíveis bolhas de ar.

A um paciente foram prescritas duas aplicações diárias: 10 unidades de insulina pela manhã e 10 à noite.

Qual o número máximo de aplicações por refil que o paciente poderá utilizar com a dosagem prescrita?

A 25

B 15

C 13

D 12

E 8

Resolução **Resposta: A**

Cada aplicação consome $10 + 2 = 12$ unidades, ou 0,12 mL, incluindo o descarte. O refil de 3 mL permite $3/0{,}12 = 25$ aplicações.

Item 088

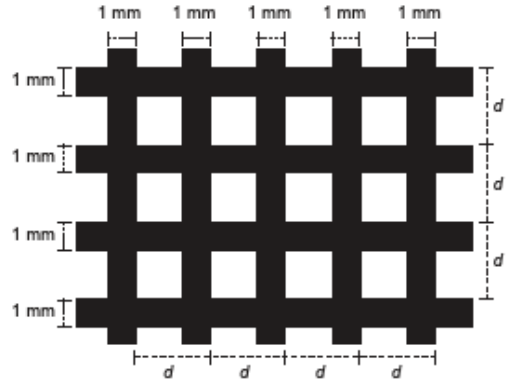
2015 | R1-315

Fonte: referência 1, página 143.

Questão 315 (H21 | ENEM 2015) **Dificuldade 911,4**

Uma indústria produz malhas de proteção solar para serem aplicadas em vidros, de modo a diminuir a passagem de luz, a partir de fitas plásticas entrelaçadas perpendicularmente. Nas direções vertical e horizontal, são aplicadas fitas de 1 milímetro de largura, tal que a distância entre elas é de (d - 1) milímetros, conforme a figura. O material utilizado não permite a passagem da luz, ou seja, somente o raio de luz que atingir as lacunas deixadas pelo entrelaçamento consegue transpor essa proteção.

A taxa de cobertura do vidro é o percentual da área da região coberta pelas fitas da malha, que são colocadas paralelamente às bordas do vidro.



Essa indústria recebeu a encomenda de uma malha de proteção solar para ser aplicada em um vidro retangular de 5 m de largura por 9 m de comprimento.

A medida de d, em milímetros, para que a taxa de cobertura da malha seja de 75% é

A 2.

B 1.

C $\frac{11}{3}$.

D $\frac{4}{3}$.

E $\frac{2}{3}$.

Resolução **Resposta: A**

Em cada célula quadrada de lado d, a abertura tem lado $d-1$. Cobertura de 75% significa abertura de 25%: $(d-1)^2/d^2 = 1/4$. Como $d > 1$, $(d-1)/d = 1/2$, dando $d = 2$ mm.

Item 089

2016 | R1-047

Fonte: referência 1, página 35.

Questão 047 (H3 | ENEM 2016) **Dificuldade 745,3**

Densidade absoluta (d) é a razão entre a massa de um corpo e o volume por ele ocupado. Um professor propôs à sua turma que os alunos analisassem a densidade de três corpos: d_A, d_B, d_C. Os alunos verificaram que o corpo A possuía 1,5 vez a massa do corpo B e esse, por sua vez, tinha $\frac{3}{4}$ da massa do corpo C. Observaram, ainda, que o volume do corpo A era o mesmo do corpo B e 20% maior do que o volume do corpo C.

Após a análise, os alunos ordenaram corretamente as densidades desses corpos da seguinte maneira

(A) $d_B < d_A < d_C$.

(B) $d_B = d_A < d_C$.

(C) $d_C < d_B = d_A$.

(D) $d_B < d_C < d_A$.

(E) $d_C < d_B < d_A$.

Resolução **Resposta: A**

Tome $m_C = 4$ e $V_C = 1$. Então $m_B = 3$, $m_A = 4{,}5$ e $V_A = V_B = 1{,}2$. As densidades proporcionais são $d_B = 2{,}5$, $d_A = 3{,}75$ e $d_C = 4$. Logo, $d_B < d_A < d_C$.

Item 090

2016 | R1-059

Fonte: referência 1, página 39.

Questão 059 (H4 | ENEM 2016) **Dificuldade 616,3**

O LIRAa, Levantamento Rápido do Índice de Infestação por Aedes aegypti, consiste num mapeamento da infestação do mosquito Aedes aegypti. O LIRAa é dado pelo percentual do número de imóveis com focos do mosquito, entre os escolhidos de uma região em avaliação.

O serviço de vigilância sanitária de um município, no mês de outubro do ano corrente, analisou o LIRAa de cinco bairros que apresentaram o maior índice de infestação no ano anterior. Os dados obtidos para cada bairro foram:

I. 14 imóveis com focos de mosquito em 400 imóveis no bairro;
II. 6 imóveis com focos de mosquito em 500 imóveis no bairro;
III. 13 imóveis com focos de mosquito em 520 imóveis no bairro;
IV. 9 imóveis com focos de mosquito em 360 imóveis no bairro;
V. 15 imóveis com focos de mosquito em 500 imóveis no bairro.

O setor de dedetização do município definiu que o direcionamento das ações de controle iniciará pelo bairro que apresentou o maior índice do LIRAa.

Disponível em: http://bvsms.saude.gov.br. Acesso em: 28 out. 2015.

As ações de controle iniciarão pelo bairro

(A) I.
(B) II.
(C) III.
(D) IV.
(E) V.

Resolução **Resposta: A**

Os percentuais de infestação dos bairros I a V são, respectivamente, $14/400 = 3{,}5\%$, $6/500 = 1{,}2\%$, $13/520 = 2{,}5\%$, $9/360 = 2{,}5\%$ e $15/500 = 3\%$. O maior índice é o do bairro I.

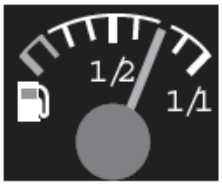
Item 091

2016 | R1-066

Fonte: referência 1, página 42.

Questão 066 (H4 | ENEM 2016) **Dificuldade 684,5**

No tanque de um certo carro de passeio cabem até 50 L de combustível, e o rendimento médio deste carro na estrada é de 15 km/L de combustível. Ao sair para uma viagem de 600 km o motorista observou que o marcador de combustível estava exatamente sobre uma das marcas da escala divisória do medidor, conforme figura a seguir.



Como o motorista conhece o percurso, sabe que existem, até a chegada a seu destino, cinco postos de abastecimento de combustível, localizados a 150 km, 187 km, 450 km, 500 km e 570 km do ponto de partida.

Qual a máxima distância, em quilômetro, que poderá percorrer até ser necessário reabastecer o veículo, de modo a não ficar sem combustível na estrada?

(A) 570

(B) 500

(C) 450

(D) 187

(E) 150

Resolução **Resposta: B**

O marcador indica $3/4$ do tanque, isto é, $50 \cdot 3/4 = 37{,}5$ L. A autonomia é $37{,}5 \cdot 15 = 562{,}5$ km. O último posto alcançável antes de esgotar o combustível é o situado a 500 km.

Item 092

Fonte: referência 1, página 46.

Questão 078 (H5 | ENEM 2016) **Dificuldade 647,1**

Uma pessoa comercializa picolés. No segundo dia de certo evento ela comprou 4 caixas de picolés, pagando R$ 16,00 a caixa com 20 picolés para revendê-los no evento.

No dia anterior, ela havia comprado a mesma quantidade de picolés, pagando a mesma quantia, e obtendo um lucro de R$ 40,00 (obtido exclusivamente pela diferença entre o valor de venda e o de compra dos picolés) com a venda de todos os picolés que possuía.

Pesquisando o perfil do público que estará presente no evento, a pessoa avalia que será possível obter um lucro 20% maior do que o obtido com a venda no primeiro dia do evento.

Para atingir seu objetivo, e supondo que todos os picolés disponíveis foram vendidos no segundo dia, o valor de venda de cada picolé, no segundo dia, deve ser

(A) R$ 0,96.

(B) R$ 1,00.

(C) R$ 1,40.

(D) R$ 1,50.

(E) R$ 1,56.

Resolução **Resposta: C**

O custo dos 80 picolés é $4 \cdot 16 = 64$ reais. O lucro desejado é $40 \cdot 1{,}20 = 48$ reais. A receita deve ser $64 + 48 = 112$ reais, ou $112/80 = 1{,}40$ real por picolé.

Item 093

2016 | R1-164

Fonte: referência 1, página 82.

Questão 164 (H11 | ENEM 2016) **Dificuldade 663,2**

Em uma empresa de móveis, um cliente encomenda um guarda-roupa nas dimensões 220 cm de altura, 120 cm de largura e 50 cm de profundidade. Alguns dias depois, o projetista, com o desenho elaborado na escala 1 : 8, entra em contato com o cliente para fazer sua apresentação. No momento da impressão, o profissional percebe que o desenho não caberia na folha de papel que costumava usar. Para resolver o problema, configurou a impressora para que a figura fosse reduzida em 20%

A altura, a largura e a profundidade do desenho impresso para a apresentação serão, respectivamente,

A 22,00 cm, 12,00 cm e 5,00 cm.

B 27,50 cm, 15,00 cm e 6,25 cm.

C 34,37 cm, 18,75 cm e 7,81 cm.

D 35,20 cm, 19,20 cm e 8,00 cm.

E 44,00 cm, 24,00 cm e 10,00 cm.

Resolução **Resposta: A**

A redução da impressora multiplica todas as medidas por 0,8. O fator final é $\frac{1}{8} \cdot 0{,}8 = 0{,}1$. As medidas impressas serão 22 cm, 12 cm e 5 cm.

Item 094

2016 | R1-179

Fonte: referência 1, página 87.

Questão 179 (H12 | ENEM 2016) **Dificuldade 690,2**

Um paciente necessita de reidratação endovenosa feita por meio de cinco frascos de soro durante 24 h. Cada frasco tem um volume de 800 mL de soro. Nas primeiras quatro horas, deverá receber 40% do total a ser aplicado. Cada mililitro de soro corresponde a 12 gotas.

O número de gotas por minuto que o paciente deverá receber após as quatro primeiras horas será

(A) 16.

(B) 20.

(C) 24.

(D) 34.

(E) 40.

Resolução **Resposta: C**

O total é $5 \cdot 800 = 4000$ mL. Após as primeiras quatro horas, restam $60\% \cdot 4000 = 2400$ mL para 20 h, ou 1200 min. São $2400 \cdot 12/1200 = 24$ gotas por minuto.

Item 095

2016 | R1-188

Fonte: referência 1, página 90.

Questão 188 (H13 | ENEM 2016) **Dificuldade 580,3**

Cinco marcas de pão integral apresentam as seguintes concentrações de fibras (massa de fibra por massa de pão)

- Marca A: 2 g de fibras a cada 50 g de pão;
- Marca B: 5 g de fibras a cada 40 g de pão;
- Marca C: 5 g de fibras a cada 100 g de pão;
- Marca D: 6 g de fibras a cada 90 g de pão;
- Marca E: 7 g de fibras a cada 70 g de pão.

Recomenda-se a ingestão do pão que possui a maior concentração de fibras.

Disponível em: www.blog.saude.gov.br. Acesso em: 25 fev. 2013.

A marca a ser escolhida é

(A) A. (B) B. (C) C. (D) D. (E) E.

Resolução **Resposta: B**

Compare fibras por grama de pão: A, $2/50 = 4\%$; B, $5/40 = 12{,}5\%$; C, 5%; D, $6/90 \approx 6{,}67\%$; E, $7/70 = 10\%$. A maior concentração é a da marca B.

Item 096

2016 | R1-223

Fonte: referência 1, página 107.

Questão 223 (H15 | ENEM 2016) **Dificuldade 743,3**

Para a construção de isolamento acústico numa parede cuja área mede 9 m^2, sabe-se que, se a fonte sonora estiver a 3 m do plano da parede, o custo é de R$ 500,00. Nesse tipo de isolamento, a espessura do material que reveste a parede é inversamente proporcional ao quadrado da distância até a fonte sonora, e o custo é diretamente proporcional ao volume do material do revestimento.

Uma expressão que fornece o custo para revestir uma parede de área A (em metro quadrado), situada a D metros da fonte sonora, é

(A) $\frac{500 \cdot 81}{A \cdot D^2}$.

(B) $\frac{500 \cdot A}{D^2}$.

(C) $\frac{500 \cdot D^2}{A}$.

(D) $\frac{500 \cdot A \cdot D^2}{81}$.

(E) $\frac{500 \cdot 3 \cdot D^2}{A}$.

Resolução **Resposta: B**

O custo obedece a $C = kA/D^2$. Usando $A = 9$, $D = 3$ e $C = 500$, obtém-se $k = 500$. Logo, $C = 500A/D^2$.

Item 097

2016 | R1-232

Fonte: referência 1, página 110.

Questão 232 (H16 | ENEM 2016) **Dificuldade 697,0**

Para garantir a segurança de um grande evento público que terá início às 4 h da tarde, um organizador precisa monitorar a quantidade de pessoas presentes em cada instante. Para cada 2 000 pessoas se faz necessária a presença de um policial. Além disso, estima-se uma densidade de quatro pessoas por metro quadrado de área de terreno ocupado. Às 10 h da manhã, o organizador verifica que a área de terreno já ocupada equivale a um quadrado com lados medindo 500 m. Porém, nas horas seguintes, espera-se que o público aumente a uma taxa de 120 000 pessoas por hora até o início do evento, quando não será mais permitida a entrada de público.

Quantos policiais serão necessários no início do evento para garantir a segurança?

(A) 360

(B) 485

(C) 560

(D) 740

(E) 860

Resolução **Resposta: E**

Às 10 h, há $500^2 \cdot 4 = 1000000$ pessoas. Até as 16 h chegam mais $6 \cdot 120000 = 720000$. Para 1720000 pessoas, são necessários $1720000/2000 = 860$ policiais.

Item 098

Fonte: referência 1, página 114.

Questão 243 (H17 | ENEM 2016) **Dificuldade 600,6**

Diante da hipótese do comprometimento da qualidade da água retirada do volume morto de alguns sistemas hídricos, os técnicos de um laboratório decidiram testar cinco tipos de filtros de água.

Dentre esses, os quatro com melhor desempenho serão escolhidos para futura comercialização.

Nos testes, foram medidas as massas de agentes contaminantes, em miligrama, que não são capturados por cada filtro em diferentes períodos, em dia, como segue:

- Filtro 1 (F1): 18 mg em 6 dias;
- Filtro 2 (F2): 15 mg em 3 dias;
- Filtro 3 (F3): 18 mg em 4 dias;
- Filtro 4 (F4): 6 mg em 3 dias;
- Filtro 5 (F5): 3 mg em 2 dias.

Ao final, descarta-se o filtro com a maior razão entre a medida da massa de contaminantes não capturados e o número de dias, o que corresponde ao de pior desempenho.

Disponível em: www.redebrasilatual.com.br. Acesso em: 12 jul. 2015 (adaptado).

O filtro descartado é o

A) F1.

B) F2.

C) F3.

D) F4.

E) F5.

Resolução **Resposta: B**

As taxas de contaminantes não capturados são 3, 5, 4,5, 2 e 1,5 mg/dia. A maior é 5 mg/dia, do filtro F2, que deve ser descartado.

Item 099

Fonte: referência 1, página 116.

Questão 249 (H17 | ENEM 2016) **Dificuldade 768,5**

De forma geral, os pneus radiais trazem em sua lateral uma marcação do tipo abc/deRfg, como 185/65R15. Essa marcação identifica as medidas do pneu da seguinte forma:

- abc é a medida da largura do pneu, em milímetro;
- de é igual ao produto de 100 pela razão entre a medida da altura (em milímetro) e a medida da largura do pneu (em milímetro);
- R significa radial;
- fg é a medida do diâmetro interno do pneu, em polegada.

A figura ilustra as variáveis relacionadas com esses dados.



O proprietário de um veículo precisa trocar os pneus de seu carro e, ao chegar a uma loja, é informado por um vendedor que há somente pneus com os seguintes códigos: 175/65R15, 175/75R15, 175/80R15, 185/60R15 e 205/55R15. Analisando, juntamente como vendedor, as opções de pneus disponíveis, concluem que o pneu mais adequado para seu veículo é o que tem a menor altura.

Desta forma, o proprietário do veículo deverá comprar o pneu com a marcação

A 205/55R15.

B 175/65R15.

C 175/75R15.

D 175/80R15.

E 185/60R15.

Resolução **Resposta: E**

A altura é a largura multiplicada pelo percentual indicado. Nas cinco marcas, obtêm-se 113,75; 131,25; 140; 111 e 112,75 mm, na ordem apresentada no texto. A menor altura é a do pneu 185/60R15.

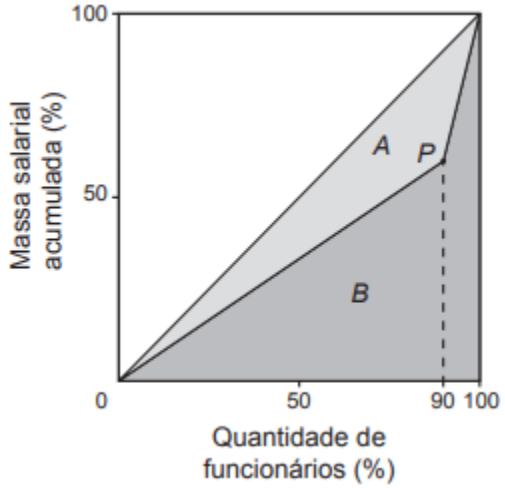
Item 100

Fonte: referência 1, página 123.

Questão 267 (H18 | ENEM 2016) **Dificuld. 1512,4**

A distribuição de salários pagos em uma empresa pode ser analisada destacando-se a parcela do total da massa salarial que é paga aos 10% que recebem os maiores salários. Isso pode ser representado na forma de um gráfico formado por dois segmentos de reta, unidos em um ponto P, cuja abscissa tem valor igual a 90, como ilustrado na figura.

No eixo horizontal do gráfico tem-se o percentual de funcionários, ordenados de forma crescente pelos valores de seus salários, e no eixo vertical tem-se o percentual do total da massa salarial de todos os funcionários.



O Índice de Gini, que mede o grau de concentração de renda de um determinado grupo, pode ser calculado pela razão $\frac{A}{A+B}$, em que A e B são as medidas das áreas indicadas no gráfico.

A empresa tem como meta tornar seu Índice de Gini igual ao do país, que é 0,3. Para tanto, precisa ajustar os salários de modo a alterar o percentual que representa a parcela recebida pelos 10% dos funcionários de maior salário em relação ao total da massa salarial.

Disponível em: www.ipea.gov.br. Acesso em: 4 maio 2016 (adaptado).

Para atingir a meta desejada, o percentual deve ser

(A) 40%.

(B) 20%.

(C) 60%.

(D) 30%.

(E) 70%.

Resolução

Resposta: A

Se os 90% menores salários recebem y% da massa salarial, a área sob a curva é $90y/2 + 10(100 + y)/2 = 50y + 500$. A área entre a diagonal e a curva é $4500 - 50y$. Assim, $G = (4500 - 50y)/5000 = 0{,}3$, dando $y = 60$. Aos 10% de maiores salários cabem $100 - 60 = 40$%.

Item 101

2016 | R1-335

Fonte: referência 1, página 152.

Questão 335 (H23 | ENEM 2016) **Dificuldade 711,3**

O setor de recursos humanos de uma empresa pretende fazer contratações para adequar-se ao artigo 93 da Lei n° 8.213/91, que dispõe:

Art. 93. A empresa com 100 (cem) ou mais empregados está obrigada a preencher de 2% (dois por cento) a 5% (cinco por cento) dos seus cargos com beneficiários reabilitados ou pessoas com deficiência, habilitadas, na seguinte proporção:

I. até 200 empregados 2%;
II. de 201 a 500 empregados..... 3%;
III. de 501 a 1 000 empregados..... 4%;
IV. de 1 001 em diante..... 5%.

Disponível em: www.planalto.gov.br. Acesso em: 3 fev. 2015.

Constatou-se que a empresa possui 1 200 funcionários, dos quais 10 são reabilitados ou com deficiência, habilitados.

Para adequar-se à referida lei, a empresa contratará apenas empregados que atendem ao perfil indicado no artigo 93.

O número mínimo de empregados reabilitados ou com deficiência, habilitados, que deverá ser contratado pela empresa é

(A) 74.

(B) 70.

(C) 64.

(D) 60.

(E) 53.

Resolução **Resposta: E**

Com x contratações, serão $1200 + x$ empregados e $10 + x$ pessoas no perfil exigido. Assim, $10 + x \geq 0{,}05(1200 + x)$, ou $0{,}95x \geq 50$. O menor inteiro é $x = 53$.

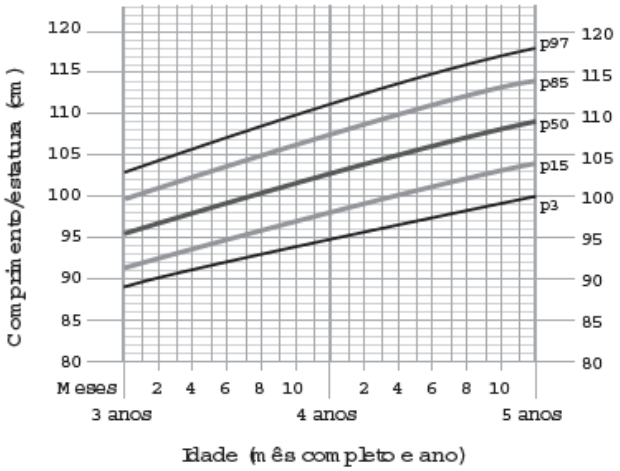
Item 102

2016 | R1-366

Fonte: referência 1, página 165.

Questão 366 (H25 | ENEM 2016) **Dificuldade 682,9**

A fim de acompanhar o crescimento de crianças, foram criadas pela Organização Mundial da Saúde (OMS) tabelas de altura, também adotadas pelo Ministério da Saúde do Brasil. Além de informar os dados referentes ao índice de crescimento, a tabela traz gráficos com curvas, apresentando padrões de crescimento estipulados pela OMS. O gráfico apresenta o crescimento de meninas cuja análise se dá pelo ponto de intersecção entre o comprimento, em centímetro, e a idade, em mês completo e ano, da criança.



Disponível em: www.aprocura.com.br. Acesso em: 22 out. 2015 (adaptado).

Uma menina aos 3 anos de idade tinha altura de 85 centímetros e aos 4 anos e 4 meses sua altura chegou a um valor que corresponde a um ponto exatamente sobre a curva p50.

Qual foi o aumento percentual da altura dessa menina, descrito com uma casa decimal, no período considerado?

A 23,5%

B 21,2%

C 19,0%

D 11,8%

E 10,0%

Resolução **Resposta: A**

Na curva p50, aos 4 anos e 4 meses a altura é 105 cm. O aumento foi de $105 - 85 = 20$ cm. Em relação à altura inicial, $20/85 \cdot 100 \approx 23{,}5\%$.

Item 103

2016 | R1-372

Fonte: referência 1, página 168.

Questão 372 (H25 | ENEM 2016) **Dificuldade 812,6**

O censo demográfico é um levantamento estatístico que permite a coleta de várias informações. A tabela apresenta os dados obtidos pelo censo demográfico brasileiro nos anos de 1940 e 2000, referentes à concentração da população total, na capital e no interior, nas cinco grandes regiões.

População residente, na capital e interior segundo as Grandes Regiões 1940/2000

Grandes regiões	População residente					
	Total		Capital		Interior	
	1940	2000	1940	2000	1940	2000
Norte	1 632 917	12 900 704	368 528	3 895 400	1 264 389	9 005 304
Nordeste	14 434 080	47 741 711	1 270 729	10 162 346	13 163 351	37 579 365
Sudeste	18 278 837	72 412 411	3 346 991	18 822 986	14 934 846	53 589 425
Sul	5 735 305	25 107 616	459 659	3 290 220	5 275 646	21 817 396
Centro-Oeste	1 088 182	11 636 728	152 189	4 291 120	935 993	7 345 608

O valor mais próximo do percentual que descreve o aumento da população nas capitais da Região Nordeste é

(A) 125%.

(B) 231%.

(C) 331%.

(D) 700%.

(E) 800%.

Resolução **Resposta: D**

A população das capitais nordestinas passou de 1270729 para 10162346. O aumento percentual é $(10162346/1270729 - 1)\,100 \approx 700\%$.

Item 104

2017 | R1-072

Fonte: referência 1, página 44.

Questão 072 (H4 | ENEM 2017) **Dificuldade 790,7**

Uma bicicleta do tipo *mountain bike* tem uma coroa com 3 engrenagens e uma catraca com 6 engrenagens, que, combinadas entre si, determinam 18 marchas (número de engrenagens da coroa vezes o número de engrenagens da catraca).



Os números de dentes das engrenagens das coroas e das catracas dessa bicicleta estão listados no quadro.

Engrenagens	1ª	2ª	3ª	4ª	5ª	6ª
Nº de dentes da coroa	46	36	26	-	-	-
Nº de dentes da catraca	24	22	20	18	16	14

Sabe-se que o número de voltas efetuadas pela roda traseira a cada pedalada é calculado dividindo-se a quantidade de dentes da coroa pela quantidade de dentes da catraca.

Durante um passeio em uma bicicleta desse tipo, deseja-se fazer um percurso o mais devagar possível, escolhendo, para isso, uma das seguintes combinações de engrenagens (coroa x catraca):

I	II	III	IV	V
1ª x 1ª	1ª x 6ª	2ª x 4ª	3ª x 1ª	3ª x 6ª

A combinação escolhida para realizar esse passeio da forma desejada é

A I.

B II.

C III.

D IV.

E V.

Resolução **Resposta: D**

O número de voltas por pedalada deve ser mínimo. Nas combinações I a V, as razões são 46/24, 46/14, 36/18, 26/24 e 26/14. A menor é 26/24, combinação IV.

Item 105

2017 | R1-081

Fonte: referência 1, página 47.

Questão 081 (H5 | ENEM 2017) **Dificuldade 715,6**

Em uma cantina, o sucesso de venda no verão são sucos preparados à base de polpa de frutas. Um dos sucos mais vendidos é o de morango com acerola, que é preparado com $\frac{2}{3}$ de polpa de morango e $\frac{1}{3}$ de polpa de acerola.

Para o comerciante, as polpas são vendidas em embalagens de igual volume. Atualmente, a embalagem da polpa de morango custa R$ 18,00 e a de acerola, R$ 14,70. Porém, está prevista uma alta no preço da embalagem da polpa de acerola no próximo mês, passando a custar R$ 15,30.

Para não aumentar o preço do suco, o comerciante negociou com o fornecedor uma redução no preço da embalagem da polpa de morango.

A redução, em real, no preço da embalagem da polpa de morango deverá ser de

(A) 1,20.

(B) 0,90.

(C) 0,60.

(D) 0,40.

(E) 0,30.

Resolução **Resposta: E**

O aumento da acerola é $15{,}30 - 14{,}70 = 0{,}60$ real por embalagem. Para manter o custo, $\frac{2}{3}d = \frac{1}{3} \cdot 0{,}60$, em que d é a redução no morango. Logo, $d = 0{,}30$ real.

Item 106

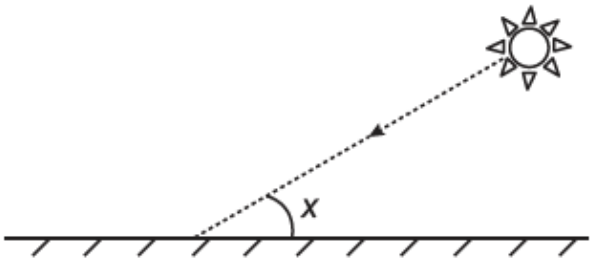
2017 | R1-117

Fonte: referência 1, página 64.

Questão 117 (H8 | ENEM 2017) **Dificuldade 659,1**

Raios de luz solar estão atingindo a superfície de um lago formando um ângulo x com a sua superfície, conforme indica a figura.

Em determinadas condições, pode-se supor que a intensidade luminosa desses raios, na superfície do lago, seja dada aproximadamente por $I(x) = \kappa \cdot \text{sen}(x)$, sendo k uma constante, e supondo-se que x está entre 0º e 90º.



Quando x = 30º, a intensidade luminosa se reduz a qual percentual de seu valor máximo?

(A) 33%

(B) 50%

(C) 57%

(D) 70%

(E) 86%

Resolução **Resposta: B**

O máximo de $\text{sen}\, x$ entre $0°$ e $90°$ é 1. Como $\text{sen}\, 30° = 1/2$, temos $I(30°)/I_{\max} = 1/2 = 50\%$.

Item 107

2017 | R1-166

Fonte: referência 1, página 83.

Questão 166 (H11 | ENEM 2017) **Dificuldade 680,8**

Em uma de suas viagens, um turista comprou uma lembrança de um dos monumentos que visitou. Na base do objeto há informações dizendo que se trata de uma peça em escala 1 : 400, e que seu volume é de 25 cm^3 .

O volume do monumento original, em metro cúbico, é de

- **A** 100.
- **B** 400.
- **C** 1 600.
- **D** 6 250.
- **E** 10 000.

Resolução **Resposta: C**

O volume original é $25 \cdot 400^3 = 1600000000$ cm^3. Dividindo por 10^6 cm^3 por m^3, obtém-se 1600 m^3.

Item 108

2017 | R1-237

Fonte: referência 1, página 112.

Questão 237 (H16 | ENEM 2017) **Dificuldade 744,6**

Às 17 h 15 min começa uma forte chuva, que cai com intensidade constante. Uma piscina em forma de um paralelepípedo retângulo, que se encontrava inicialmente vazia, começa a acumular a água da chuva e, às 18 horas, o nível da água em seu interior alcança 20 cm de altura.

Nesse instante, é aberto o registro que libera o escoamento da água por um ralo localizado no fundo dessa piscina, cuja vazão é constante. Às 18 h 40 min a chuva cessa e, nesse exato instante, o nível da água na piscina baixou para 15 cm.

O instante em que a água dessa piscina terminar de escoar completamente está compreendido entre

(A) 19 h 30 min e 20 h 10 min.

(B) 19 h 20 min e 19 h 30 min.

(C) 19 h 10 min e 19 h 20 min.

(D) 19 h e 19 h 10 min.

(E) 18 h 40 min e 19 h.

Resolução **Resposta: D**

A chuva eleva o nível em $20/45 = 4/9$ cm/min. Com o ralo aberto, o nível cai $5/40 = 1/8$ cm/min, logo a vazão do ralo equivale a $4/9 + 1/8 = 41/72$ cm/min. Após as 18h40, os 15 cm escoam em $15 \cdot 72/41 \approx 26{,}34$ min. O fim ocorre por volta de 19h06.

Item 109

2017 | R1-238

Fonte: referência 1, página 112.

Questão 238 (H16 | ENEM 2017) **Dificuldade 777,2**

A mensagem digitada no celular, enquanto você dirige, tira a sua atenção e, por isso, deve ser evitada. Pesquisas mostram que um motorista que dirige um carro a uma velocidade constante percorre "às cegas" (isto é, sem ter visão da pista) uma distância proporcional ao tempo gasto ao olhar para o celular durante a digitação da mensagem. Considere que isso de fato aconteça.

Suponha que dois motoristas (X e Y) dirigem com a mesma velocidade constante e digitam a mesma mensagem em seus celulares. Suponha, ainda, que o tempo gasto pelo motorista X olhando para seu celular enquanto digita a mensagem corresponde a 25% do tempo gasto pelo motorista Y para executar a mesma tarefa.

Disponível em: http://g1.globo.com. Acesso em: 21 jul. 2012 (adaptado).

A razão entre as distâncias percorridas às cegas por X e Y, nessa ordem, é igual a

(A) $\frac{5}{4}$.

(B) $\frac{1}{4}$.

(C) $\frac{4}{3}$.

(D) $\frac{4}{1}$.

(E) $\frac{3}{4}$.

Resolução **Resposta: B**

A distância é $d = vt$. Como as velocidades são iguais, $d_X/d_Y = t_X/t_Y = 25\% = 1/4$.

Item 110

2017 | R1-263

Fonte: referência 1, página 121.

Questão 263 (H18 | ENEM 2017) **Dificuldade 801,6**

A energia solar vai abastecer parte da demanda de energia do campus de uma universidade brasileira. A instalação de painéis solares na área dos estacionamentos e na cobertura do hospital pediátrico será aproveitada nas instalações universitárias e, também, ligada na rede da companhia elétrica distribuidora de energia.

O projeto inclui 100 m^2 instalados nos estacionamentos, produzindo energia elétrica e proporcionando sombra para os carros. Sobre o hospital pediátrico serão colocados aproximadamente 300 m^2 de painéis, sendo 100 m^2 para gerar energia elétrica utilizada no Campus, e 200 m^2 para geração de energia térmica, produzindo aquecimento de água utilizada nas caldeiras do hospital.

Suponha que cada metro quadrado de painel solar para energia elétrica gere uma economia de 1 kWh por dia e cada metro quadrado produzindo energia térmica permita economizar 0,7 kWh por dia para a universidade. Em uma segunda fase do projeto, será aumentada em 75% a área coberta pelos painéis solares que geram energia elétrica. Nessa fase também deverá ser ampliada a área de cobertura com painéis para geração de energia térmica.

Para se obter o dobro da quantidade de energia economizada diariamente, em relação à primeira fase, a área total dos painéis que geram energia térmica, em metro quadrado, deverá ter o valor mais próximo de

A 231.

B 431.

C 472.

D 523.

E 672.

Resolução **Resposta: C**

Na primeira fase, a economia é $200 \cdot 1 + 200 \cdot 0{,}7 = 340$ kWh/dia. A meta é 680. A área elétrica passa a $200 \cdot 1{,}75 = 350$ m^2. Para a área térmica A, $350 + 0{,}7A = 680$, logo $A \approx 471{,}43$ m^2. A opção mais próxima é 472 m^2.

Item 111

2018 | R1-062

Fonte: referência 1, página 41.

Questão 062 (H4 | ENEM 2018) **Dificuldade 634,9**

O colesterol total de uma pessoa é obtido pela soma da taxa do seu "colesterol bom" com a taxa do seu "colesterol ruim". Os exames periódicos, realizados em um paciente adulto, apresentaram taxa normal de "colesterol bom", porém, taxa do "colesterol ruim" (também chamado LDL) de 280 mg/dL.

O quadro apresenta uma classificação de acordo com as taxas de LDL em adultos.

Taxa de LDL (mg/dL)	
Ótima	Menor do que 100
Próxima de ótima	De 100 a 129
Limite	De 130 a 159
Alta	De 160 a 189
Muito alta	190 ou mais

O paciente, seguindo as recomendações médicas sobre estilo de vida e alimentação, realizou o exame logo após o primeiro mês, e a taxa de LDL reduziu 25%. No mês seguinte, realizou novo exame e constatou uma redução de mais 20% na taxa de LDL.

De acordo com o resultado do segundo exame, a classificação da taxa de LDL do paciente é

(A) ótima.

(B) próxima de ótima.

(C) limite.

(D) alta.

(E) muito alta.

Resolução **Resposta: D**

Após os dois meses, a taxa será $280 \cdot 0{,}75 \cdot 0{,}80 = 168$ mg/dL. Esse valor está entre 160 e 189 mg/dL, na classificação alta.

Item 112

2018 | R1-073

Fonte: referência 1, página 44.

Questão 073 (H4 | ENEM 2018) **Anulada**

O artigo 33 da lei brasileira sobre drogas prevê a pena de reclusão de 5 a 15 anos para qualquer pessoa que seja condenada por tráfico ilícito ou produção não autorizada de drogas. Entretanto, caso o condenado seja réu primário, com bons antecedentes criminais, essa pena pode sofrer uma redução de um sexto a dois terços.

Suponha que um réu primário, com bons antecedentes criminais, foi condenado pelo artigo 33 da lei brasileira sobre drogas.

Após o benefício de pena, sua pena poderá variar de

(A) 1 ano e 8 meses a 12 anos e 6 meses.

(B) 1 ano e 8 meses a 5 anos.

(C) 3 anos e 4 meses a 10 anos.

(D) 4 anos e 2 meses a 5 anos.

(E) 4 anos e 2 meses a 12 anos e 6 meses.

Resolução **Anulada**

Questão anulada. Como exercício aritmético, o menor prazo após redução seria $5(1-2/3) = 5/3$ anos, ou 1 ano e 8 meses; o maior seria $15(1-1/6) = 12{,}5$ anos, ou 12 anos e 6 meses. Esses extremos correspondem à alternativa A, mas o status oficial do item permanece anulado.

Item 113

2018 | R1-084

Fonte: referência 1, página 48.

Questão 084 (H5 | ENEM 2018) **Dificuldade 790,4**

Um produtor de milho utiliza uma área de 160 hectares para as suas atividades agrícolas. Essa área é dividida em duas partes: uma de 40 hectares, com maior produtividade, e outra, de 120 hectares, com menor produtividade. A produtividade é dada pela razão entre a produção, em tonelada, e a área cultivada. Sabe-se que área de 40 hectares tem produtividade igual a 2,5 vezes à da outra. Esse fazendeiro pretende aumentar sua produção total em 15%, aumentando o tamanho da sua propriedade. Para tanto, pretende comprar uma parte de uma fazenda vizinha, que possui a mesma produtividade da parte de 120 hectares de suas terras.

Qual é a área mínima, em hectare, que o produtor precisará comprar?

(A) 36

(B) 33

(C) 27

(D) 24

(E) 21

Resolução **Resposta: B**

Se a menor produtividade é p, a produção atual é $40 \cdot 2{,}5p + 120p = 220p$. O aumento desejado é $0{,}15 \cdot 220p = 33p$. Como a nova área produz p por hectare, são necessários 33 hectares.

Item 114

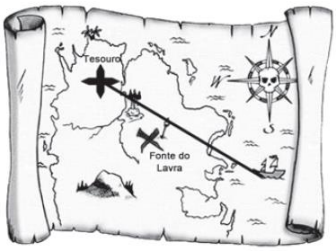
2018 | R1-167

Fonte: referência 1, página 83.

Questão 167 (H11 | ENEM 2018) **Dificuldade 698,2**

Um mapa é a representação reduzida e simplificada de uma localidade. Essa redução, que é feita com o uso de uma escala, mantém a proporção do espaço representado em relação ao espaço real.

Certo mapa tem escala 1 : 58 000 000.



Considere que, nesse mapa, o segmento de reta que liga o navio à marca do tesouro meça 7,6 cm.

A medida real, em quilômetro, desse segmento de reta é

(A) 4 408.

(B) 7 632.

(C) 44 080.

(D) 76 316.

(E) 440 800.

Resolução **Resposta: A**

A distância real é $7{,}6 \cdot 58000000 = 440800000$ cm. Como 1 km equivale a 100000 cm, são 4408 km.

Item 115

2018 | R1-172

Fonte: referência 1, página 85.

Questão 172 (H11 | ENEM 2018) **Dificuldade 802,4**

Uma empresa de comunicação tem a tarefa de elaborar um material publicitário de um estaleiro para divulgar um novo navio, equipado com um guindaste de 15 m de altura e uma esteira de 90 m de comprimento. No desenho desse navio, a representação do guindaste deve ter sua altura entre 0,5 cm e 1 cm, enquanto a esteira deve apresentar comprimento superior a 4 cm. Todo o desenho deverá ser feito em uma escala 1 : X.

Os valores possíveis para X são, apenas,

(A) X > 1 500.

(B) X < 3 000.

(C) 1 500 < X < 2 250.

(D) 1 500 < X < 3 000.

(E) 2 250 < X < 3 000.

Resolução **Resposta: C**

Em centímetros, as medidas reais são 1500 e 9000. As exigências dão $0{,}5 < 1500/X < 1$ e $9000/X > 4$. Portanto, $1500 < X < 3000$ e $X < 2250$; a interseção é $1500 < X < 2250$.

Item 116

2018 | R1-208

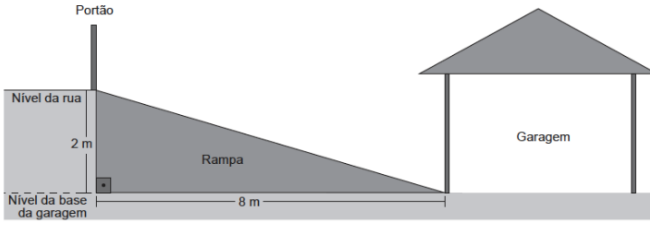
Fonte: referência 1, página 97.

Questão 208 (H14 | ENEM 2018) **Dificuldade 732,2**

A inclinação de uma rampa é calculada da seguinte maneira: para cada metro medido na horizontal, mede-se
x centímetros na vertical. Diz-se, nesse caso, que a rampa tem inclinação de x%, como no exemplo da figura:



A figura apresenta um projeto de uma rampa de acesso a uma garagem residencial cuja base, situada 2 metros abaixo do nível da rua, tem 8 metros de comprimento.



Depois de projetada a rampa, o responsável pela obra foi informado de que as normas técnicas do município onde ela está localizada exigem que a inclinação máxima de uma rampa de acesso a uma garagem residencial seja de 20%.

Se a rampa projetada tiver inclinação superior a 20%, o nível da garagem deverá ser alterado para diminuir o percentual de inclinação, mantendo o comprimento da base da rampa.

Para atender às normas técnicas do município, o nível da garagem deverá ser

A elevado em 40 cm.

B elevado em 50 cm.

C mantido no mesmo nível.

D rebaixado em 40 cm.

E rebaixado em 50 cm.

Resolução **Resposta: A**

Com base horizontal de 8 m e inclinação máxima de 20%, o desnível máximo é $8 \cdot 0{,}20 = 1{,}6$ m. O projeto previa 2 m. Logo, a garagem precisa ser elevada em $2 - 1{,}6 = 0{,}4$ m, ou 40 cm.

Item 117

2018 | R1-231

Fonte: referência 1, página 110.

Questão 231 (H16 | ENEM 2018) **Dificuldade 686,9**

Os tipos de prata normalmente vendidos são 975, 950 e 925. Essa classificação é feita de acordo com a sua pureza. Por exemplo, a prata 975 é a substância constituída de 975 partes de prata pura e 25 partes de cobre em 1 000 partes da substância. Já a prata 950 é constituída de 950 partes de prata pura e 50 de cobre em 1 000; e a prata 925 é constituída de 925 partes de prata pura e 75 partes de cobre em 1 000. Um ourives possui 10 gramas de prata 925 e deseja obter 40 gramas de prata 950 para produção de uma joia.

Nessas condições, quantos gramas de prata e de cobre, respectivamente, devem ser fundidos com os 10 gramas de prata 925?

(A) 29,25 e 0,75

(B) 28,75 e 1,25

(C) 28,50 e 1,50

(D) 27,75 e 2,25

(E) 25,00 e 2,00

Resolução **Resposta: B**

A mistura inicial contém 9,25 g de prata e 0,75 g de cobre. A mistura final deve ter $40 \cdot 0{,}95 = 38$ g de prata e 2 g de cobre. É preciso adicionar $38 - 9{,}25 = 28{,}75$ g de prata e $2 - 0{,}75 = 1{,}25$ g de cobre.

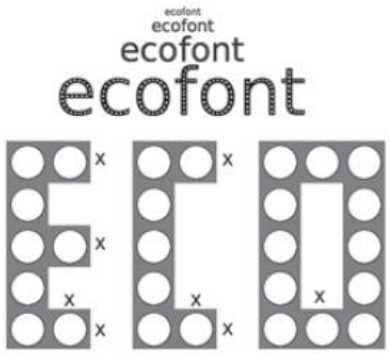
Item 118

2018 | R1-337

Fonte: referência 1, página 152.

Questão 337 (H23 | ENEM 2018) **Dificuldade 831,9**

A Ecofont possui design baseado na velha fonte Vera Sans. Porém, ela tem um diferencial: pequenos buraquinhos circulares congruentes, e em todo o seu corpo, presentes em cada símbolo. Esses furos proporcionam um gasto de tinta menor na hora da impressão.



Suponha que a palavra ECO esteja escrita nessa fonte, com tamanho 192, e que seja composta por letras formadas por quadrados de lados x com furos circulares de raio $r = \frac{x}{3}$. Para que a área a ser pintada seja reduzida a $\frac{1}{16}$ da área inicial, pretende-se reduzir o tamanho da fonte. Sabe-se que, ao alterar o tamanho da fonte, o tamanho da letra é alterado na mesma proporção.

Nessas condições, o tamanho adequado da fonte será

A 64.

B 48.

C 24.

D 21.

E 12.

Resolução **Resposta: B**

A área é proporcional ao quadrado do tamanho da fonte, inclusive após retirar os furos semelhantes. Para reduzir a área a $1/16$, reduza a medida linear a $1/4$. O tamanho é $192/4 = 48$.

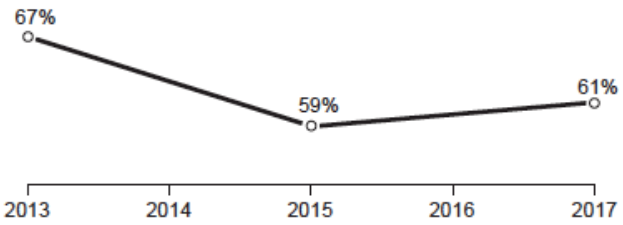
Item 119

2018 | R1-344

Fonte: referência 1, página 156.

Questão 344 (H24 | ENEM 2018) **Dificuldade 627,3**

A raiva é uma doença viral e infecciosa, transmitida por mamíferos. A campanha nacional de vacinação antirrábica tem o objetivo de controlar a circulação do vírus da raiva canina e felina, prevenindo a raiva humana. O gráfico mostra a cobertura (porcentagem de vacinados) da campanha, em cães, nos anos de 2013, 2015 e 2017, no município de Belo Horizonte, em Minas Gerais. Os valores das coberturas dos anos de 2014 e 2016 não estão informados no gráfico e deseja-se estimá-los. Para tal, levou-se em consideração que a variação na cobertura de vacinação da campanha antirrábica, nos períodos de 2013 a 2015 e de 2015 a 2017, deu-se de forma linear.



Qual teria sido a cobertura dessa campanha no ano de 2014?

(A) 62,3%

(B) 63,0%

(C) 63,5%

(D) 64,0%

(E) 65,5%

Resolução **Resposta: B**

Como a evolução de 2013 a 2015 é linear, 2014 tem o valor médio dos extremos: $(67 + 59)/2 = 63\%$.

Item 120

2019 | R1-046

Fonte: referência 1, página 35.

Questão 046 (H3 | ENEM 2019) **Dificuldade 735,7**

Segundo o Instituto Brasileiro de Geografia e Estatística (IBGE), o rendimento médio mensal dos trabalhadores brasileiros, no ano 2000, era de R$ 1 250,00. Já o Censo 2010 mostrou que, em 2010, esse valor teve um aumento de 7,2% em relação a 2000. Esse mesmo instituto projeta que, em 2020, o rendimento médio mensal dos trabalhadores brasileiros poderá ser 10% maior do que foi em 2010.

IBGE. Censo 2010. Disponível em: www.ibge.gov.br.
Acesso em: 13 ago. 2012 (adaptado).

Supondo que as projeções do IBGE se realizem, o rendimento médio mensal dos brasileiros em 2020 será de

(A) R$ 1 340,00.

(B) R$ 1 349,00.

(C) R$ 1 375,00.

(D) R$ 1 465,00.

(E) R$ 1 474,00.

Resolução **Resposta: E**

Os aumentos são sucessivos: $1250 \cdot 1{,}072 = 1340$ e $1340 \cdot 1{,}10 = 1474$. O rendimento projetado é R$ 1474,00.

Item 121

2019 | R1-079

Fonte: referência 1, página 46.

Questão 079 (H5 | ENEM 2019) **Dificuldade 661,6**

Uma pessoa, que perdeu um objeto pessoal quando visitou uma cidade, pretende divulgar nos meios de comunicação informações a respeito da perda desse objeto e de seu contato para eventual devolução. No entanto, ela lembra que, de acordo com o Art. 1 234 do Código Civil, poderá ter que pagar pelas despesas do transporte desse objeto até sua cidade e poderá ter que recompensar a pessoa que lhe restituir o objeto em, pelo menos, 5% do valor do objeto.

Ela sabe que o custo com transporte será de um quinto do valor atual do objeto e, como ela tem muito interesse em reavê-lo, pretende ofertar o maior percentual possível de recompensa, desde que o gasto total com as despesas não ultrapasse o valor atual do objeto.

Nessas condições, o percentual sobre o valor do objeto, dado como recompensa, que ela deverá ofertar é igual a

(A) 20%.

(B) 25%.

(C) 40%.

(D) 60%.

(E) 80%.

Resolução **Resposta: E**

O transporte consome $1/5 = 20\%$ do valor do objeto. Como a soma das despesas não pode ultrapassar 100%, a recompensa máxima é $100\% - 20\% = 80\%$.

Item 122

Fonte: referência 1, página 81.

Questão 160 (H11 | ENEM 2019) **Dificuldade 631,6**

Comum em lançamentos de empreendimentos imobiliários, as maquetes de condomínios funcionam como uma ótima ferramenta de marketing para as construtoras, pois, além de encantar clientes, auxiliam de maneira significativa os corretores na negociação e venda de imóveis.

Um condomínio está sendo lançado em um novo bairro de uma cidade. Na maquete projetada pela construtora, em escala de $1:200$, existe um reservatório de água com capacidade de $45\,\text{cm}^3$.

Quando todas as famílias estiverem residindo no condomínio, a estimativa é que, por dia, sejam consumidos 30 000 litros de água.

Em uma eventual falta de água, o reservatório cheio será suficiente para abastecer o condomínio por quantos dias?

A 30

B 15

C 12

D 6

E 3

Resolução **Resposta: C**

Volumes variam com o cubo da escala. O reservatório real tem $45 \cdot 200^3 = 360000000$ cm^3, ou 360000 L. Dividindo pelo consumo diário, $360000/30000 = 12$ dias.

Item 123

2019 | R1-174

Fonte: referência 1, página 86.

Questão 174 (H12 | ENEM 2019) **Dificuldade 547,9**

O rótulo da embalagem de um cosmético informa que a dissolução de seu conteúdo, de acordo com suas especificações, rende 2,7 litros desse produto pronto para o uso. Uma pessoa será submetida a um tratamento estético em que deverá tomar um banho de imersão com esse produto numa banheira com capacidade de $0{,}3\,m^3$. Para evitar o transbordamento, essa banheira será preenchida em 80% de sua capacidade.

Para esse banho, o número mínimo de embalagens desse cosmético é

(A) 9.

(B) 12.

(C) 89.

(D) 112.

(E) 134.

Resolução **Resposta: C**

A quantidade de produto pronto é $0{,}80 \cdot 0{,}3 = 0{,}24$ m^3, ou 240 L. Como cada embalagem rende 2,7 L, são necessárias $\lceil 240/2{,}7 \rceil = 89$ embalagens.

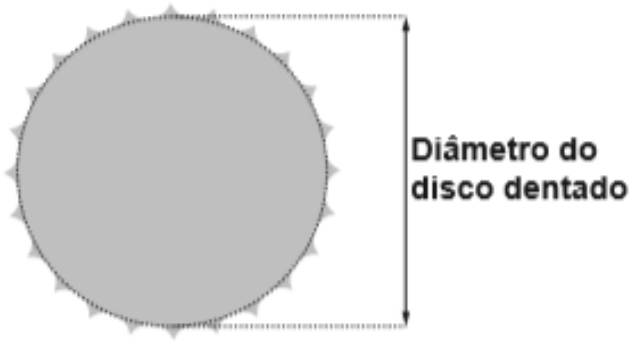
Item 124

2019 | R1-214

Fonte: referência 1, página 99.

Questão 214 (H14 | ENEM 2019) **Anulada pela TRI**

Um ciclista quer montar um sistema de marchas usando dois discos dentados na parte traseira de sua bicicleta, chamados catracas. A coroa é o disco dentado que é movimentado pelos pedais da bicicleta, sendo que a corrente transmite esse movimento às catracas, que ficam posicionadas na roda traseira da bicicleta. As diferentes marchas ficam definidas pelos diferentes diâmetros das catracas, que são medidos conforme indicação na figura.



O ciclista já dispõe de uma catraca com 7 cm de diâmetro e pretende incluir uma segunda catraca, de modo que, à medida em que a corrente passe por ela, a bicicleta avance 50% a mais do que avançaria se a corrente passasse pela primeira catraca, a cada volta completa dos pedais.

O valor mais próximo da medida do diâmetro da segunda catraca, em centímetro e com uma casa decimal, é

- **A** 2,3.
- **B** 3,5.
- **C** 4,7.
- **D** 5,3.
- **E** 10,5.

Resolução **Resposta: C**

Para a mesma volta dos pedais, o avanço é inversamente proporcional ao diâmetro da catraca. Exigir avanço 1,5 vez maior dá $7/d = 1{,}5$, logo $d = 7/1{,}5 \approx 4{,}7$ cm. Resposta matemática C; a observação sobre a TRI não altera esse cálculo.

Item 125

2019 | R1-228

Fonte: referência 1, página 109.

Questão 228 (H16 | ENEM 2019) **Dificuldade 624,4**

Para contratar três máquinas que farão o reparo de vias rurais de um município, a prefeitura elaborou um edital que, entre outras cláusulas, previa:

- Cada empresa interessada só pode cadastrar uma única máquina para concorrer ao edital;
- O total de recursos destinados para contratar o conjunto das três máquinas é de R$ 31 000,00 ;
- O valor a ser pago a cada empresa será inversamente proporcional à idade de uso da máquina cadastrada pela empresa para o presente edital.

As três empresas vencedoras do edital cadastraram máquinas com 2, 3 e 5 anos de idade de uso.

Quanto receberá a empresa que cadastrou a máquina com maior idade de uso?

(A) R$ 3 100,00

(B) R$ 6 000,00

(C) R$ 6 200,00

(D) R$ 15 000,00

(E) R$ 15 500,00

Resolução **Resposta: B**

Os pesos da divisão são $1/2 : 1/3 : 1/5 = 15 : 10 : 6$, somando 31 partes. A máquina de 5 anos recebe 6 partes: $31000 \cdot 6/31 = 6000$ reais.

Item 126

2019 | R1-239

Fonte: referência 1, página 112.

Questão 239 (H16 | ENEM 2019) **Dificuldade 801,3**

Três sócios resolveram fundar uma fábrica. O investimento inicial foi de R$ 1 000 000,00. E, independentemente do valor que cada um investiu nesse primeiro momento, resolveram considerar que cada um deles contribuiu com um terço do investimento inicial.

Algum tempo depois, um quarto sócio entrou para a sociedade, e os quatro, juntos, investiram mais R$ 800 000,00 na fábrica. Cada um deles contribuiu com um quarto desse valor. Quando venderam a fábrica, nenhum outro investimento havia sido feito. Os sócios decidiram então dividir o montante de R$ 1 800 000,00 obtido com a venda, de modo proporcional à quantia total investida por cada sócio.

Quais os valores mais próximos, em porcentagens, correspondentes às parcelas financeiras que cada um dos três sócios iniciais e o quarto sócio, respectivamente, receberam?

(A) 29,60 e 11,11

(B) 28,70 e 13,89

(C) 25,00 e 25,00

(D) 18,52 e 11,11

(E) 12,96 e 13,89

Resolução **Resposta: A**

Cada sócio inicial tem participação de $1000000/3 + 200000$ reais. Dividindo por 1800000, obtém-se aproximadamente 29,63%. O quarto sócio investiu 200000 reais, correspondentes a 11,11%.

Item 127

2019 | R1-250

Fonte: referência 1, página 116.

Questão 250 (H17 | ENEM 2019) **Dificuldade 778,8**

Em um jogo on-line, cada jogador procura subir de nível e aumentar sua experiência, que são dois parâmetros importantes no jogo, dos quais dependem as forças de defesa e de ataque do participante.

A força de defesa de cada jogador é diretamente proporcional ao seu nível e ao quadrado de sua experiência, enquanto sua força de ataque é diretamente proporcional à sua experiência e ao quadrado do seu nível. Nenhum jogador sabe o nível ou a experiência dos demais. Os jogadores iniciam o jogo no nível 1 com experiência 1 e possuem força de ataque 2 e de defesa 1.

Nesse jogo, cada participante se movimenta em uma cidade em busca de tesouros para aumentar sua experiência. Quando dois deles se encontram, um deles pode desafiar o outro para um confronto, sendo o desafiante considerado o atacante. Compara-se então a força de ataque do desafiante com a força de defesa do desafiado e vence o confronto aquele cuja força for maior. O vencedor do desafio aumenta seu nível em uma unidade. Caso haja empate no confronto, ambos os jogadores aumentam seus níveis em uma unidade.

Durante um jogo, o jogador J_1, de nível 4 e experiência 5, irá atacar o jogador J_2, de nível 2 e experiência 6.

O jogador J_1 venceu esse confronto porque a diferença entre sua força de ataque e a força de defesa de seu oponente era

(A) 112.

(B) 88.

(C) 60.

(D) 28.

(E) 24.

Resolução **Resposta: B**

As condições iniciais determinam defesa $D = ne^2$ e ataque $A = 2en^2$. O ataque de J1 é $2 \cdot 5 \cdot 4^2 = 160$. A defesa de J2 é $2 \cdot 6^2 = 72$. A diferença é $160 - 72 = 88$.

Item 128

2019 | R1-254

Fonte: referência 1, página 118.

Questão 254 (H18 | ENEM 2019) **Dificuldade 624,2**

Para construir uma piscina, cuja área total da superfície interna é igual a $40\,m^2$, uma construtora apresentou o seguinte orçamento:

- R$ 10 000,00 pela elaboração do projeto;
- R$ 40 000,00 pelos custos fixos;
- R$ 2 500,00 por metro quadrado para construção da área interna da piscina.

Após a apresentação do orçamento, essa empresa decidiu reduzir o valor de elaboração do projeto em 50%, mas recalculou o valor do metro quadrado para a construção da área interna da piscina, concluindo haver a necessidade de aumentá-lo em 25%. Além disso, a construtora pretende dar um desconto nos custos fixos, de maneira que o novo valor do orçamento seja reduzido em 10% em relação ao total inicial.

O percentual de desconto que a construtora deverá conceder nos custos fixos é de

(A) 23,3%.

(B) 25,0%.

(C) 50,0%.

(D) 87,5%.

(E) 100,0%.

Resolução **Resposta: D**

O orçamento inicial é $10000+40000+40\cdot 2500 = 150000$ reais. A meta é 135000. O projeto reduzido custa 5000 e a construção, $40 \cdot 3125 = 125000$. Restam apenas 5000 para custos fixos, redução de $35000/40000 = 87{,}5\%$.

Item 129

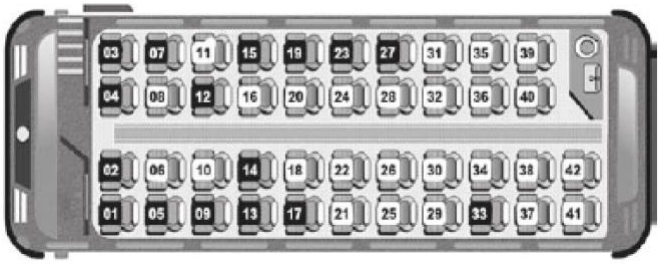
2020 | R1-002

Fonte: referência 1, página 20.

Questão 002 (H1 | ENEM 2020) **Dificuldade 491,4**

Uma empresa de ônibus utiliza um sistema de vendas de passagens que fornece a imagem de todos os assentos do ônibus, diferenciando os assentos já vendidos, por uma cor mais escura, dos assentos ainda disponíveis. A empresa monitora, permanentemente, o número de assentos já vendidos e compara-o com o número total de assentos do ônibus para avaliar a necessidade de alocação de veículos extras.

Na imagem tem-se a informação dos assentos já vendidos e dos ainda disponíveis em um determinado instante.



A razão entre o número de assentos já vendidos e o total de assentos desse ônibus, no instante considerado na imagem, é

(A) $\frac{16}{42}$.

(B) $\frac{16}{26}$.

(C) $\frac{26}{42}$.

(D) $\frac{42}{26}$.

(E) $\frac{42}{16}$.

Resolução **Resposta: A**

Contam-se 16 assentos escuros, que representam as passagens vendidas, entre 42 assentos ao todo. A razão solicitada é, portanto, $16/42 = 8/21$.

Item 130

2020 | R1-074

Fonte: referência 1, página 45.

Questão 074 (H5 | ENEM 2020) **Dificuldade 615,4**

O quadro representa os gastos mensais, em real, de uma família com internet, mensalidade escolar e mesada do filho.

Internet	Mensalidade escolar	Mesada do filho
120	700	400

No início do ano, a internet e a mensalidade escolar tiveram acréscimos, respectivamente, de 20% e 10%. Necessitando manter o valor da despesa mensal total com os itens citados, a família reduzirá a mesada do filho.

Qual será a porcentagem da redução da mesada?

(A) 15,0

(B) 23,5

(C) 30,0

(D) 70,0

(E) 76,5

Resolução **Resposta: B**

Os acréscimos são $120 \cdot 0{,}20 = 24$ reais e $700 \cdot 0{,}10 = 70$ reais. A mesada deve cair 94 reais. A redução percentual é $94/400 \cdot 100 = 23{,}5\%$.

Item 131

2020 | R1-157

Fonte: referência 1, página 80.

Questão 157 (H10 | ENEM 2020) **Dificuldade 777,7**

Muitos modelos atuais de veículos possuem computador de bordo. Os computadores informam em uma tela diversas variações de grandezas associadas ao desempenho do carro, dentre elas o consumo médio de combustível. Um veículo, de um determinado modelo, pode vir munido de um dos dois tipos de computadores de bordo:

- Tipo A: informa a quantidade X de litro de combustível gasto para percorrer 100 quilômetros;
- Tipo B: informa a quantidade de quilômetro que o veículo é capaz de percorrer com um litro de combustível.

Um veículo utiliza o computador do Tipo A, e ao final de uma viagem o condutor viu apresentada na tela a informação "X/100".

Caso o seu veículo utilizasse o computador do Tipo B, o valor informado na tela seria obtido pela operação

(A) $X \cdot 100$

(B) $\frac{X}{100}$

(C) $\frac{100}{X}$

(D) $\frac{1}{X}$

(E) $1 \cdot X$

Resolução **Resposta: C**

O tipo A informa que X litros permitem percorrer 100 km. O rendimento em km por litro é, portanto, $100/X$. Essa é a informação exibida no tipo B.

Item 132

2020 | R1-169

Fonte: referência 1, página 84.

Questão 169 (H11 | ENEM 2020) **Dificuldade 749,9**

Um clube deseja produzir miniaturas em escala do troféu que ganhou no último campeonato. O troféu está representado na Figura 1 e é composto por uma base em formato de um paralelepípedo reto-retângulo de madeira, sobre a qual estão fixadas três hastes verticais que sustentam uma esfera de 30 cm de diâmetro, que fica centralizada sobre a base de madeira. O troféu tem 100 cm de altura, incluída sua base.

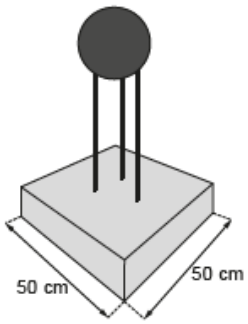


Figura 1

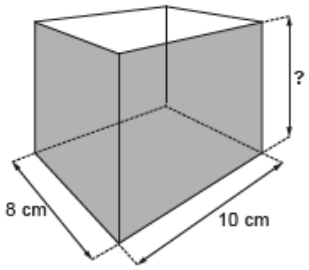


Figura 2

A miniatura desse troféu deverá ser instalada no interior de uma caixa de vidro, em formato de paralelepípedo reto-retângulo, cujas dimensões internas de sua base estão indicadas na Figura 2, de modo que a base do troféu seja colada na base da caixa e distante das paredes laterais da caixa de vidro em pelo menos 1 cm.

Deve ainda haver uma distância de exatos 2 cm entre o topo da esfera e a tampa dessa caixa de vidro. Nessas condições deseja-se fazer a maior miniatura possível.

A medida da altura, em centímetro, dessa caixa de vidro deverá ser igual a

A 12.

B 14.

C 16.

D 18.

E 20.

Resolução **Resposta: B**

A base original mede 50×50 cm. Na caixa, a dimensão limitante deixa $8 - 2 \cdot 1 = 6$ cm para o lado da miniatura. O fator máximo é $6/50 = 0{,}12$. A miniatura terá $100 \cdot 0{,}12 = 12$ cm de altura; com a folga de 2 cm, a caixa terá 14 cm.

Item 133

2020 | R1-173

Fonte: referência 1, página 85.

Questão 173 (H11 | ENEM 2020) **Dificuldade 834,2**

A caixa-d'água de um edifício terá a forma de um paralelepípedo retângulo reto com volume igual a 28 080 litros. Em uma maquete que representa o edifício, a caixa-d`água tem dimensões 2 cm × 3,51 cm × 4 cm.

Dado: 1 dm^3 = 1 L.

A escala usada pelo arquiteto foi

(A) 1 : 10.

(B) 1 : 100.

(C) 1 : 1 000.

(D) 1 : 10 000.

(E) 1 : 100 000.

Resolução **Resposta: B**

O volume na maquete é $2 \cdot 3{,}51 \cdot 4 = 28{,}08$ cm^3. O volume real é $28080 \cdot 1000 = 28080000$ cm^3. A razão de volumes é $10^6 = 100^3$, logo a escala linear é $1 : 100$.

Item 134

Fonte: referência 1, página 91.

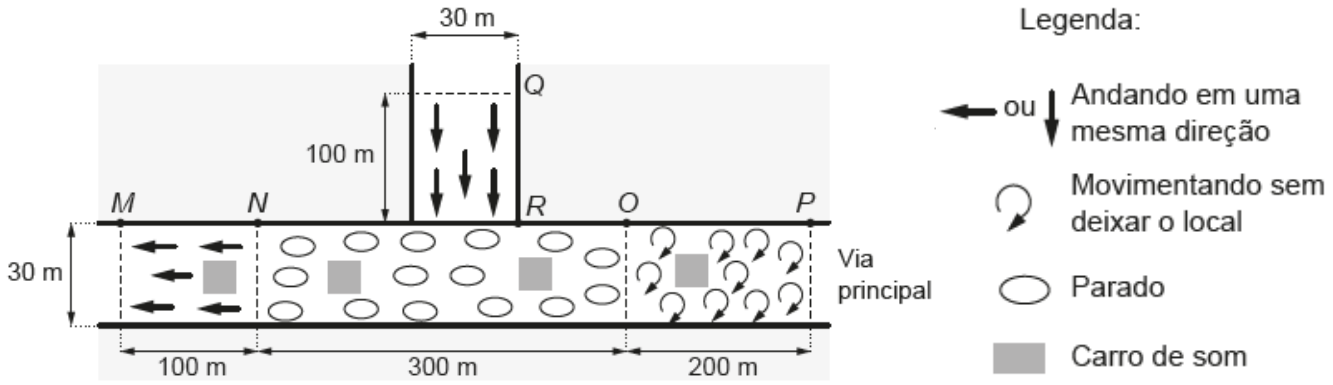
Questão 190 (H13 | ENEM 2020) **Dificuldade 660,3**

O fenômeno das manifestações populares de massa traz à discussão como estimar o número de pessoas presentes nesse tipo de evento. Uma metodologia usada é: no momento do ápice do evento, é feita uma foto aérea da via pública principal na área ocupada, bem como das vias afluentes que apresentem aglomerações de pessoas que acessam a via principal. A foto é sobreposta por um mapa virtual das vias, ambos na mesma escala, fazendo-se um esboço geométrico da situação. Em seguida, subdivide-se o espaço total em trechos, quantificando a densidade, da seguinte forma:

- 4 pessoas por metro quadrado, se elas estiverem andando em uma mesma direção;
- 5 pessoas por metro quadrado, se elas estiverem se movimentando sem deixar o local;
- 6 pessoas por metro quadrado, se elas estiverem paradas.

É feito, então, o cálculo do total de pessoas, considerando os diversos trechos, e desconta-se daí 1 000 pessoas para cada carro de som fotografado.

Com essa metodologia, procederam-se aos cálculos para estimar o número de participantes na manifestação cujo esboço geométrico é dado na figura. Há três trechos na via principal: *MN*, *NO* e *OP*, e um trecho numa via afluente da principal: QR.



Obs.: a figura não está em escala (considere as medidas dadas).

Segundo a metodologia descrita, o número estimado de pessoas presentes a essa manifestação foi igual a

A 110 000.

B 104 000.

C 93 000.

D 92 000.

E 87 000.

Item 134 – resolução 2020 / R1-190

Resolução **Resposta: B**

Pelos quatro trechos, a estimativa bruta é $100 \cdot 30 \cdot 4 + 300 \cdot 30 \cdot 6 + 200 \cdot 30 \cdot 5 + 100 \cdot 30 \cdot 4 = 108000$. Descontando os quatro carros de som, obtém-se $108000 - 4000 = 104000$ pessoas.

Item 135

2020 | R1-242

Fonte: referência 1, página 113.

Questão 242 (H17 | ENEM 2020) **Dificuldade 584,3**

Para chegar à universidade, um estudante utiliza um metrô e, depois, tem duas opções:

- seguir num ônibus, percorrendo 2,0 km;
- alugar uma bicicleta, ao lado da estação do metrô, seguindo 3,0 km pela ciclovia.

O quadro fornece as velocidades médias do ônibus e da bicicleta, em km/h, no trajeto metrô−universidade.

Dia da semana	Velocidade média	
	Ônibus (km/h)	Bicicleta (km/h)
Segunda-feira	9	15
Terça-feira	20	22
Quarta-feira	15	24
Quinta-feira	12	15
Sexta-feira	10	18
Sábado	30	16

A fim de poupar tempo no deslocamento para a universidade, em quais dias o aluno deve seguir pela ciclovia?

(A) Às segundas, quintas e sextas-feiras.

(B) Às terças e quintas-feiras e aos sábados.

(C) Às segundas, quartas e sextas-feiras.

(D) Às terças, quartas e sextas-feiras.

(E) Às terças e quartas-feiras e aos sábados.

Resolução **Resposta: C**

A bicicleta é mais rápida no percurso quando $3/v_b < 2/v_o$, isto é, $v_b > 1{,}5v_o$. A condição vale na segunda ($15 > 13{,}5$), quarta ($24 > 22{,}5$) e sexta ($18 > 15$). Nos demais dias, o ônibus leva menos tempo.

Item 136

2020 | R1-261

Fonte: referência 1, página 120.

Questão 261 (H18 | ENEM 2020) **Dificuldade 740,8**

Um motociclista planeja realizar uma viagem cujo destino fica a 500 km de sua casa. Sua moto consome 5 litros de gasolina para cada 100 km rodados, e o tanque da moto tem capacidade para 22 litros. Pelo mapa, observou que no trajeto da viagem o último posto disponível para reabastecimento, chamado Estrela, fica a 80 km do seu destino. Ele pretende partir com o tanque da moto cheio e planeja fazer somente duas paradas para reabastecimento, uma na ida e outra na volta, ambas no posto Estrela. No reabastecimento para a viagem de ida, deve considerar também combustível suficiente para se deslocar por 200 km no seu destino.

A quantidade mínima de combustível, em litro, que esse motociclista deve reabastecer no posto Estrela na viagem de ida, que seja suficiente para fazer o segundo reabastecimento, é

(A) 13.

(B) 14.

(C) 17.

(D) 18.

(E) 21.

Resolução **Resposta: C**

Da casa ao posto são $500 - 80 = 420$ km, consumindo 21 L. Ao chegar, resta 1 L no tanque. Até retornar ao mesmo posto, serão $80+200+80 = 360$ km, que exigem 18 L. Portanto, é preciso acrescentar $18 - 1 = 17$ L.

Item 137

2020 | R1-334

Fonte: referência 1, página 151.

Questão 334 (H23 | ENEM 2020) **Dificuldade 710,9**

Antônio, Joaquim e José são sócios de uma empresa cujo capital é dividido, entre os três, em partes proporcionais a: 4, 6 e 6, respectivamente. Com a intenção de igualar a participação dos três sócios no capital da empresa, Antônio pretende adquirir uma fração do capital de cada um dos outros dois sócios.

A fração do capital de cada sócio que Antônio deverá adquirir é

(A) $\frac{1}{2}$.

(B) $\frac{1}{3}$.

(C) $\frac{1}{9}$.

(D) $\frac{2}{3}$.

(E) $\frac{4}{3}$.

Resolução **Resposta: C**

O total é 16 partes; a participação final de cada sócio será $16/3$. Cada um dos que tem 6 partes precisa ceder $6 - 16/3 = 2/3$. A fração do próprio capital cedida é $(2/3)/6 = 1/9$.

Item 138

2020 | R1-347

Fonte: referência 1, página 157.

Questão 347 (H24 | ENEM 2020) **Dificuldade 692,3**

No Brasil, o tempo necessário para um estudante realizar sua formação até a diplomação em um curso superior, considerando os 9 anos de ensino fundamental, os 3 anos do ensino médio e os 4 anos de graduação (tempo médio), é de 16 anos. No entanto, a realidade dos brasileiros mostra que o tempo médio de estudo de pessoas acima de 14 anos é ainda muito pequeno, conforme apresentado na tabela.

Tempo médio de estudo de pessoas acima de 14 anos

Ano da Pesquisa	1995	1999	2003	2007
Tempo de estudo (em ano)	5,2	5,8	6,4	7,0

Disponível em: www.ibge.gov.br. Acesso em: 19 dez. 2012 (adaptado).

Considere que o incremento no tempo de estudo, a cada período, para essas pessoas, se mantenha constante até o ano 2050, e que se pretenda chegar ao patamar de 70% do tempo necessário à obtenção do curso superior dado anteriormente.

O ano em que o tempo médio de estudo de pessoas acima de 14 anos atingirá o percentual pretendido será

(A) 2018.

(B) 2023.

(C) 2031.

(D) 2035.

(E) 2043.

Resolução **Resposta: D**

A meta é $0{,}70 \cdot 16 = 11{,}2$ anos de estudo. O crescimento é 0,6 ano de estudo a cada quatro anos civis, ou 0,15 por ano. A partir de 2007, faltam $(11{,}2 - 7)/0{,}15 = 28$ anos. O ano é 2035.

Item 139

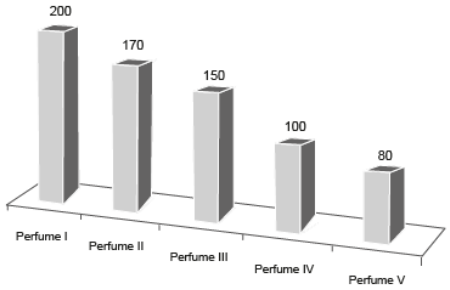
2020 | R1-378

Fonte: referência 1, página 171.

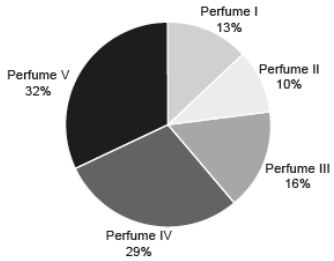
Questão 378 (H26 | ENEM 2020) **Dificuldade 608,2**

O gerente de uma loja de cosméticos colocou à venda cinco diferentes tipos de perfume, tendo em estoque na loja as mesmas quantidades de cada um deles. O setor de controle de estoque encaminhou ao gerente registros gráficos descrevendo os preços unitários de cada perfume, em real, e a quantidade vendida de cada um deles, em percentual, ocorrida no mês de novembro.

Preço do perfume por unidade (R$)



Porcentagem da quantidade vendida de cada perfume



Dados a chegada do final de ano e o aumento das vendas, a gerência pretende aumentar a quantidade estocada do perfume do tipo que gerou a maior arrecadação em espécie, em real, no mês de novembro.

Nessas condições, qual o tipo de perfume que deverá ter maior reposição no estoque?

(A) I

(B) II

(C) III

(D) IV

(E) V

Resolução **Resposta: D**

Como os estoques iniciais são iguais, a arrecadação é proporcional ao produto do preço unitário pelo percentual vendido. Calcule esse produto para cada perfume; o maior é o de IV, que deve receber a maior reposição.

Item 140

2021 | R1-043

Fonte: referência 1, página 34.

Questão 043 (H3 | ENEM 2021) **Dificuldade 671,6**

Os diretores de uma escola precisam construir um laboratório para uso dos alunos. Há duas possibilidades:

(i) um laboratório do tipo A, com capacidade para 100 usuários, a um custo de 180 mil reais e gastos de 60 mil reais por ano para manutenção;

(ii) um laboratório do tipo B, com capacidade para 80 usuários, a um custo de 120 mil reais e gastos com manutenção de 16 mil reais por ano.

Considera-se que, em qualquer caso, o laboratório implantado será utilizado na totalidade de sua capacidade.

A economia da escola, na utilização de um laboratório tipo B, em vez de um laboratório tipo A, num período de 4 anos, por usuário, será de

(A) 1,31 mil reais.

(B) 1,90 mil reais.

(C) 2,30 mil reais.

(D) 2,36 mil reais.

(E) 2,95 mil reais.

Resolução **Resposta: B**

Em quatro anos, o custo por usuário do laboratório A é $(180 + 4 \cdot 60)/100 = 4{,}20$ mil reais. Para B, é $(120 + 4 \cdot 16)/80 = 2{,}30$ mil reais. A economia é $4{,}20 - 2{,}30 = 1{,}90$ mil reais por usuário.

Item 141

2021 | R1-064

Fonte: referência 1, página 41.

Questão 064 (H4 | ENEM 2021) **Dificuldade 649,9**

Um ciclista amador de 61 anos de idade utilizou um monitor cardíaco para medir suas frequências cardíacas em quatro diferentes tipos de trechos do percurso. Os resultados das frequências cardíacas máximas alcançadas nesses trechos foram:

Trechos do percurso	Frequências cardíacas máximas (bpm)
Leve no plano	90
Forte no plano	120
Subida moderada	130
Subida forte	140

Sabe-se que a faixa aeróbica ideal para o ganho de condicionamento físico é entre 65% e 85% da frequência cardíaca máxima (Fc máx.), que, por sua vez, é determinada pela fórmula:

$$\text{Fc máx.} = 220 - \text{idade},$$

em que a idade é dada em ano e Fc máx. é dada em bpm (batimento por minuto).

Os trechos do percurso nos quais esse ciclista se mantém dentro de sua faixa aeróbica ideal, para o ganho de condicionamento físico, são

(A) leve no plano, forte no plano, subida moderada e subida forte.

(B) leve no plano, forte no plano e subida moderada.

(C) forte no plano, subida moderada e subida forte.

(D) forte no plano e subida moderada.

(E) leve no plano e subida forte.

Resolução **Resposta: D**

A frequência máxima calculada é $220 - 61 = 159$ bpm. A faixa ideal vai de $0{,}65 \cdot 159 = 103{,}35$ a $0{,}85 \cdot 159 = 135{,}15$ bpm. Apenas 120 e 130 bpm pertencem a esse intervalo: forte no plano e subida moderada.

Item 142

2021 | R1-076

Fonte: referência 1, página 45.

Questão 076 (H5 | ENEM 2021) **Dificuldade 630,3**

Após consulta médica, um paciente deve seguir um tratamento composto por três medicamentos: X, Y e Z. O paciente, para adquirir os três medicamentos, faz um orçamento em três farmácias diferentes, conforme o quadro.

	X	Y	Z
Farmácia 1	R$ 45,00	R$ 40,00	R$ 50,00
Farmácia 2	R$ 50,00	R$ 50,00	R$ 40,00
Farmácia 3	R$ 65,00	R$ 45,00	R$ 35,00

Dessas farmácias algumas oferecem descontos:

- na compra dos medicamentos X e Y na Farmácia 2, recebe-se um desconto de 20% em ambos os produtos, independentemente da compra do medicamento Z, e não há desconto para o medicamento Z;
- na compra dos 3 medicamentos na Farmácia 3, recebe-se 20% de desconto no valor total da compra.

O paciente deseja efetuar a compra de modo a minimizar sua despesa com os medicamentos.

De acordo com as informações fornecidas, o paciente deve comprar os medicamentos da seguinte forma

(A) X, Y e Z na Farmácia 1.

(B) X e Y na Farmácia 1, e Z na Farmácia 3.

(C) X e Y na Farmácia 2, e Z na Farmácia 3.

(D) X na Farmácia 2, e Y e Z na Farmácia 3.

(E) X, Y e Z na Farmácia 3.

Resolução **Resposta: C**

Comprando X e Y juntos na farmácia 2, paga-se $0{,}80(50+50) = 80$ reais. Z custa menos na farmácia 3: 35 reais. O total é 115 reais, inferior aos 120 reais de comprar os três com desconto na farmácia 3 e às demais combinações.

Item 143

2021 | R1-153

Fonte: referência 1, página 79.

Questão 153 (H10 | ENEM 2021) **Dificuldade 721,3**

A relação de Newton-Laplace estabelece que o módulo volumétrico de um fluido é diretamente proporcional ao quadrado da velocidade do som (em metro por segundo) no fluido e à sua densidade (em quilograma por metro cúbico), com uma constante de proporcionalidade adimensional.

Nessa relação, a unidade de medida adequada para o módulo volumétrico é

A $\mathrm{kg \cdot m^{-2} \cdot s^{-1}}$

B $\mathrm{kg \cdot m^{-1} \cdot s^{-2}}$

C $\mathrm{kg \cdot m^{-5} \cdot s^{2}}$

D $\mathrm{kg^{-1} \cdot m^{1} \cdot s^{2}}$

E $\mathrm{kg^{-1} \cdot m^{5} \cdot s^{-2}}$

Resolução **Resposta: B**

Na relação $K \propto \rho v^2$, a densidade tem unidade $\mathrm{kg/m^3}$ e a velocidade ao quadrado tem unidade $\mathrm{m^2/s^2}$. O produto é $\mathrm{kg\,m^{-1}\,s^{-2}}$, unidade equivalente ao pascal.

Item 144

2021 | R1-162

Fonte: referência 1, página 82.

Questão 162 (H11 | ENEM 2021) **Dificuldade 653,2**

Um parque temático brasileiro construiu uma réplica em miniatura do castelo de Liechtenstein. O castelo original, representado na imagem, está situado na Alemanha e foi reconstruído entre os anos de 1840 e 1842, após duas destruições causadas por guerras.



O castelo possui uma ponte de 38,4 m de comprimento e 1,68 m de largura. O artesão que trabalhou para o parque produziu a réplica do castelo, em escala. Nessa obra, as medidas do comprimento e da largura da ponte eram, respectivamente, 160 cm e 7 cm.

A escala utilizada para fazer a réplica é

- **A** 1 : 576
- **B** 1 : 240
- **C** 1 : 24
- **D** 1 : 4,2
- **E** 1 : 2,4

Resolução **Resposta: C**

Converta 38,4 m para 3840 cm. A razão entre réplica e original é $160/3840 = 1/24$. A largura confirma: $7/168 = 1/24$. A escala é $1 : 24$.

Item 145

2021 | R1-182

Fonte: referência 1, página 88.

Questão 182 (H12 | ENEM 2021) **Dificuldade 710**

Um automóvel apresenta um desempenho médio de 16 km/L. Um engenheiro desenvolveu um novo motor a combustão que economiza, em relação ao consumo do motor anterior, 0,1 L de combustível a cada 20 km percorridos.

O valor do desempenho médio do automóvel com o novo motor, em quilômetro por litro, expresso com uma casa decimal, é

(A) 15,9.

(B) 16,1.

(C) 16,4.

(D) 17,4.

(E) 18,0.

Resolução **Resposta: D**

Em 20 km, o motor antigo gasta $20/16 = 1{,}25$ L. O novo gasta $1{,}25 - 0{,}10 = 1{,}15$ L. O novo rendimento é $20/1{,}15 \approx 17{,}4$ km/L.

Item 146

2021 | R1-234

Fonte: referência 1, página 111.

Questão 234 (H16 | ENEM 2021) **Dificuldade 734,9**

Em uma corrida automobilística, os carros podem fazer paradas nos boxes para efetuar trocas de pneus. Nessas trocas, o trabalho é feito por um grupo de três pessoas em cada pneu. Considere que os grupos iniciam o trabalho no mesmo instante, trabalham à mesma velocidade e cada grupo trabalha em um único pneu. Com os quatro grupos completos, são necessários 4 segundos para que a troca seja efetuada. O tempo gasto por um grupo para trocar um pneu é inversamente proporcional ao número de pessoas trabalhando nele. Em uma dessas paradas, um dos trabalhadores passou mal, não pôde participar da troca e nem foi substituído, de forma que um dos quatro grupos de troca ficou reduzido.

Nessa parada específica, com um dos grupos reduzido, qual foi o tempo gasto, em segundo, para trocar os quatro pneus?

(A) 6,0

(B) 5,7

(C) 5,0

(D) 4,5

(E) 4,4

Resolução **Resposta: A**

Cada grupo executa $3 \cdot 4 = 12$ pessoas-segundo de trabalho por pneu. Com duas pessoas, o grupo reduzido precisa de $12/2 = 6$ s. Os outros terminam em 4 s; a troca completa termina após 6 s.

Item 147

2021 | R1-236

Fonte: referência 1, página 111.

Questão 236 (H16 | ENEM 2021) **Dificuldade 738,5**

Para realizar um voo entre duas cidades que distam 2 000 km uma da outra, uma companhia aérea utilizava um modelo de aeronave A, capaz de transportar até 200 passageiros. Quando uma dessas aeronaves está lotada de passageiros, o consumo de combustível é de 0,02 litro por quilômetro e por passageiro. Essa companhia resolveu trocar o modelo de aeronave A pelo modelo de aeronave B, que é capaz de transportar 10% de passageiros a mais do que o modelo A, mas consumindo 10% menos combustível por quilômetro e por passageiro.

A quantidade de combustível consumida pelo modelo de aeronave B, em relação à do modelo de aeronave A, em um voo lotado entre as duas cidades, é

(A) 10% menor.

(B) 1% menor.

(C) igual.

(D) 1% maior.

(E) 11% maior.

Resolução **Resposta: B**

O número de passageiros aumenta pelo fator 1,1 e o consumo por passageiro diminui pelo fator 0,9. O consumo total é multiplicado por $1{,}1 \cdot 0{,}9 = 0{,}99$: redução de 1%.

Item 148

2021 | R1-244

Fonte: referência 1, página 114.

Questão 244 (H17 | ENEM 2021) **Dificuldade 604,2**

Um nutricionista verificou, na dieta diária do seu cliente, a falta de 800 mg do mineral A, de 1 000 mg do mineral B e de 1 200 mg do mineral C. Por isso, recomendou a compra de suplementos alimentares que forneçam os minerais faltantes e informou que não haveria problema se consumisse mais desses minerais do que o recomendado.

O cliente encontrou cinco suplementos, vendidos em sachês unitários, cujos preços e as quantidades dos minerais estão apresentados a seguir:

- Suplemento I: contém 50 mg do mineral A, 100 mg do mineral B e 200 mg do mineral C e custa R$ 2,00;
- Suplemento II: contém 800 mg do mineral A, 250 mg do mineral B e 200 mg do mineral C e custa R$ 3,00;
- Suplemento III: contém 250 mg do mineral A, 1 000 mg do mineral B e 300 mg do mineral C e custa R$ 5,00;
- Suplemento IV: contém 600 mg do mineral A, 500 mg do mineral B e 1 000 mg do mineral C e custa R$ 6,00;
- Suplemento V: contém 400 mg do mineral A, 800 mg do mineral B e 1 200 mg do mineral C e custa R$ 8,00.

O cliente decidiu comprar sachês de um único suplemento no qual gastasse menos dinheiro e ainda suprisse a falta de minerais indicada pelo nutricionista, mesmo que consumisse alguns deles além de sua necessidade.

Nessas condições, o cliente deverá comprar sachês do suplemento

(A) I.

(B) II.

(C) III.

(D) IV.

(E) V.

Resolução **Resposta: D**

Para cada suplemento, use o maior número de sachês exigido pelos três minerais. As quantidades mínimas são 16, 6, 4, 2 e 2. Seus custos são R$ 32, 18, 20, 12 e 16. O menor custo é o de dois sachês de IV.

Item 149

2021 | R1-257

Fonte: referência 1, página 119.

Questão 257 (H18 | ENEM 2021) **Dificuldade 691,3**

Um atleta produz sua própria refeição com custo fixo de R$ 10,00. Ela é composta por 400 g de frango, 600 g de batata-doce e uma hortaliça. Atualmente, os preços dos produtos para essa refeição são:

Refeição	Frango (kg)	Batata-doce (kg)	Hortaliças (unidade)
	R$ 12,50	R$ 5,00	R$ 2,00

Em relação a esses preços, haverá um aumento de 50% no preço do quilograma de batata-doce, e os outros preços não serão alterados. O atleta deseja manter o custo da refeição, a quantidade de batata-doce e a hortaliça. Portanto, terá que reduzir a quantidade de frango.

Qual deve ser a redução percentual da quantidade de frango para que o atleta alcance seu objetivo?

A 12,5

B 28,0

C 30,0

D 50,0

E 70,0

Resolução **Resposta: C**

A batata custava $0{,}6 \cdot 5 = 3$ reais e passa a custar 4,50, aumento de 1,50. Essa economia deve vir do frango, que custava 5 reais. A redução necessária é $1{,}50/5 = 30\%$ da quantidade de frango.

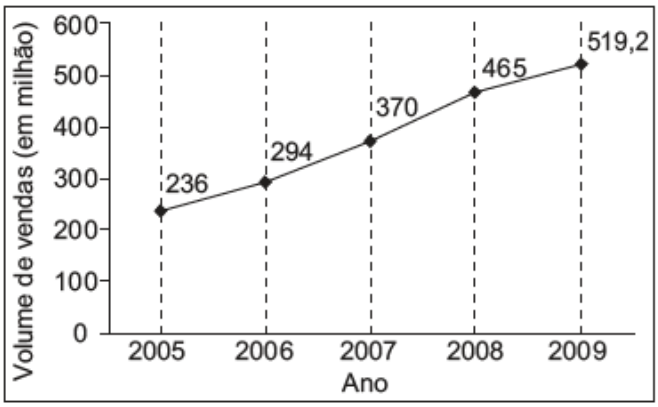
Item 150

2021 | R1-364

Fonte: referência 1, página 165.

Questão 364 (H25 | ENEM 2021) **Dificuldade 669,0**

A depressão caracteriza-se por um desequilíbrio na química cerebral. Os neurônios de um deprimido não respondem bem aos estímulos dos neurotransmissores. Os remédios que combatem a depressão têm o objetivo de restabelecer a química cerebral. Com o aumento gradativo de casos de depressão, a venda desses medicamentos está em crescente evolução, conforme ilustra o gráfico.



Veja, 10 fev. 2010 (adaptado).

No período de 2005 a 2009, o aumento percentual no volume de vendas foi de

- **A** 45,4.
- **B** 54,5.
- **C** 120.
- **D** 220.
- **E** 283,2.

Resolução **Resposta: C**

O volume final de vendas é 2,2 vezes o de 2005, conforme os valores do gráfico. O aumento relativo é $2{,}2 - 1 = 1{,}2 = 120\%$.

Item 151

2022 | R1-040

Fonte: referência 1, página 34.

Questão 040 (H3 | ENEM 2022) **Dificuldade 656,7**

Em janeiro de 2013, foram declaradas 1.794.272 admissões e 1.765.372 desligamentos no Brasil, ou seja, foram criadas 28.900 vagas de emprego, segundo dados do Cadastro Geral de Empregados e Desempregados (Caged), divulgados pelo Ministério do Trabalho e Emprego (MTE). Segundo o Caged, o número de vagas criadas em janeiro de 2013 sofreu uma queda de 75%, quando comparado com o mesmo período de 2012.

Disponível em: http://portal.mte.gov.br.Acesso em: 23 fev. 2013 (adaptado).

De acordo com as informações dadas, o número de vagas criadas em janeiro de 2012 foi

(A) 16 514.

(B) 86 700.

(C) 115 600.

(D) 441 343.

(E) 448 568.

Resolução **Resposta: C**

Uma queda de 75% deixa 25% do valor inicial. Se x é o saldo de 2012, então $0{,}25x = 28900$. Logo, $x = 115600$ vagas.

Item 152

2022 | R1-065

Fonte: referência 1, página 42.

Questão 065 (H4 | ENEM 2022) **Dificuldade 658,6**

Em uma loja, o preço promocional de uma geladeira é de R$ 1 000,00 para pagamento somente em dinheiro. Seu preço normal, fora da promoção, é 10% maior. Para pagamento feito com o cartão de crédito da loja, é da do um desconto de 2% sobre o preço normal. Uma cliente decidiu comprar essa geladeira, optando pelo pagamento com o cartão de crédito da loja. Ela calculou que o valor a ser pago seria o preço promocional acrescido de 8%. Ao ser informada pela loja do valor apagar, segundo sua opção, percebeu uma diferença entre seu cálculo e o valor que lhe foi apresentado.

O valor apresentado pela loja, comparado ao valor calculado pela cliente, foi

(A) R$ 2,00 menor.

(B) R$ 100,00 menor.

(C) R$ 200,00 menor.

(D) R$ 42,00 maior.

(E) R$ 80,00 maior.

Resolução **Resposta: A**

O preço normal é $1000 \cdot 1{,}10 = 1100$ reais. Com o cartão, paga-se $1100 \cdot 0{,}98 = 1078$ reais. A cliente calculou $1000 \cdot 1{,}08 = 1080$ reais. A cobrança correta é R$ 2,00 menor.

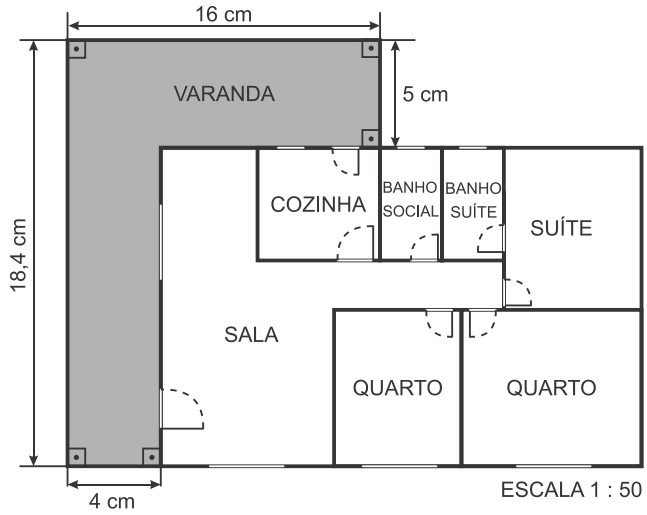
Item 153

2022 | R1-168

Fonte: referência 1, página 83.

Questão 168 (H11 | ENEM 2022) **Dificuldade 733,3**

Uma empresa de engenharia projetou uma casa com a forma de um retângulo para um de seus clientes. Esse cliente solicitou a inclusão de uma varanda em forma de L. A figura apresenta a planta baixa desenhada pela empresa, já com a varanda incluída, cujas medidas indicadas em centímetro, representam os valores das dimensões da varanda na escala de 1:50.



A medida real da área da varanda, em metro quadrado, é

(A) 33,40.

(B) 66,80.

(C) 89,24.

(D) 133,60.

(E) 534,40.

Resolução **Resposta: A**

A área da varanda na planta é $16 \cdot 5 + 4(18{,}4 - 5) = 133{,}6$ cm^2. Na escala 1 : 50, 1 cm corresponde a 0,5 m, logo 1 cm^2 corresponde a 0,25 m^2. Assim, a área real é $133{,}6 \cdot 0{,}25 = 33{,}4$ m^2.

Item 154

2022 | R1-171

Fonte: referência 1, página 85.

Questão 171 (H11 | ENEM 2022) **Dificuldade 786**

Um casal está reformando a cozinha de casa e decidiu comprar um refrigerador novo. Observando a planta da nova cozinha, desenhada na escala de 1:50, notaram que o espaço destinado ao refrigerador tinha 3,8 cm de altura e 1,6 cm de largura.

Eles sabem que os fabricantes de refrigeradores indicam que, para um bom funcionamento e fácil manejo na limpeza, esses eletrodomésticos devem ser colocados em espaços que permitam uma distância de, pelo menos, 10 cm de outros móveis ou paredes, tanto na parte superior quanto nas laterais. O casal comprou um refrigerador que caberia no local a ele destinado na nova cozinha, seguindo as instruções do fabricante.

Esse refrigerador tem altura e largura máximas, em metro, respectivamente, iguais a

(A) 1,80 e 0,60.

(B) 1,80 e 0,70.

(C) 1,90 e 0,80.

(D) 2,00 e 0,90.

(E) 2,00 e 1,00.

Resolução **Resposta: A**

O espaço real mede $3{,}8 \cdot 50 = 190$ cm de altura e $1{,}6 \cdot 50 = 80$ cm de largura. Retire 10 cm acima e 10 cm de cada lado: altura máxima 180 cm e largura máxima 60 cm, ou 1,80 m e 0,60 m.

Item 155

2022 | R1-221

Fonte: referência 1, página 106.

Questão 221 (H15 | ENEM 2022) **Dificuldade 725,2**

A luminosidade L de uma estrela está relacionada com o raio R e com a temperatura T dessa estrela segundo a Lei de Stefan-Boltzmann: $L = c \cdot R^2 \cdot T^4$, em que c é uma constante igual para todas as estrelas.

Disponível em: http://ciencia.hew.uol.com.br. Acesso em: 22 nov. 2013 (adaptado).

Considere duas estrelas E e F, sendo que a estrela E tem metade do raio da estrela F e o dobro da temperatura de F.

Indique por L_E e L_F, suas respectivas luminosidades. A relação entre as luminosidades dessas duas estrelas é dada por

(A) $L_E = \frac{L_F}{2}$.

(B) $L_E = \frac{L_F}{4}$.

(C) $L_E = L_F$.

(D) $L_E = 4L_F$.

(E) $L_E = 8L_F$.

Resolução **Resposta: D**

A razão é $L_E/L_F = (1/2)^2 \cdot 2^4 = \frac{1}{4} \cdot 16 = 4$. Portanto, $L_E = 4L_F$.

Item 156

2022 | R1-246

Fonte: referência 1, página 115.

Questão 246 (H17 | ENEM 2022) **Dificuldade 702,1**

Um médico faz o acompanhamento clínico de um grupo de pessoas que realizam atividades físicas diariamente. Ele observou que a perda média de massa dessas pessoas para cada hora de atividade física era de 1,5 kg.

Sabendo que a massa de 1 L de água é de 1 kg, ele recomendou que ingerissem, ao longo das 3 horas seguintes ao final da atividade, uma quantidade total de água correspondente a 40% a mais do que a massa perdida na atividade física, para evitar desidratação.

Seguindo a recomendação médica, uma dessas pessoas ingeriu, certo dia, um total de 1,7 L de água terminar seus exercícios físicos.

Para que a recomendação médica tenha efetivamente sido respeitada, a atividade física dessa pessoa, nesse dia, durou

(A) 30 minutos ou menos.

(B) mais de 35 e menos de 45 minutos.

(C) mais de 45 e menos de 55 minutos.

(D) mais de 60 e menos de 70 minutos.

(E) 70 minutos ou mais.

Resolução **Resposta: C**

Se a perda é m, então a ingestão prescrita no modelo é $1{,}4m = 1{,}7$ kg de água. O tempo de atividade é $t = (1{,}7/1{,}4)/1{,}5 \approx 0{,}8095$ h, ou 48,57 min. Está entre 45 e 55 min.

Item 157

Fonte: referência 1, página 117.

Questão 252 (H17 | ENEM 2022) **Dificuldade 948,7**

Uma equipe de marketing digital foi contratada para aumentar as vendas de um produto ofertado em um site de comércio eletrônico. Para isso, elaborou um anúncio que, quando o cliente clica sobre ele, é direcionado para a página de vendas do produto.

Esse anúncio foi divulgado em duas redes sociais, A e B, e foram obtidos os seguintes resultados:

- rede social A: o anúncio foi visualizado por 3.000 pessoas; 10% delas clicaram sobre o anúncio e foram redirecionadas para o site; 3% das que clicaram sobre o anúncio compraram o produto. O investimento feito para a publicação do anúncio nessa rede foi de R$ 100,00;
- rede social B: o anúncio foi visualizado por 1.000 pessoas; 30% delas clicaram sobre o anúncio e foram redirecionadas para o site; 2% das que clicaram sobre o anúncio compraram o produto. O investimento feito para a publicação do anúncio nessa rede foi de R$ 200,00.

Por experiência, o pessoal da equipe de marketing considera que a quantidade de novas pessoas que verão o anúncio é diretamente proporcional ao investimento realizado, e que a quantidade de pessoas que comprarão o produto também se manterá proporcional à quantidade de pessoas que clicarão sobre o anúncio.

O responsável pelo produto decidiu, então, investir mais R$ 300,00 em cada uma das duas redes sociais para a divulgação desse anúncio e obteve, de fato, o aumento proporcional esperado na quantidade de clientes que compraram esse produto. Para classificar o aumento obtido na quantidade (Q) de compradores desse produto, em consequência dessa segunda divulgação, em relação aos resultados observados na primeira divulgação, o responsável pelo produto adotou o seguinte critério:

- $Q \leq 60\%$: não satisfatório;
- $60\% < Q \leq 100\%$: regular;
- $100\% < Q \leq 150\%$: bom;
- $150\% < Q \leq 190\%$: muito bom;
- $190\% < Q \leq 200\%$: excelente.

O aumento na quantidade de compradores, em consequência dessa segunda divulgação, em relação ao que foi registrado com a primeira divulgação, foi classificado como

A não satisfatório.

B regular.

C bom.

D muito bom.

E excelente.

Item 157 – resolução 2022 / R1-252

Resolução **Resposta: C**

Na primeira divulgação, A gera $3000 \cdot 0{,}10 \cdot 0{,}03 = 9$ compradores e B, 6: total 15. Com os novos investimentos, geram 27 e 9 compradores: total 36. O aumento entre os resultados das campanhas é $(36 - 15)/15 = 140\%$, classificado como bom.

Item 158

2022 | R1-262

Fonte: referência 1, página 121.

Questão 262 (H18 | ENEM 2022) **Dificuldade 758,4**

O pacote básico de um jogo para smartphone, que é vendido a R$ 50,00, contém 2 000 gemas e 100 000 moedas de ouro, que são itens utilizáveis nesse jogo.

A empresa que comercializa esse jogo decidiu criar um pacote especial que será vendido a R$ 100,00 e que se diferenciará do pacote básico por apresentar maiores quantidades de gemas e moedas de ouro. Para estimularas vendas desse novo pacote, a empresa decidiu inserir nele 6 000 gemas a mais, em relação ao que o cliente teria caso optasse por comprar, com a mesma quantia, dois pacotes básicos.

A quantidade de moedas de ouro que a empresa deverá inserir ao pacote especial, para que seja mantida a mesma proporção existente entre as quantidades de gemas e de moedas de ouro contidas no pacote básico, é

(A) 50 000.

(B) 100 000.

(C) 200 000.

(D) 300 000.

(E) 400 000.

Resolução **Resposta: E**

Dois pacotes básicos fornecem 4000 gemas; com mais 6000, o especial terá 10000. A proporção é de 50 moedas por gema, exigindo 500000 moedas no total. Isso corresponde a 400000 moedas a mais que as 100000 do pacote básico, incremento indicado pela alternativa E.

Item 159

Fonte: referência 1, página 122.

Questão 264 (H18 | ENEM 2022) **Dificuldade 873,8**

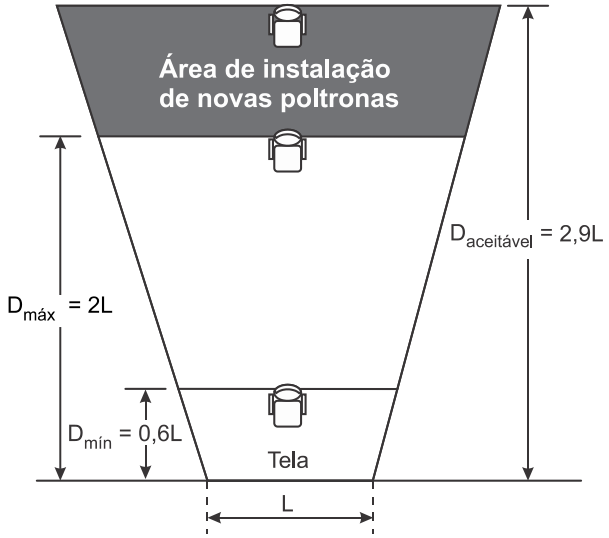
Em uma sala de cinema, para garantir que os espectadores vejam toda a imagem projetada na tela, a disposição das poltronas deve obedecer à norma técnica da Associação Brasileira de Normas Técnicas (ABNT), que faz as seguintes indicações:

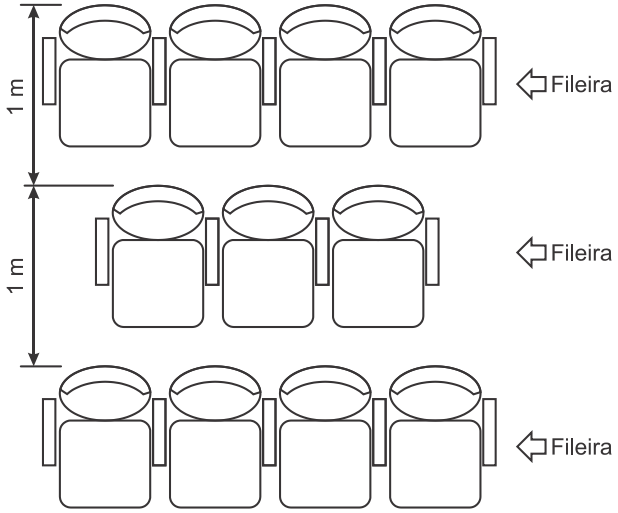
- Distância mínima (D mín) entre a tela de projeção e o encosto da poltrona da primeira fileira deve ser de, pelo menos, 60% da largura (L) da tela.
- Distância máxima (D máx) entre a tela de projeção e o encosto da poltrona da última fileira deve ser o dobro da largura (L) da tela, sendo aceitável uma distância de até 2,9 vezes a largura (L) da tela.

Para o espaçamento entre as fileiras de poltronas, é considerada a distância de 1 metro entre os encostos e as poltronas em duas fileiras consecutivas.

Disponível em: www.ctav.gov.br.Acesso em 14 nov. 20

Uma sala de cinema, cuja largura da tela mede 12 m, está montada em conformidade com as normas da ABNT tem suas dimensões especificadas na figura.





Pretende-se ampliar essa sala, mantendo-se na mesma posição a tela e todas as poltronas já instaladas, ampliando-se ao máximo a sala para os fundos (área de instalação de novas poltronas), respeitando-se o limite aceitável da norma da ABNT. A intenção é aumentar, ao máximo, a quantidade de poltronas da sala, instalando-se novas unidades, iguais às já instaladas.

Quantas fileiras de poltronas a sala comportará após essa ampliação?

A 26

B 27

C 28

D 29

E 35

Item 159 – resolução 2022 / R1-264

Resolução **Resposta: C**

A primeira fileira fica a $0{,}6 \cdot 12 = 7{,}2$ m da tela, e o limite aceitável da última é $2{,}9 \cdot 12 = 34{,}8$ m. Com espaçamento de 1 m, $7{,}2 + (n-1) \leq 34{,}8$. Assim, $n \leq 28{,}6$, permitindo 28 fileiras.

Item 160

2023 | R1-452

Fonte: referência 1, página 212.

Questão 452 (Habilidade 17) **Dificuldade 513,9**

Um supermercado conta com cinco caixas disponíveis para pagamento. Foram instaladas telas que apresentam o tempo médio gasto por cada caixa para iniciar e finalizar o atendimento de cada cliente, e o número de pessoas presentes na fila de cada caixa em tempo real. Um cliente, na hora de passar sua compra, sabendo que cada um dos cinco caixas iniciará um novo atendimento naquele momento, pretende gastar o menor tempo possível de espera na fila. Ele observa que as telas apresentavam as informações a seguir.

- Caixa I: atendimento 12 minutos, 5 pessoas na fila.
- Caixa II: atendimento 6 minutos, 9 pessoas na fila.
- Caixa III: atendimento 5 minutos, 6 pessoas na fila.
- Caixa IV: atendimento 15 minutos, 2 pessoas na fila.
- Caixa V: atendimento 9 minutos, 3 pessoas na fila.

Para alcançar seu objetivo, o cliente deverá escolher o caixa

(A) I.

(B) II.

(C) III.

(D) IV.

(E) V.

Resolução **Resposta: E**

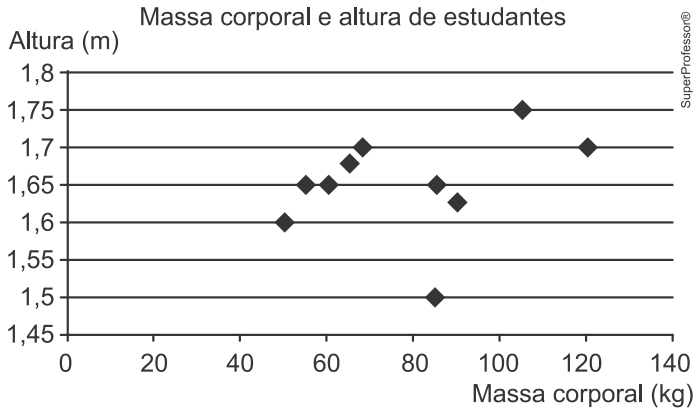
O tempo de espera é a quantidade de pessoas à frente multiplicada pelo atendimento médio. Para I a V: $12 \cdot 5 = 60$, $6 \cdot 9 = 54$, $5 \cdot 6 = 30$, $15 \cdot 2 = 30$ e $9 \cdot 3 = 27$ min. O menor é 27 min, no caixa V.

Item 161

Fonte: referência 1, página 215.

Questão 461 (Habilidade 25) **Dificuldade 623,8**

Um professor, para promover a aprendizagem dos estudantes em estatística, propôs uma atividade. O objetivo era verificar o percentual de estudantes com massa corporal abaixo da média e altura acima da média de um grupo de estudantes. Para isso, usando uma balança e uma fita métrica, avaliou uma amostra de dez estudantes, anotando as medidas observadas. O gráfico apresenta a massa corporal, em quilograma, e a altura, em metro, obtidas na atividade.



Após a coleta dos dados, os estudantes calcularam a média dos valores obtidos, referentes à massa corporal e à altura, obtendo, respectivamente, 80 kg e 1,65 m.

Qual é o percentual de estudantes dessa amostra com massa corporal abaixo da média e altura acima da média?

A 10

B 20

C 30

D 50

E 70

Resolução **Resposta: B**

No gráfico de dispersão, selecione os pontos com massa menor que 80 kg e altura maior que 1,65 m, simultaneamente. Há dois desses pontos entre dez estudantes. Portanto, a porcentagem é $2/10 = 20\%$.

Item 162

Fonte: referência 1, página 216.

Questão 465 (Habilidade 19) **Dificuldade 645,1**

Dirigir após ingerir bebidas alcoólicas é urna atitude extremamente perigosa, uma vez que, a partir da primeira dose, a pessoa já começa a ter perda de sensibilidade de movimentos e de reflexos. Apesar de a eliminação e absorção do álcool depender de cada pessoa e de como o organismo consegue metabolizar a substância, ao final da primeira hora após a ingestão, a concentração de álcool (C) no sangue corresponde a aproximadamente 90% da quantidade (q) de álcool ingerida, e a eliminação total dessa concentração pode demorar até 12 horas.

Disponível em: http://g1.globo.com. Acesso em: 1 dez. 2018 (adaptado).

Nessas condições, ao final da primeira hora após a ingestão da quantidade q de álcool, a concentração C dessa substância no sangue é expressa algebricamente por

A) C = 0,9q.

B) C = 0,1q.

C) C = 1 – 0,1q.

D) C = 1 – 0,9q.

E) C = q – 10.

Resolução **Resposta: A**

A expressão de 90% de uma quantidade q é $90q/100 = 0{,}9q$. Portanto, no modelo proposto, $C = 0{,}9q$.

Item 163

2023 | R1-468

Fonte: referência 1, página 217.

Questão 468 (Habilidade 5) **Dificuldade 652,6**

Em janeiro do ano passado, a direção de uma fábrica abriu uma creche para os filhos de seus funcionários, com 10 salas, cada uma com capacidade para atender 10 crianças a cada ano. As vagas são sorteadas entre os filhos dos funcionários inscritos, enquanto os não contemplados pelo sorteio formam uma lista de espera. No ano passado, a lista de espera teve 400 nomes e, neste ano, esse número cresceu 10%.

A direção da fábrica realizou uma pesquisa e constatou que a lista de espera para o próximo ano terá a mesma quantidade de nomes da lista de espera deste ano. Decidiu, então, construir, ao longo desse ano, novas salas para a creche, também com capacidade de atendimento para 10 crianças cada, de modo que o número de nomes na lista de espera no próximo ano seja 25% menor que o deste ano.

O número mínimo de salas que deverão ser construídas é

A 10.

B 11.

C 13.

D 30.

E 33.

Resolução **Resposta: B**

A lista atual tem $400 \cdot 1{,}10 = 440$ nomes. Reduzi-la em 25% exige atender mais $0{,}25 \cdot 440 = 110$ crianças. Com 10 vagas por sala, são necessárias 11 salas novas.

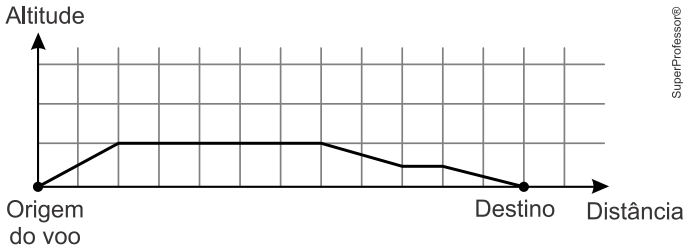
Item 164

Fonte: referência 1, página 218.

Questão 470 (Habilidade 11) **Dificuldade 655,7**

Um controlador de voo dispõe de um instrumento que descreve a altitude de uma aeronave em voo, em função da distância em solo. Essa distância em solo é a medida na horizontal entre o ponto de origem do voo até o ponto que representa a projeção ortogonal da posição da aeronave, em voo, no solo. Essas duas grandezas são dadas numa mesma unidade de medida.

A tela do instrumento representa proporcionalmente as dimensões reais das distâncias associadas ao voo. A figura apresenta a tela do instrumento depois de concluída a viagem de um avião, sendo a medida de cada quadradinho da malha igual a 1 cm.



Essa tela apresenta os dados de altitude alcançada foi de 5 km.

A escala em que essa tela representa as medidas é

A) 1 : 5.

B) 1 : 11.

C) 1 : 55.

D) 1 : 5.000.

E) 1 : 500.000.

Resolução **Resposta: E**

A altura máxima de 5 km corresponde a 1 cm na tela. Convertendo 5 km para 500000 cm, a razão é 1/500000. A escala é 1 : 500000.

Item 165

Fonte: referência 1, página 219.

Questão 475 (Habilidade 18) **Dificuldade 693,9**

A cada bimestre, a diretora de uma escola compra uma quantidade de folhas de papel ofício proporcional ao número de alunos matriculados. No bimestre passado, ela comprou 6 000 folhas para serem utilizadas pelos 1 200 alunos matriculados. Neste bimestre, alguns alunos cancelaram suas matrículas e a escola tem, agora, 1 150 alunos. A diretora só pode gastar R$ 220,00 nessa compra, e sabe que o fornecedor da escola vende as folhas de papel ofício em embalagens de 100 unidades a R$ 4,00 a embalagem. Assim, será preciso convencer o fornecedor a dar um desconto à escola, de modo que seja possível comprar a quantidade total de papel ofício necessária para o bimestre.

O desconto necessário no preço final da compra, em porcentagem, pertence ao intervalo

A (5,0; 5,5).

B (8,0; 8,5).

C (11,5; 12,5).

D (19,5; 20,5).

E (3,5; 4,0).

Resolução **Resposta: A**

A necessidade é de $6000/1200 = 5$ folhas por aluno, ou 5750 folhas para 1150 alunos. São necessários 58 pacotes, que custam R$ 232,00. O desconto é $(232 - 220)/232 \cdot 100 \approx 5{,}17\%$, no intervalo entre 5,0 e 5,5.

Item 166

2023 | R1-477

Fonte: referência 1, página 220.

Questão 477 (Habilidade 16) **Dificuldade 698,5**

Alguns estudos comprovam que os carboidratos fornecem energia ao corpo, preservam as proteínas estruturais dos músculos durante a prática de atividade física e ainda dão força para o cérebro coordenar os movimentos, o que de fato tem impacto positivo no desenvolvimento do praticante. O ideal é consumir 1 grama de carboidrato para cada minuto de caminhada.

GIRINO, C. Boa pergunta: consumir carboidratos antes dos exercícios melhora o desempenho do atleta? *Revista Saúde! É Vital*, n. 330, nov. 2010 (adaptado).

Um casal realizará diariamente 30 minutos de caminhada, ingerindo, antes dessa atividade, a quantidade ideal de carboidratos recomendada.

Para ter o consumo ideal apenas por meio do consumo de pão de fôrma integral, o casal planeja garantir o suprimento de pães para um período de 30 dias ininterruptos. Sabe-se que cada pacote desse pão vem com 18 fatias, e que cada uma delas tem 15 gramas de carboidratos.

A quantidade mínima de pacotes de pão de forma necessários para prover o suprimento a esse casal é

A 1.

B 4.

C 6.

D 7.

E 8.

Resolução **Resposta: D**

O casal precisa de $2 \cdot 30 \cdot 30 = 1800$ g de carboidrato no período. Isso equivale a $1800/15 = 120$ fatias. Cada pacote tem 18 fatias, logo são necessários $\lceil 120/18 \rceil = 7$ pacotes.

Item 167

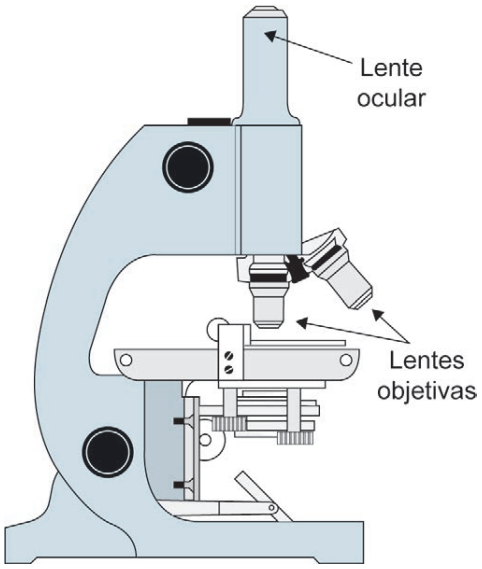
2024 | O2024-136

Fonte: INEP, caderno azul, página 16; questão 136.

QUESTÃO 136

O tamanho mínimo que a visão humana é capaz de visualizar sem o uso de equipamento auxiliar é equivalente a 100 micrômetros (1 micrômetro = 10^{-3} milímetros). Uma estudante pretende visualizar e analisar hemácias do sangue humano, que medem 0,007 mm de diâmetro. Ela adquiriu um microscópio óptico que tem uma lente ocular que amplia em 10 vezes a imagem do objeto em observação, e um conjunto de lentes objetivas com estas capacidades de ampliação:

- lente I: 2 vezes;
- lente II: 10 vezes;
- lente III: 15 vezes;
- lente IV: 1,1 vez;
- lente V: 1,4 vez.



O funcionamento desse microscópio permite o uso da lente ocular sozinha ou a combinação dela com uma de suas lentes objetivas, proporcionando, nesse caso, um aumento de sua capacidade de ampliação final, que é dada pelo produto entre as capacidades de ampliação da ocular e da objetiva.

Essa estudante pretende selecionar a lente objetiva de menor capacidade de ampliação que permita, na combinação com a ocular, visualizar hemácias do sangue humano.

A lente objetiva a ser selecionada pela estudante é a

A I.
B II.
C III.
D IV.
E V.

Resolução **Resposta: A**

O limite visual é $100 \cdot 10^{-3} = 0{,}1$ mm. Com a ocular, a hemácia aparece com $0{,}007 \cdot 10 = 0{,}07$ mm. A objetiva precisa ampliar por pelo menos $0{,}1/0{,}07 \approx 1{,}43$. A menor opção suficiente é a lente I, de 2 vezes.

Item 168

2024 | O2024-140

Fonte: INEP, caderno azul, página 17; questão 140.

QUESTÃO 140

João e Felipe participaram, na escola, de uma maratona de matemática na qual, durante uma semana, resolveram 200 questões cada. Nessa maratona, a porcentagem P de acertos de cada participante é convertida em um conceito:

- insatisfatório: se $0 \leq P < 50$;
- regular: se $50 \leq P < 60$;
- bom: se $60 \leq P < 75$;
- muito bom: se $75 \leq P < 90$;
- excelente: se $90 \leq P \leq 100$.

João acertou 75% das questões da maratona e Felipe acertou 30% a menos que a quantidade de questões que João acertou.

Os conceitos de João e Felipe foram, respectivamente,

A muito bom e bom.
B muito bom e regular.
C muito bom e insatisfatório.
D bom e regular.
E bom e insatisfatório.

Resolução **Resposta: B**

João acertou $0{,}75 \cdot 200 = 150$ questões, conceito muito bom. Felipe acertou $0{,}70 \cdot 150 = 105$, ou $105/200 = 52{,}5\%$, conceito regular.

Item 169

2024 | O2024-143

Fonte: INEP, caderno azul, página 18; questão 143.

QUESTÃO 143

Uma casa de shows terá um evento cujo custo total de produção é de R$ 34 350,00, sendo que comporta 500 pessoas. O preço do ingresso será de R$ 130,00 e, normalmente, 60% das pessoas adquirem meia-entrada, pagando R$ 65,00 pelo ingresso. Além do faturamento proveniente da venda de ingressos, a casa de shows vende, com 60% de lucro, bebidas e petiscos ao público no dia do evento.

Após ter vendido todos os 500 ingressos, constatou-se que a quantidade de meias-entradas vendidas superou em 50% o que estava previsto, impactando o faturamento estimado com a venda de ingressos.

No dia do evento, decidiu-se manter o percentual de 60% de lucro sobre as bebidas e petiscos, pois todo o público que comprou ingresso compareceu ao show. Com isso, espera-se ter lucro de R$ 17 000,00 nesse evento.

Para que se alcance o lucro esperado, o gasto médio por pessoa com bebidas e petiscos, em real, deverá ser de

A 19,50.
B 28,80.
C 34,00.
D 52,00.
E 68,70.

Resolução **Resposta: D**

Esperavam-se 300 meias-entradas; com aumento de 50%, foram 450. A receita dos ingressos é $450 \cdot 65 + 50 \cdot 130 = 35750$ reais. Para lucro de 17000 após o custo de 34350, faltam $17000 + 34350 - 35750 = 15600$ reais de lucro nas vendas. Tomando a margem de 60% adotada pelo item, o faturamento necessário é $15600/0{,}60 = 26000$, ou R$ 52,00 por pessoa.

Item 170

2024 | O2024-151

Fonte: INEP, caderno azul, página 20; questão 151.

QUESTÃO 151

O arquiteto Renzo Piano exibiu a maquete da nova sede do Museu Whitney de Arte Americana, um prédio assimétrico que tem um vão aberto para a galeria principal, cuja medida da área é 1672 m^2.

Considere que a escala da maquete exibida é 1 : 200.

Época, n. 682, jun. 2011 (adaptado).

A medida da área do vão aberto nessa maquete, em centímetro quadrado, é

A 4,18.
B 8,36.
C 41,80.
D 83,60.
E 418,00.

Resolução **Resposta: E**

A área reduz pelo quadrado da escala: $1672/200^2 = 0{,}0418\ m^2$. Convertendo para cm^2, $0{,}0418 \cdot 10000 = 418\ cm^2$.

Item 171

2024 | O2024-153

Fonte: INEP, caderno azul, página 20; questão 153.

QUESTÃO 153

Um instituto de pesquisa constatou que, nos últimos dez anos, o crescimento populacional de uma cidade foi de 135,25%.

Qual é a representação decimal da taxa percentual desse crescimento populacional?

A 13525,0

B 135,25

C 13,525

D 1,3525

E 0,13525

Resolução **Resposta: D**

Para converter porcentagem em número decimal, divida por 100: $135{,}25/100 = 1{,}3525$.

Item 172

2024 | O2024-157

Fonte: INEP, caderno azul, página 22; questão 157.

QUESTÃO 157

Uma doceira vende e entrega, em seu bairro, porções de 100 g de docinhos de aniversário. Atualmente, a taxa única de entrega é R$ 10,00, e o valor cobrado por uma porção é R$ 25,00. Por uma estratégia de vendas, a partir da próxima semana, a taxa única de entrega será R$ 15,00, e um novo valor será cobrado por uma porção, de maneira que o valor total a ser pago por um cliente na compra de 5 porções permaneça o mesmo.

A partir da próxima semana, qual será o novo valor cobrado, em real, por uma porção?

A 12,50
B 20,00
C 24,00
D 30,00
E 37,50

Resolução **Resposta: C**

Antes, cinco porções com entrega custavam $5 \cdot 25 + 10 = 135$ reais. O novo valor p deve satisfazer $5p + 15 = 135$. Logo, $p = 24$ reais por porção.

Item 173

2024 | O2024-158

Fonte: INEP, caderno azul, página 22; questão 158.

QUESTÃO 158

Em uma loja de defensivos agrícolas, os preços de alguns produtos foram divulgados em um cartaz.



Sabe-se que 1 litro de defensivo do Tipo A é suficiente para aplicação em 0,5 hectare (ha), enquanto que 1 litro de defensivo do Tipo B é suficiente para aplicação em 0,4 ha. Um agricultor precisa comprar, nessa loja, uma quantidade de litros de defensivo suficiente para aplicar em uma área de 20 ha, além de levar uma máscara para aplicação.

O valor mínimo, em real, a ser gasto pelo agricultor é

A) 147,00.
B) 150,00.
C) 162,50.
D) 165,75.
E) 168,00.

Resolução **Resposta: C**

Com A, seriam necessários $20/0{,}5 = 40$ L, ao custo de R$ 168,00, com máscara gratuita. Com B, são $20/0{,}4 = 50$ L: R$ 150,00 mais R$ 12,50 da máscara, totalizando R$ 162,50. B custa menos por hectare; a mistura mais barata que ainda dá máscara grátis usa 35 L de A e 6,25 L de B, custando R$ 165,75. Portanto, comprar apenas B e a máscara é a melhor opção.

Item 174

2024 | O2024-160

Fonte: INEP, caderno azul, página 22; questão 160.

QUESTÃO 160

Uma piscina tem capacidade de 2 500 000 litros. Seu sistema de abastecimento foi regulado para ter uma vazão constante de 6 000 litros de água por minuto.

O mesmo sistema foi instalado em uma segunda piscina, com capacidade de 2 750 000 litros, e regulado para ter uma vazão, também constante, capaz de enchê-la em um tempo 20% maior que o gasto para encher a primeira piscina.

A vazão do sistema de abastecimento da segunda piscina, em litro por minuto, é

A 8 250.
B 7 920.
C 6 545.
D 5 500.
E 5 280.

Resolução **Resposta: D**

O volume cresce pelo fator $2{,}75/2{,}5 = 1{,}1$, e o tempo disponível cresce pelo fator 1,2. Como vazão é volume por tempo, a nova vazão deve ser $6000 \cdot 1{,}1/1{,}2 = 5500$ litros por hora.

Item 175

2024 | O2024-166

Fonte: INEP, caderno azul, página 25; questão 166.

QUESTÃO 166

A densidade demográfica de uma região é definida como sendo a razão entre o número de habitantes dessa região e sua área, expressa na unidade habitantes por quilômetro quadrado.

Uma região *R* é subdividida em várias outras, sendo uma delas a região *Q*. A área de *Q* é igual a três quartos da área de *R*, e o número de habitantes de *Q* é igual à metade do número de habitantes de *R*. As densidades demográficas correspondentes a essas regiões são denotadas por *d*(*Q*) e *d*(*R*).

A expressão que relaciona *d*(*Q*) e *d*(*R*) é

A $d(Q) = \frac{1}{4} d(R)$

B $d(Q) = \frac{1}{2} d(R)$

C $d(Q) = \frac{3}{4} d(R)$

D $d(Q) = \frac{3}{2} d(R)$

E $d(Q) = \frac{2}{3} d(R)$

Resolução **Resposta: E**

A densidade é massa por volume. A nova massa é metade da anterior e o novo volume é 3/4 do anterior. Portanto, $d_{\text{nova}}/d_{\text{antiga}} = (1/2)/(3/4) = 2/3$.

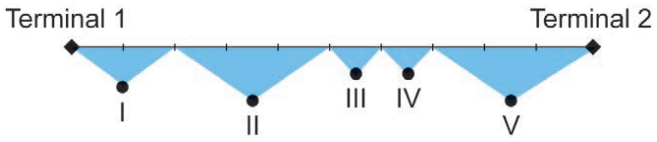
Item 176

2024 | O2024-172

Fonte: INEP, caderno azul, página 28; questão 172.

QUESTÃO 172

Um aeroporto disponibiliza o serviço de transporte gratuito entre seus dois terminais utilizando os ônibus A e B, que partem simultaneamente, de hora em hora, de terminais diferentes. A distância entre os terminais é de 9 000 metros, e o percurso total dos ônibus, de um terminal ao outro, é monitorado por um sistema de cinco câmeras que cobrem diferentes partes do trecho, conforme o esquema.



O alcance de cada uma das cinco câmeras é:

- câmera I: $\frac{1}{5}$ do percurso;
- câmera II: $\frac{3}{10}$ do percurso;
- câmera III: $\frac{1}{10}$ do percurso;
- câmera IV: $\frac{1}{10}$ do percurso;
- câmera V: $\frac{3}{10}$ do percurso.

Em determinado horário, o ônibus A parte do terminal 1 e realiza o percurso total com velocidade constante de 250 m/min; enquanto o ônibus B, que parte do terminal 2, realiza o percurso total com velocidade constante de 150 m/min.

Qual câmera registra o momento em que os ônibus A e B se encontram?

A I
B II
C III
D IV
E V

Resolução

Resposta: D

As velocidades somam $250 + 150 = 400$ m/min. Os ônibus se encontram após $9000/400 = 22{,}5$ min. O que partiu do terminal 1 percorre $250 \cdot 22{,}5 = 5625$ m, isto é, 62,5% do percurso. Essa posição está no trecho coberto pela câmera IV.

Item 177

2024 | O2024-179

Fonte: INEP, caderno azul, página 31; questão 179.

QUESTÃO 179

Uma empresa de engenharia foi contratada para realizar um serviço no valor de R$ 71 250,00. Os sócios da empresa decidiram que 40% desse valor seria destinado ao pagamento de três engenheiros que gerenciaram o serviço. O pagamento para cada um deles será feito de forma diretamente proporcional ao total de horas trabalhadas. O número de dias e o número de horas diárias trabalhadas pelos engenheiros foram, respectivamente:

- engenheiro I: 4 dias, numa jornada de 5 horas e meia por dia;
- engenheiro II: 5 dias, numa jornada de 4 horas por dia;
- engenheiro III: 6 dias, numa jornada de 2 horas e meia por dia.

Qual a maior diferença, em real, entre os valores recebidos por esse serviço entre dois desses engenheiros?

A 1 000
B 1 500
C 3 500
D 3 800
E 5 250

Resolução **Resposta: C**

O valor destinado ao pagamento é $0{,}40 \cdot 71250 = 28500$ reais. As horas somam $22 + 20 + 15 = 57$, de modo que cada hora vale $28500/57 = 500$ reais. A maior diferença é entre 22 e 15 horas: $7 \cdot 500 = 3500$ reais.

Item 178

2025 | O2025-136

Fonte: INEP, caderno azul, página 16; questão 136.

QUESTÃO 136

Uma pessoa pretende instalar um kit de gás natural veicular (GNV) em seu carro. Na loja que escolheu para realizar a compra e instalação desse kit, havia cinco modelos de cilindro para armazenamento do gás, cujas capacidades, em metro cúbico, eram, respectivamente: 10, 14, 17, 21 e 25. O preço do cilindro é proporcional à sua capacidade. Esse carro rodará 30 km diariamente, 7 dias por semana, e o consumo do GNV é de 1 m^3 a cada 13 km rodados. A pessoa escolherá o modelo de cilindro de menor preço e que garanta apenas um abastecimento semanal.

Nessas condições, qual será a capacidade, em metro cúbico, do cilindro escolhido por essa pessoa?

A 10
B 14
C 17
D 21
E 25

Resolução **Resposta: C**

Em sete dias, o consumo é $7 \cdot 30/13 = 210/13 \approx 16{,}15$ m^3. A menor capacidade que comporta esse volume é 17 m^3, correspondente ao reservatório III.

Item 179

2025 | O2025-140

Fonte: INEP, caderno azul, página 18; questão 140.

QUESTÃO 140

Em um laboratório, um recipiente contém 10 litros de uma solução composta apenas pelas substâncias S_1 e S_2. Dessa solução, 99,95% é de S_1. Uma quantidade de S_1 será retirada dessa solução, mantendo a quantidade inicial de S_2 de modo que 99,90% da nova solução seja de S_1.

Qual é a quantidade de S_1, em litro, que será retirada?

A 0,0050
B 0,0100
C 0,5000
D 4,9775
E 5,0000

Resolução **Resposta: E**

A quantidade de S2 é $10 \cdot 0{,}0005 = 0{,}005$ L e não muda com a retirada de S1. Para que ela represente $0{,}1\% = 0{,}001$ da solução final, o volume final deve ser $0{,}005/0{,}001 = 5$ L. É necessário retirar 5 L de S1.

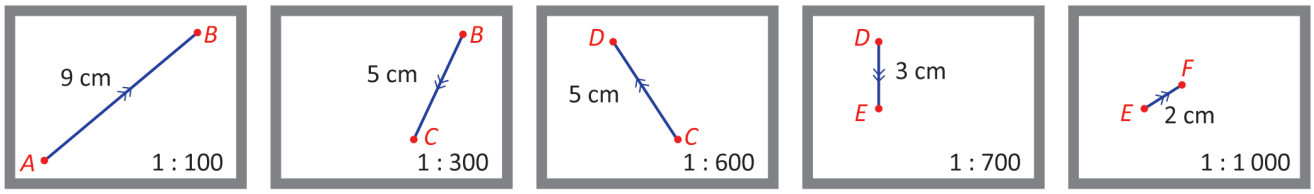
Item 180

2025 | O2025-148

Fonte: INEP, caderno azul, página 20; questão 148.

QUESTÃO 148

O controle remoto de um carrinho de brinquedo vem equipado com uma tela que ajusta automaticamente a escala empregada na exibição de cada deslocamento. A tela apresenta a imagem do deslocamento, a escala utilizada na geração dessa imagem e o comprimento desse deslocamento, em centímetro, em conformidade com a escala empregada. As figuras representam a tela do controle remoto exibindo os dados de cinco deslocamentos realizados por esse carrinho.



I II III IV V

A opção que indica o deslocamento de maior comprimento realizado pelo carrinho de brinquedo é

A) I.
B) II.
C) III.
D) IV.
E) V.

Resolução **Resposta: C**

Multiplicando a medida na tela pelo denominador da escala, os deslocamentos são: I, $9 \cdot 100 = 900$ cm; II, $5 \cdot 300 = 1500$ cm; III, $5 \cdot 600 = 3000$ cm; IV, $3 \cdot 700 = 2100$ cm; V, $2 \cdot 1000 = 2000$ cm. O maior é o III.

Item 181

2025 | O2025-150

Fonte: INEP, caderno azul, página 21; questão 150.

QUESTÃO 150

Uma fábrica de tijolos ecológicos com 3 funcionários, cada um trabalhando 6 horas diárias, produz 720 unidades por dia. Para atender ao crescimento da demanda por esse tipo de tijolo, essa fábrica passou a ter 5 funcionários, cada um trabalhando 9 horas por dia, aumentando, assim, sua capacidade de produção. Todos os funcionários produzem igual quantidade de tijolos a cada hora, independentemente de trabalharem 6 ou 9 horas diárias.

O número de tijolos fabricados diariamente após o aumento da capacidade de produção é

A 800.
B 1 080.
C 1 200.
D 1 800.
E 2 520.

Resolução **Resposta: D**

A produção por trabalhador e por hora é $720/(3 \cdot 6) = 40$ unidades. Com cinco trabalhadores durante nove horas, a produção será $40 \cdot 5 \cdot 9 = 1800$ unidades.

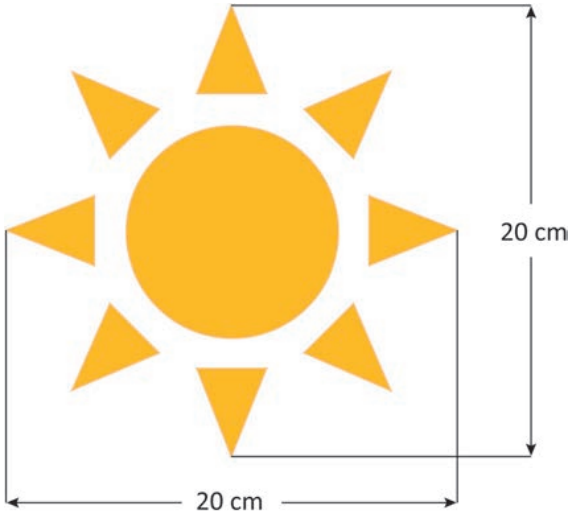
Item 182

2025 | O2025-156

Fonte: INEP, caderno azul, página 23; questão 156.

QUESTÃO 156

Um artista, que costuma fazer desenhos com areia na praia, pediu a um banhista que fizesse um pequeno desenho, que serviria de esboço para uma grande obra de arte a ser feita na areia. Esse desenho está representado na figura.



Após a conclusão, a obra de arte obtida manteve as mesmas proporções do desenho feito pelo banhista, sendo que as medidas indicadas na figura foram ampliadas para 30 m.

Em qual escala esse desenho representa a obra de arte?

A) 1 : 1,5
B) 1 : 2,25
C) 1 : 10
D) 1 : 100
E) 1 : 150

Resolução **Resposta: E**

A medida no desenho é 20 cm, e a medida correspondente na obra é 30 m = 3000 cm. A escala é $20/3000 = 1/150$, isto é, 1 : 150.

Item 183

2025 | O2025-157

Fonte: INEP, caderno azul, página 23; questão 157.

QUESTÃO 157

O cortisol é um hormônio produzido pelas glândulas adrenais e pode ser considerado um importante marcador do estresse fisiológico. Em um estudo desenvolvido com enfermeiros, foi verificado que a concentração de cortisol salivar em um dia de trabalho, denotada por *T*, era, em média, 1,59 vezes a concentração de cortisol salivar em um dia de folga, denotada por *F*.

ROCHA, M. C. P. et al. Estresse em enfermeiros: o uso do cortisol salivar no dia de trabalho e de folga. **Rev. Esc. Enferm. USP**, n. 5, 2013 (adaptado).

Nesse estudo, a relação obtida entre *T* e *F* foi

A $T = 1{,}59 + F$

B $F = 1{,}59 + T$

C $\frac{T}{F} = 1{,}59$

D $\frac{F}{T} = 1{,}59$

E $F \cdot T = 1{,}59$

Resolução **Resposta: C**

A frase "T é 1,59 vezes F" se traduz por $T = 1{,}59F$. Dividindo ambos os membros por F, obtemos $T/F = 1{,}59$, alternativa C. Trata-se de uma relação multiplicativa, e não de uma soma.

Item 184

2025 | O2025-158

Fonte: INEP, caderno azul, página 23; questão 158.

QUESTÃO 158

Um estacionamento possui 120 vagas para veículos, e todas essas vagas estão ocupadas. Cada cliente paga uma mensalidade para utilizar uma vaga, que é calculada com base nas despesas mensais do estacionamento e no lucro pretendido. As despesas mensais do estacionamento são: R$ 14 240,00 com manutenção mais R$ 36,00 de seguro por veículo. O lucro do estacionamento é determinado pela diferença do valor arrecadado com as mensalidades pelas despesas efetuadas. A partir do mês seguinte, o valor do seguro por veículo aumentará em 20%, e as despesas com manutenção permanecerão sem alterações. Com isso, o dono do estacionamento reajustará as mensalidades para obter um lucro mensal de R$ 10 000,00. Apesar desse reajuste, todas as vagas continuarão ocupadas.

O valor, em real, da mensalidade reajustada será

A 185,60.
B 226,09.
C 245,20.
D 268,93.
E 285,60.

Resolução **Resposta: C**

O novo seguro por veículo é $36 \cdot 1{,}20 = 43{,}20$ reais. A arrecadação necessária é a despesa mais o lucro: $14240 + 120 \cdot 43{,}20 + 10000 = 29424$ reais. Dividindo pelas 120 vagas, a mensalidade é $29424/120 = 245{,}20$ reais.

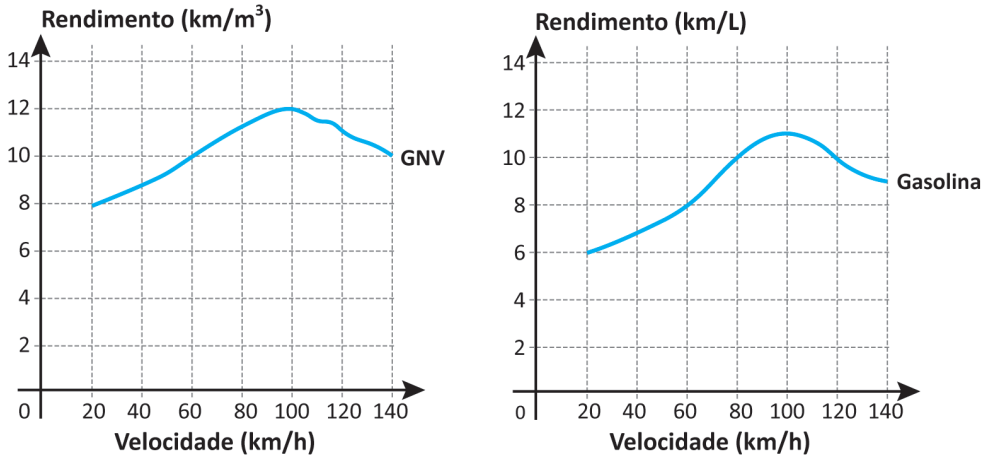
Item 185

2025 | O2025-167

Fonte: INEP, caderno azul, página 27; questão 167.

QUESTÃO 167

Uma pessoa tem um carro bicombustível, que funciona a gás natural veicular (GNV) e a gasolina. O rendimento do carro, medido em km/m³, no caso do gás, ou medido em km/L, no caso da gasolina, depende, entre outros fatores, da velocidade, em km/h, em que o carro trafega. Essa relação está em conformidade com estes gráficos.



Durante um feriado, essa pessoa realizou uma viagem de 240 km. Para obter uma estimativa de gasto de combustível, assuma que em todo o trajeto se manteve uma velocidade constante de 60 km/h. Considere que, durante metade do caminho, foi utilizado apenas GNV e, na outra metade, apenas gasolina. O que foi pago pelo metro cúbico de GNV e pelo litro de gasolina correspondeu, respectivamente, a R$ 2,00 e a R$ 3,00.

Qual foi a diferença, em real, entre os gastos totais com gasolina e com GNV?

A 4
B 8
C 14
D 21
E 30

Resolução

Resposta: D

A 60 km/h, os gráficos indicam rendimento de 10 km/m^3 com GNV e 8 km/L com gasolina. Cada combustível é usado por 120 km. O GNV custa $(120/10) \cdot 2 = 24$ reais; a gasolina custa $(120/8) \cdot 3 = 45$ reais. A diferença é $45 - 24 = 21$ reais.

Item 186

2025 | O2025-176

Fonte: INEP, caderno azul, página 30; questão 176.

QUESTÃO 176

A final de um campeonato de futebol foi disputada em 2 tempos regulamentares, de 45 minutos cada, sem acréscimos, com uma prorrogação de 30 minutos, também sem acréscimos. Um jogador entrou no início do segundo tempo, com um equipamento para medir a distância percorrida durante sua participação no jogo. Ao final do segundo tempo regulamentar, esse jogador havia percorrido 4,5 km. Ele manteve na prorrogação a mesma velocidade média que havia mantido no segundo tempo regulamentar.

A distância percorrida por esse jogador durante sua participação na partida, em quilômetro, foi

A) 4,5.
B) 6,0.
C) 7,5.
D) 9,0.
E) 13,0.

Resolução **Resposta: C**

A velocidade média é $4{,}5/45 = 0{,}1$ km/min. Na prorrogação de 30 minutos, o jogador percorre mais $0{,}1 \cdot 30 = 3$ km. Sua distância total é $4{,}5 + 3 = 7{,}5$ km.

Item 187

2026 | O2026-137

Fonte: INEP, caderno amarelo, página 16; questão 137.

QUESTÃO 137

O preço de venda V de um produto, em real, é dado pela expressão $V = (M + F) \times (1 + L)$, em que M e F são, respectivamente, os custos dos insumos utilizados e os custos de fabricação, cuja soma representa o custo total do produto, em real, e L é o percentual de lucro sobre o custo total com a venda desse produto.

Durante o último ano, M foi 50% superior a F. Para o ano atual, M teve uma redução de 30% e F, um acréscimo de 45%, ambos em relação ao último ano.

Para que o preço de venda V permaneça inalterado, o percentual de lucro no ano atual, em relação ao do último ano, deverá

A) aumentar 15%.
B) aumentar 7,5%.
C) diminuir 7,5%.
D) diminuir 15%.
E) manter-se inalterado.

Resolução **Resposta: E**

No último ano, $M = 1{,}5F$ e o custo total era $M + F = 2{,}5F$. Neste ano, $M' = 0{,}7 \cdot 1{,}5F = 1{,}05F$ e $F' = 1{,}45F$; o custo total é $1{,}05F + 1{,}45F = 2{,}5F$, o mesmo. Como $V = (M + F)(1 + L)$ e o custo não mudou, o percentual de lucro deve manter-se inalterado.

Item 188

2026 | O2026-138

Fonte: INEP, caderno amarelo, página 16; questão 138.

QUESTÃO 138

A imagem representa o cupom fiscal fornecido por um supermercado a um cliente após a realização de sua compra.

Supermercado Exposto & Cia. Ltda.
Av. dos Impostos, 520 – Cidade Rica
CNPJ: 10.000.000/0000-00

Cupom fiscal

	R$	
Leite 1 L		
2 × 3,00	6,00	(5% imposto)
Margarina 250 g		
1 × 5,00	5,00	(20% imposto)
Refrigerante 2 L		
2 × 8,00	16,00	(25% imposto)
Total R$	27,00	

Para cada produto, o valor relativo ao imposto é calculado aplicando-se o percentual indicado no cupom sobre o preço por ele cobrado.

Qual é o valor total, em real, correspondente aos impostos pagos nessa compra?

(A) 2,70
(B) 3,15
(C) 4,50
(D) 5,30
(E) 5,40

Resolução **Resposta: D**

Impostos: leite $0{,}05 \cdot 6{,}00 = 0{,}30$; margarina $0{,}20 \cdot 5{,}00 = 1{,}00$; refrigerante $0{,}25 \cdot 16{,}00 = 4{,}00$. Total: $0{,}30 + 1{,}00 + 4{,}00 = 5{,}30$ reais.

Item 189

2026 | O2026-147

Fonte: INEP, caderno amarelo, página 18; questão 147.

QUESTÃO 147

Um adolescente, tendo em vista uma alimentação saudável, consome diariamente 7,5 dL de leite durante 1 mês (30 dias). Sabe-se que o preço de um litro de leite é R$ 1,98.

Disponível em: www.infopedia.pt.
Acesso em: 13 jun. 2012 (adaptado).

Nessas condições, o custo mensal com o consumo de leite desse adolescente é de

A) R$ 14,85.
B) R$ 22,50.
C) R$ 44,55.
D) R$ 148,50.
E) R$ 445,50.

Resolução **Resposta: C**

7,5 dL = 0,75 L por dia; em 30 dias, 22,5 L. Custo: $22{,}5 \cdot 1{,}98 = 44{,}55$ reais.

Item 190

2026 | O2026-149

Fonte: INEP, caderno amarelo, página 19; questão 149.

QUESTÃO 149

Para diminuir custos com transporte, uma pessoa venderá seu carro à combustão para comprar um carro elétrico, entre dois modelos disponíveis. As especificações de consumo de energia de cada um desses modelos são:

- carro I: consumo de 20 MJ (megajoules) para percorrer 48 km na cidade ou 32 km na estrada;
- carro II: consumo de 25 MJ (megajoules) para percorrer 50 km na cidade ou 45 km na estrada.

Ela comprará o carro que apresentar menor consumo de energia para percorrer 3 000 km, sendo 1 200 km percorridos em trechos de cidade e 1 800 km em trechos de estrada.

Ela comprará o carro

A) I, pois o consumo de energia será de 81,25 MJ.
B) I, pois o consumo de energia será de 600 MJ.
C) I, pois o consumo de energia será de 1 625 MJ.
D) II, pois o consumo de energia será de 64 MJ.
E) II, pois o consumo de energia será de 1 600 MJ.

Resolução **Resposta: E**

Carro I: $\frac{1200}{48}\cdot 20+\frac{1800}{32}\cdot 20 = 500+1125 = 1625$ MJ.
Carro II: $\frac{1200}{50}\cdot 25+\frac{1800}{45}\cdot 25 = 600+1000 = 1600$ MJ. Ela comprará o carro II, que gasta 1600 MJ.

Item 191

2026 | O2026-150

Fonte: INEP, caderno amarelo, página 19; questão 150.

QUESTÃO 150

O deslocamento de carro entre duas cidades pode ser feito por dois trajetos, cujos comprimentos e velocidades médias nesses trajetos são:

- I: 100 km e 50 km/h;
- II: 120 km e 80 km/h.

Uma pessoa se deslocará de carro entre essas cidades e escolherá o trajeto que pode ser percorrido no menor tempo ao adotar a respectiva velocidade média.

Essa pessoa escolherá o trajeto

A) I, pois é o trajeto que apresenta o menor comprimento.
B) I, pois precisará de 30 minutos para realizar esse deslocamento.
C) I, pois é o trajeto que apresenta a menor soma entre comprimento e velocidade.
D) II, pois é o trajeto que apresenta a menor diferença entre comprimento e velocidade.
E) II, pois precisará de 90 minutos para realizar esse deslocamento.

Resolução **Resposta: E**

Trajeto I: $100/50 = 2$ h. Trajeto II: $120/80 = 1{,}5$ h $= 90$ min. Escolhe-se o II, que leva 90 minutos.

Item 192

2026 | O2026-151

Fonte: INEP, caderno amarelo, página 19; questão 151.

QUESTÃO 151

Uma empresa foi fundada por 3 sócios, que combinaram que iriam distribuir o lucro obtido ao final de 18 meses. Essa distribuição será feita em partes diretamente proporcionais ao investimento feito por sócio e ao tempo em que cada um deles permanecer como sócio. Passados 6 meses da criação dessa empresa, o sócio que havia investido R$ 5 000,00 saiu da sociedade. Os outros dois sócios, um que investiu R$ 4 000,00 e o outro que investiu R$ 6 000,00, permaneceram os 18 meses. Ao final desse período, o lucro total de R$ 21 000,00 foi distribuído.

A parte do lucro, em real, destinada ao sócio que saiu da sociedade foi

A) 1 000,00.
B) 2 333,33.
C) 3 000,00.
D) 3 620,70.
E) 7 000,00.

Resolução **Resposta: C**

A divisão é proporcional a capital × tempo: $5000 \cdot 6 = 30\,000$; $4000 \cdot 18 = 72\,000$; $6000 \cdot 18 = 108\,000$. Soma: $210\,000$. O sócio que saiu recebe $\frac{30\,000}{210\,000} \cdot 21\,000 = 3000$ reais.

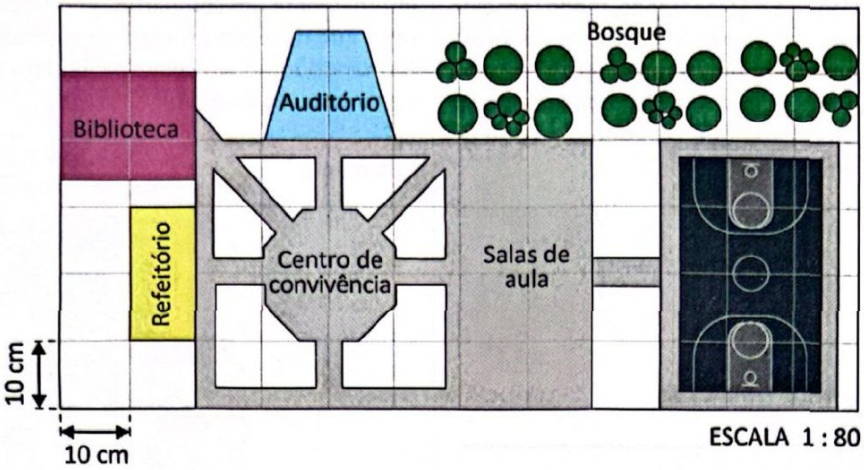
Item 193

2026 | O2026-166

Fonte: INEP, caderno amarelo, página 24; questão 166.

QUESTÃO 166

Uma arquiteta elaborou um projeto para a construção de uma escola, cuja planta baixa está apresentada sobre uma malha quadriculada, conforme figura.



Por questões orçamentárias, a direção dessa escola solicitou que o projeto fosse modificado, reduzindo em 25% a área real do refeitório, que se encontra em destaque, de cor amarela, na figura.

Após a reelaboração do projeto, a medida da área real do refeitório, em metro quadrado, será

A) 160.
B) 150.
C) 120.
D) 96.
E) 72.

Resolução **Resposta: D**

Na escala 1:80, cada quadrado de 10 cm da planta corresponde a 8 m. O refeitório ocupa 1×2 quadrados: $8 \cdot 16 = 128$ m^2. Reduzindo 25%: $0{,}75 \cdot 128 = 96$ m^2.

Item 194

2026 | O2026-172

Fonte: INEP, caderno amarelo, página 27; questão 172.

QUESTÃO 172

O volume de água armazenado em um reservatório é dado pela soma do volume útil com o volume de reserva técnica. O volume de reserva técnica só pode ser utilizado após a água do volume útil acabar.

Disponível em: www2.sabesp.com.br.
Acesso em: 2 dez. 2017 (adaptado).

Em determinado momento, o reservatório de uma cidade conta com um volume útil de 480 milhões de metros cúbicos e um volume de reserva técnica de 30 milhões de metros cúbicos. Ao se calcular o consumo médio diário de água, concluiu-se que, em um cenário em que o reservatório não seja reabastecido, todo o volume de água armazenado no reservatório seria utilizado em um período de 30 dias. Considerando-se esse cenário, estabeleceu-se a necessidade de redução do volume médio diário de água fornecida atualmente de modo que, ao final desse período de 30 dias, ainda restasse 25% do volume útil no reservatório, além do volume de reserva técnica.

Qual deve ser a redução do volume médio diário de água fornecida, em milhão de metros cúbicos, para atender ao que foi estabelecido?

A) 5,25
B) 5,00
C) 4,25
D) 4,00
E) 3,00

Resolução **Resposta: B**

Hoje, $480+30 = 510$ milhões de m^3 duram 30 dias: 17 por dia. Deseja-se restar, ao fim de 30 dias, 25% do volume útil (120) mais a reserva: consumir apenas $480 - 120 = 360$, isto é, 12 por dia. Redução: $17 - 12 = 5{,}00$ milhões de m^3 por dia.

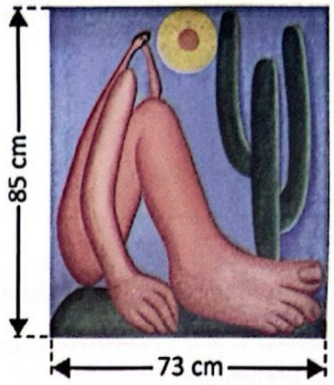
Item 195

2026 | O2026-177

Fonte: INEP, caderno amarelo, página 30; questão 177.

QUESTÃO 177

Na história da arte brasileira, não há obra tão valiosa quanto o *Abaporu*, criada em 1928 por Tarsila do Amaral. A figura apresenta essa obra e suas dimensões originais.



AMARAL, Tarsila do. **Abaporu**. Óleo sobre tela, 85 cm × 73 cm. Museu de Arte Latino-Americana de Buenos Aires, Buenos Aires, 1928.

Uma editora pretende lançar um álbum de figurinhas com as obras de arte brasileira mais famosas e, entre elas, está essa obra de Tarsila do Amaral. O álbum tem um espaço destinado para colar a figurinha da obra *Abaporu*, em formato retangular, cuja área mede 62,05 cm² e com dimensões proporcionais às da obra de arte original. Após a colagem, essa figurinha deve preencher totalmente o espaço a ela destinado.

Essa obra será representada pela figurinha na escala

A) 1 : 2,5
B) 1 : 3,9
C) 1 : 5
D) 1 : 10
E) 1 : 100

Resolução **Resposta: D**

Área original: $85 \cdot 73 = 6205$ cm^2. A razão entre as áreas é $62{,}05/6205 = 1/100$; a razão linear é $\sqrt{1/100} = 1/10$. Escala 1:10.

Grandezas, unidades e medidas

Tema 03 | 35 itens com resoluções.

Item 001

2009 | O2009-152

Fonte: INEP, caderno azul, página 24; questão 152.

Questão 152

Técnicos concluem mapeamento do aquífero Guarani

O aquífero Guarani localiza-se no subterrâneo dos territórios da Argentina, Brasil, Paraguai e Uruguai, com extensão total de 1.200.000 quilômetros quadrados, dos quais 840.000 quilômetros quadrados estão no Brasil. O aquífero armazena cerca de 30 mil quilômetros cúbicos de água e é considerado um dos maiores do mundo.

Na maioria das vezes em que são feitas referências à água, são usadas as unidades metro cúbico e litro, e não as unidades já descritas. A Companhia de Saneamento Básico do Estado de São Paulo (SABESP) divulgou, por exemplo, um novo reservatório cuja capacidade de armazenagem é de 20 milhões de litros.

Disponível em: http://noticias.terra.com.br. Acesso em: 10 jul. 2009 (adaptado).

Comparando as capacidades do aquífero Guarani e desse novo reservatório da SABESP, a capacidade do aquífero Guarani é

(A) $1{,}5 \times 10^2$ vezes a capacidade do reservatório novo.
(B) $1{,}5 \times 10^3$ vezes a capacidade do reservatório novo.
(C) $1{,}5 \times 10^6$ vezes a capacidade do reservatório novo.
(D) $1{,}5 \times 10^8$ vezes a capacidade do reservatório novo.
(E) $1{,}5 \times 10^9$ vezes a capacidade do reservatório novo.

Resolução **Resposta: E**

Um km^3 equivale a 10^9 m^3, ou 10^{12} L. O aquífero contém $30000 \cdot 10^{12} = 3 \cdot 10^{16}$ L. Dividindo por $2 \cdot 10^7$ L do reservatório, obtém-se $1{,}5 \cdot 10^9$ vezes.

Item 002

2009 | O2009-176

Fonte: INEP, caderno azul, página 30; questão 176.

Questão 176

Joana frequenta uma academia de ginástica onde faz exercícios de musculação. O programa de Joana requer que ela faça 3 séries de exercícios em 6 aparelhos diferentes, gastando 30 segundos em cada série. No aquecimento, ela caminha durante 10 minutos na esteira e descansa durante 60 segundos para começar o primeiro exercício no primeiro aparelho. Entre uma série e outra, assim como ao mudar de aparelho, Joana descansa por 60 segundos.

Suponha que, em determinado dia, Joana tenha iniciado seus exercícios às 10h30min e finalizado às 11h7min. Nesse dia e nesse tempo, Joana

- **A** não poderia fazer sequer a metade dos exercícios e dispor dos períodos de descanso especificados em seu programa.
- **B** poderia ter feito todos os exercícios e cumprido rigorosamente os períodos de descanso especificados em seu programa.
- **C** poderia ter feito todos os exercícios, mas teria de ter deixado de cumprir um dos períodos de descanso especificados em seu programa.
- **D** conseguiria fazer todos os exercícios e cumpriria todos os períodos de descanso especificados em seu programa, e ainda se permitiria uma pausa de 7 min.
- **E** não poderia fazer todas as 3 séries dos exercícios especificados em seu programa; em alguma dessas séries deveria ter feito uma série a menos e não deveria ter cumprido um dos períodos de descanso.

Resolução **Resposta: B**

São 18 séries de 30 s, totalizando 9 min. Há 17 descansos entre séries e mudanças de aparelho, mais um descanso após o aquecimento: 18 min. Somando os 10 min de esteira, o programa leva $9+18+10 = 37$ min, exatamente de 10h30 a 11h07.

Item 003

2011 | O2011-138

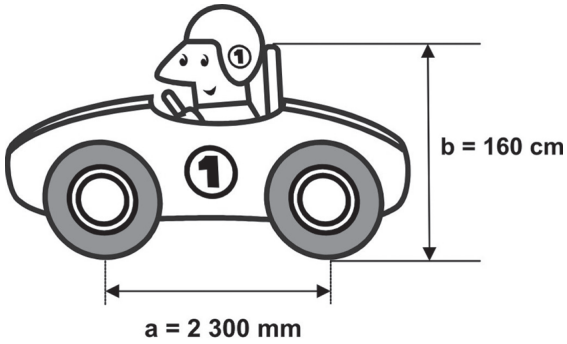
Fonte: INEP, caderno azul, página 21; questão 138.

QUESTÃO 138

Um mecânico de uma equipe de corrida necessita que as seguintes medidas realizadas em um carro sejam obtidas em metros:

a) distância **a** entre os eixos dianteiro e traseiro;

b) altura **b** entre o solo e o encosto do piloto.



Ao optar pelas medidas **a** e **b** em metros, obtêm-se, respectivamente,

A 0,23 e 0,16.

B 2,3 e 1,6.

C 23 e 16.

D 230 e 160.

E 2 300 e 1 600.

Resolução **Resposta: B**

A figura fornece $a = 2300$ mm e $b = 160$ cm. Assim, $a = 2300/1000 = 2{,}3$ m e $b = 160/100 = 1{,}6$ m.

Item 004

2011 | O2011-148

Fonte: INEP, caderno azul, página 23; questão 148.

QUESTÃO 148

Em 2010, um caos aéreo afetou o continente europeu, devido à quantidade de fumaça expelida por um vulcão na Islândia, o que levou ao cancelamento de inúmeros voos.

Cinco dias após o início desse caos, todo o espaço aéreo europeu acima de 6 000 metros estava liberado, com exceção do espaço aéreo da Finlândia. Lá, apenas voos internacionais acima de 31 mil pés estavam liberados.

Disponível em: http://www1.folha.uol.com.br. Acesso em: 21 abr. 2010 (adaptado).

Considere que 1 metro equivale a aproximadamente 3,3 pés.

Qual a diferença, em pés, entre as altitudes liberadas na Finlândia e no restante do continente europeu cinco dias após o início do caos?

A 3 390 pés.

B 9 390 pés.

C 11 200 pés.

D 19 800 pés.

E 50 800 pés.

Resolução

Resposta: C

Converta a altitude europeia: $6000 \cdot 3{,}3 = 19800$ pés. A diferença para a altitude finlandesa é $31000 - 19800 = 11200$ pés.

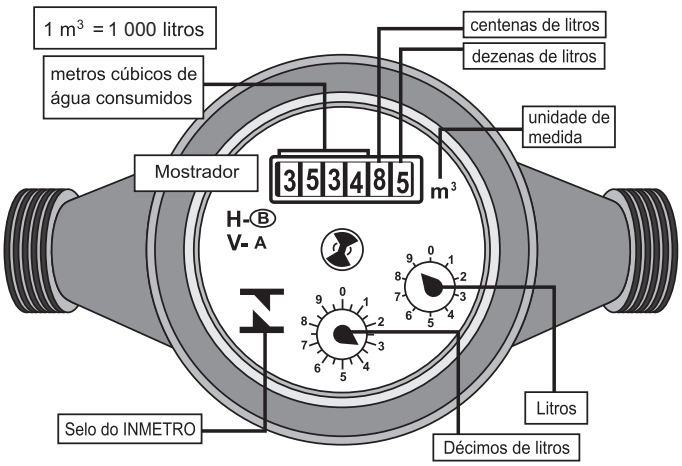
Item 005

2012 | O2012-147

Fonte: INEP, caderno azul, página 22; questão 147.

QUESTÃO 147

Os hidrômetros são marcadores de consumo de água em residências e estabelecimentos comerciais. Existem vários modelos de mostradores de hidrômetros, sendo que alguns deles possuem uma combinação de um mostrador e dois relógios de ponteiro. O número formado pelos quatro primeiros algarismos do mostrador fornece o consumo em m^3, e os dois últimos algarismos representam, respectivamente, as centenas e dezenas de litros de água consumidos. Um dos relógios de ponteiros indica a quantidade em litros, e o outro em décimos de litros, conforme ilustrados na figura a seguir.



Disponível em: www.aguasdearacoiaba.com.br (adaptado).

Considerando as informações indicadas na figura, o consumo total de água registrado nesse hidrômetro, em litros, é igual a

A 3 534,85.
B 3 544,20.
C 3 534 850,00.
D 3 534 859,35.
E 3 534 850,39.

Resolução **Resposta: D**

O mostrador registra 3534 m^3 e 850 L. Os ponteiros acrescentam 9 L e 0,35 L. O total é $3534 \cdot 1000 + 850 + 9 + 0{,}35 = 3534859{,}35$ L.

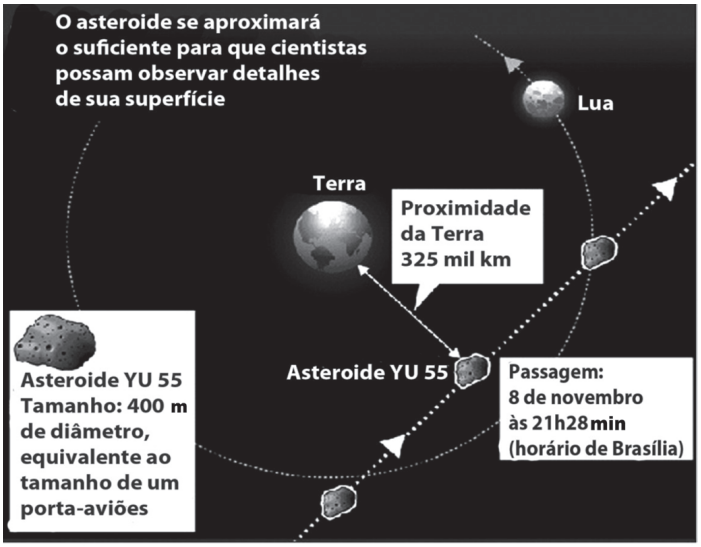
Item 006

2012 | O2012-172

Fonte: INEP, caderno azul, página 30; questão 172.

QUESTÃO 172

A Agência Espacial Norte Americana (NASA) informou que o asteroide YU 55 cruzou o espaço entre a Terra e a Lua no mês de novembro de 2011. A ilustração a seguir sugere que o asteroide percorreu sua trajetória no mesmo plano que contém a órbita descrita pela Lua em torno da Terra. Na figura, está indicada a proximidade do asteroide em relação à Terra, ou seja, a menor distância que ele passou da superfície terrestre.



Disponível em: http://noticias.terra.com.br (adaptado).

Com base nessas informações, a menor distância que o asteroide YU 55 passou da superfície da Terra é igual a

A $3{,}25 \times 10^2$ km.
B $3{,}25 \times 10^3$ km.
C $3{,}25 \times 10^4$ km.
D $3{,}25 \times 10^5$ km.
E $3{,}25 \times 10^6$ km.

Resolução **Resposta: D**

A ilustração indica proximidade de 325 mil km. Em notação científica, $325000 = 3{,}25 \cdot 10^5$ km.

Item 007

2013 | R1-175

Fonte: referência 1, página 86.

Questão 175 (H12 | ENEM 2013) **Dificuldade 587,6**

Uma torneira não foi fechada corretamente e ficou pingando, da meia-noite às seis horas da manhã, com a frequência de uma gota a cada três segundos. Sabe-se que cada gota d'água tem volume de 0,2 mL.

Qual foi o valor mais aproximado do total de água desperdiçada nesse período, em litros?

- **A** 0,2
- **B** 1,2
- **C** 1,4
- **D** 12,9
- **E** 64,8

Resolução **Resposta: C**

Seis horas equivalem a 21600 s, com $21600/3 = 7200$ gotas. O volume é $7200 \cdot 0{,}2 = 1440$ mL, ou 1,44 L. A opção mais próxima é 1,4 L.

Item 008

2013 | R1-180

Fonte: referência 1, página 87.

Questão 180 (H12 | ENEM 2013) **Dificuldade 693,0**

Nos Estados Unidos a unidade de medida de volume mais utilizada em latas de refrigerante é a onça fluida (fl oz), que equivale a aproximadamente 2,95 centilitros (cL).

Sabe-se que o centilitro é a centésima parte do litro e que a lata de refrigerante usualmente comercializada no Brasil tem capacidade de 355 mL.

Assim, a medida do volume da lata de refrigerante de 355 mL, em onça fluida (fl oz), é mais próxima de

- (A) 0,83.
- (B) 1,20.
- (C) 12,03.
- (D) 104,73.
- (E) 120,34.

Resolução **Resposta: C**

Uma onça fluida equivale a 2,95 cL, ou 29,5 mL. Logo, $355/29{,}5 \approx 12{,}03$ fl oz.

Item 009

2014 | R1-151

Fonte: referência 1, página 79.

Questão 151 (H10 | ENEM 2014) **Dificuldade 673,1**

A maior piscina do mundo, registrada no livro *Guiness*, está localizada no Chile, em San Alfonso del Mar, cobrindo um terreno de 8 hectares de área.

Sabe-se que 1 hectare corresponde a 1 hectômetro quadrado.

Qual é o valor, em metros quadrados, da área coberta pelo terreno da piscina?

(A) 8

(B) 80

(C) 800

(D) 8 000

(E) 80 000

Resolução **Resposta: E**

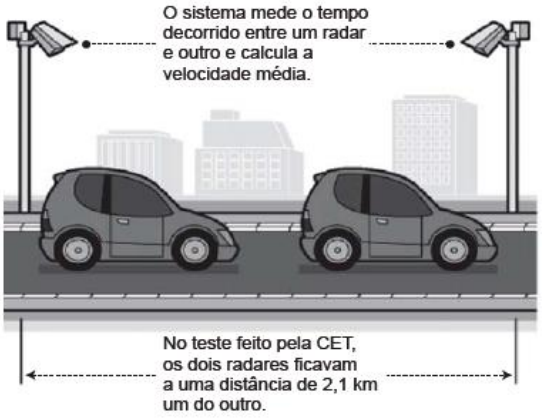
Um hectare equivale a $(100\,\mathrm{m})^2 = 10000\,\mathrm{m}^2$. Logo, 8 hectares correspondem a $80000\,\mathrm{m}^2$.

Item 010

Fonte: referência 1, página 93.

Questão 194 (H13 | ENEM 2014) **Dificuldade 694,7**

A Companhia de Engenharia de Tráfego (CET) de São Paulo testou em 2013 novos radares que permitem o cálculo da velocidade média desenvolvida por um veículo em um trecho da via.



As medições de velocidade deixariam de ocorrer de maneira instantânea, ao se passar pelo radar, e seriam feitas a partir da velocidade média no trecho, considerando o tempo gasto no percurso entre um radar e outro. Sabe-se que a velocidade média é calculada como sendo a razão entre a distância percorrida e o tempo gasto para percorrê-la.

O teste realizado mostrou que o tempo que permite uma condução segura de deslocamento no percurso entre os dois radares deveria ser de, no mínimo, 1 minuto e 24 segundos. Com isso, a CET precisa instalar uma placa antes do primeiro radar informando a velocidade média máxima permitida nesse trecho da via. O valor a ser exibido na placa deve ser o maior possível, entre os que atendem às condições de condução segura observadas.

Disponível em: www1.folha.uol.com.br. Acesso em: 11 jan. 2014 (adaptado).

A placa de sinalização que informa a velocidade que atende a essas condições é

A



B



C



D



E



Item 010 – resolução 2014 / R1-194

Resolução **Resposta: C**

A figura informa 2,1 km entre os radares. O tempo mínimo é 84 s, ou 84/3600 h. Portanto, $v_{\max} = 2{,}1 \cdot 3600/84 = 90$ km/h, alternativa C.

Item 011

2014 | R1-200

Fonte: referência 1, página 95.

Questão 200 (H14 | ENEM 2014) **Dificuldade 651,2**

Diariamente, uma residência consome 20 160 Wh. Essa residência possui 100 células solares retangulares (dispositivos capazes de converter a luz solar em energia elétrica) de dimensões 6 cm x 8 cm. Cada uma das tais células produz, ao longo do dia, 24 Wh por centímetro de diagonal. O proprietário dessa residência quer produzir, por dia, exatamente a mesma quantidade de energia que sua casa consome.

Qual deve ser a ação desse proprietário para que ele atinja o seu objetivo?

(A) Retirar 16 células.

(B) Retirar 40 células.

(C) Acrescentar 5 células.

(D) Acrescentar 20 células.

(E) Acrescentar 40 células.

Resolução **Resposta: A**

A diagonal de cada célula mede $\sqrt{6^2+8^2} = 10$ cm; sua produção diária é $24 \cdot 10 = 240$ Wh. São necessárias $20160/240 = 84$ células. Como há 100, devem ser retiradas 16.

Item 012

2015 | R1-150

Fonte: referência 1, página 78.

Questão 150 (H10 | ENEM 2015) **Dificuldade 670,5**

Para economizar em suas contas mensais de água, uma família de 10 pessoas deseja construir um reservatório para armazenar a água captada das chuvas, que tenha capacidade suficiente para abastecer a família por 20 dias. Cada pessoa da família consome, diariamente, 0,08 m^3 de água.

Para que os objetivos da família sejam atingidos, a capacidade mínima, em litros, do reservatório a ser construído deve ser

- **A** 16.
- **B** 800.
- **C** 1 600.
- **D** 8 000.
- **E** 16 000.

Resolução **Resposta: E**

O consumo total é $10 \cdot 20 \cdot 0{,}08 = 16$ m^3. Como 1 m^3 equivale a 1000 L, a capacidade necessária é 16000 L.

Item 013

2015 | R1-155

Fonte: referência 1, página 80.

Questão 155 (H10 | ENEM 2015) **Dificuldade 733,1**

As exportações de soja do Brasil totalizaram 4 129 milhões de toneladas no mês de julho de 2012, e registraram um aumento em relação ao mês de julho de 2011, embora tenha havido uma baixa em relação ao mês de maio de 2012.

Disponível em: www.noticiasagricolas.com.br. Acesso em: 2 ago. 2012.

A quantidade, em quilogramas, de soja exportada pelo Brasil no mês de julho de 2012 foi de

(A) $4{,}129 \cdot 10^{3}$.

(B) $4{,}129 \cdot 10^{6}$.

(C) $4{,}129 \cdot 10^{9}$.

(D) $4{,}129 \cdot 10^{12}$.

(E) $4{,}129 \cdot 10^{15}$.

Resolução **Resposta: C**

A quantidade é $4{,}129 \cdot 10^{6}$ toneladas. Multiplicando por 10^{3} kg por tonelada, obtém-se $4{,}129 \cdot 10^{9}$ kg.

Item 014

2015 | R1-241

Fonte: referência 1, página 113.

Questão 241 (H17 | ENEM 2015) **Dificuldade 580,6**

Alguns exames médicos requerem uma ingestão de água maior do que a habitual. Por recomendação médica, antes do horário do exame, uma paciente deveria ingerir 1 copo de água de 150 mililitros a cada meia hora, durante as 10 horas que antecederiam um exame. A paciente foi a um supermercado comprar água e verificou que havia garrafas dos seguintes tipos:

- Garrafa I: 0,15 litro;
- Garrafa II: 0,30 litro;
- Garrafa III: 0,75 litro;
- Garrafa IV: 1,50 litro;
- Garrafa V: 3,00 litros.

A paciente decidiu comprar duas garrafas do mesmo tipo, procurando atender à recomendação médica e, ainda, de modo a consumir todo o líquido das duas garrafas antes do exame.

Qual o tipo de garrafa escolhida pela paciente?

(A) I

(B) II

(C) III

(D) IV

(E) V

Resolução **Resposta: D**

Em 10 h há 20 intervalos de meia hora. O volume total recomendado no item é $20 \cdot 150 = 3000$ mL, ou 3 L. Duas garrafas iguais precisam ter 1,5 L cada: tipo IV.

Item 015

2016 | R1-148

Fonte: referência 1, página 78.

Questão 148 (H10 | ENEM 2016) **Dificuldade 554,4**

A London Eye é uma enorme roda-gigante na capital inglesa. Por ser um dos monumentos construídos para celebrar a entrada do terceiro milênio, ela também é conhecida como Roda do Milênio. Um turista brasileiro, em visita à Inglaterra, perguntou a um londrino o diâmetro (destacado na imagem) da Roda do Milênio e ele respondeu que ele tem 443 pés.



Disponível em: www.mapadelondres.org. Acesso em: 14 maio 2015 (adaptado).

Não habituado com a unidade pé, e querendo satisfazer sua curiosidade, esse turista consultou um manual de unidades de medidas e constatou que 1 pé equivale a 12 polegadas, e que 1 polegada equivale a 2,54 cm. Após alguns cálculos de conversão, o turista ficou surpreendido com o resultado obtido em metros.

Qual a medida que mais se aproxima do diâmetro da Roda do Milênio, em metro?

A 53

B 94

C 113

D 135

E 145

Resolução **Resposta: D**

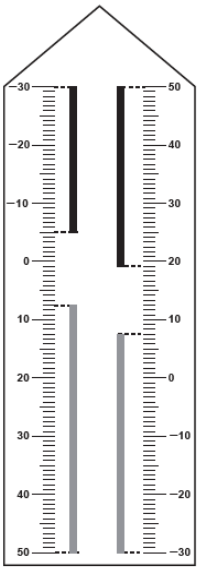
Um pé vale $12 \cdot 2{,}54 = 30{,}48$ cm, ou 0,3048 m. Logo, $443 \cdot 0{,}3048 = 135{,}0264$ m. A medida mais próxima é 135 m.

Item 016

Fonte: referência 1, página 24.

Questão 013 (H1 | ENEM 2017) **Dificuldade 694,3**

Neste modelo de termômetro, os filetes na cor preta registram as temperaturas mínima e máxima do dia anterior e os filetes na cor cinza registram a temperatura ambiente atual, ou seja, no momento da leitura do termômetro.



Por isso ele tem duas colunas. Na da esquerda, os números estão em ordem crescente, de cima para baixo, de -30 ºC até 50 ºC. Na coluna da direita, os números estão ordenados de forma crescente, de baixo para cima, de-30 ºC até 50 ºC.

A leitura é feita da seguinte maneira:

- A temperatura mínima é indicada pelo nível inferior do filete preto na coluna da esquerda;
- A temperatura máxima é indicada pelo nível inferior do filete preto na coluna da direita;
- A temperatura atual é indicada pelo nível superior dos filetes cinza nas duas colunas.

Disponível em: www.if.ufrgs.br. Acesso em: 28 ago. 2014 (adaptado).

Qual é a temperatura máxima mais aproximada registrada nesse termômetro?

A 5 ºC

B 7 ºC

C 13 ºC

D 15 ºC

E 19 ºC

Resolução **Resposta: E**

A temperatura máxima é lida na extremidade inferior do filete preto da coluna da direita. Essa extremidade está imediatamente abaixo da marca de 20 °C, aproximadamente em 19 °C.

Item 017

2017 | R1-152

Fonte: referência 1, página 79.

Questão 152 (H10 | ENEM 2017) **Dificuldade 689,8**

Para uma temporada das corridas de Fórmula 1, a capacidade do tanque de combustível de cada carro passou a ser de 100 kg de gasolina. Uma equipe optou por utilizar uma gasolina com densidade de 750 gramas por litro, iniciando a corrida com o tanque cheio. Na primeira parada de reabastecimento, um carro dessa equipe apresentou um registro em seu computador de bordo acusando o consumo de quatro décimos da gasolina originalmente existente no tanque. Para minimizar o peso desse carro e garantir o término da corrida, a equipe de apoio reabasteceu o carro com a terça parte do que restou no tanque na chegada ao reabastecimento.

Disponível em: www.superdanilof1page.com.br. Acesso em: 6 jul. 2015 (adaptado).

A quantidade de gasolina utilizada, em litro, no reabastecimento foi

(A) $\frac{20}{0{,}075}$.

(B) $\frac{20}{0{,}75}$.

(C) $\frac{20}{7{,}5}$.

(D) $20 \cdot 0{,}075$.

(E) $20 \cdot 0{,}75$.

Resolução **Resposta: B**

Foram consumidos 40 kg, restando 60 kg. O reabastecimento é de $60/3 = 20$ kg. Como a densidade é 0,75 kg/L, o volume é $20/0{,}75$ L, aproximadamente 26,67 L.

Item 018

2018 | R1-149

Fonte: referência 1, página 78.

Questão 149 (H10 | ENEM 2018) **Dificuldade 636,1**

Numa atividade de treinamento realizada no Exército de um determinado país, três equipes – Alpha, Beta e Gama – foram designadas a percorrer diferentes caminhos, todos com os mesmos pontos de partida e de chegada.

- A equipe Alpha realizou seu percurso em 90 minutos com uma velocidade média de 6,0 km/h.
- A equipe Beta também percorreu sua trajetória em 90 minutos, mas sua velocidade média foi de 5,0 km/h.
- Com uma velocidade média de 6,5 km/h, a equipe Gama concluiu seu caminho em 60 minutos.

Com base nesses dados, foram comparadas as distâncias d_{Beta}; d_{Alpha} e d_{Gama} percorridas pelas três equipes.

A ordem das distâncias percorridas pelas equipes Alpha, Beta e Gama é

(A) $d_{Gama} < d_{Beta} < d_{Alpha}$.

(B) $d_{Alpha} = d_{Beta} < d_{Gama}$.

(C) $d_{Gama} < d_{Beta} = d_{Alpha}$.

(D) $d_{Beta} < d_{Alpha} < d_{Gama}$.

(E) $d_{Gama} < d_{Alpha} < d_{Beta}$.

Resolução **Resposta: A**

Converta os tempos em horas e use $d = vt$. Alpha percorreu $6 \cdot 1{,}5 = 9$ km; Beta, $5 \cdot 1{,}5 = 7{,}5$ km; Gama, $6{,}5 \cdot 1 = 6{,}5$ km. Portanto, $d_G < d_B < d_A$.

Item 019

2019 | R1-006

Fonte: referência 1, página 21.

Questão 006 (H1 | ENEM 2019) **Dificuldade 542,9**

A gripe é uma infecção respiratória aguda de curta duração causada pelo vírus influenza. Ao entrar no nosso organismo pelo nariz, esse vírus multiplica-se, disseminando-se para a garganta e demais partes das vias respiratórias, incluindo os pulmões.

O vírus influenza é uma partícula esférica que tem um diâmetro interno de 0,00011 mm.

Disponível em: www.gripenet. pt. Acesso em: 2 nov. 2013 (adaptado).

Em notação científica, o diâmetro interno do vírus influenza, em mm, é

A $1{,}1 \cdot 10^{-1}$.

B $1{,}1 \cdot 10^{-2}$.

C $1{,}1 \cdot 10^{-3}$.

D $1{,}1 \cdot 10^{-4}$.

E $1{,}1 \cdot 10^{-5}$.

Resolução **Resposta: D**

Deslocando a vírgula quatro casas para a direita, obtém-se o coeficiente 1,1. Compensamos com 10^{-4}: $0{,}00011 = 1{,}1 \cdot 10^{-4}$ mm.

Item 020

2019 | R1-156

Fonte: referência 1, página 80.

Questão 156 (H10 | ENEM 2019) **Dificuldade 748,4**

O Sistema Métrico Decimal é o mais utilizado atualmente para medir comprimentos e distâncias. Em algumas atividades, porém, é possível observar a utilização de diferentes unidades de medida. Um exemplo disso pode ser observado no quadro.

Unidade	Equivalência
Polegada	2,54 centímetros
Jarda	3 pés
Jarda	0,9144 metro

Assim, um pé, em polegada, equivale a

(A) 0,1200.

(B) 0,3048.

(C) 1,0800.

(D) 12,0000.

(E) 36,0000.

Resolução **Resposta: D**

Uma jarda equivale a 91,44 cm e a 3 pés; logo, 1 pé mede $91{,}44/3 = 30{,}48$ cm. Dividindo por 2,54 cm por polegada: $30{,}48/2{,}54 = 12$ polegadas.

Item 021

2019 | R1-207

Fonte: referência 1, página 97.

Questão 207 (H14 | ENEM 2019) **Dificuldade 701,6**

A bula de um antibiótico infantil, fabricado na forma de xarope, recomenda que sejam ministrados, diariamente, no máximo 500 mg desse medicamento para cada quilograma de massa do paciente. Um pediatra prescreveu a dosagem máxima desse antibiótico para ser ministrada diariamente a uma criança de 20 kg pelo período de 5 dias. Esse medicamento pode ser comprado em frascos de 10 mL, 50 mL, 100 mL, 250 mL e 500 mL. Os pais dessa criança decidiram comprar a quantidade exata de medicamento que precisará ser ministrada no tratamento, evitando a sobra de medicamento. Considere que 1 g desse medicamento ocupe um volume de $1\,cm^3$.

A capacidade do frasco, em mililitro, que esses pais deverão comprar é

(A) 10.

(B) 50.

(C) 100.

(D) 250.

(E) 500.

Resolução **Resposta: B**

No modelo do enunciado, a dose diária é $500 \cdot 20 = 10000$ mg, ou 10 g. Em cinco dias, são 50 g. Pela equivalência fornecida, isso ocupa 50 cm^3, ou 50 mL. O frasco exato é o de 50 mL.

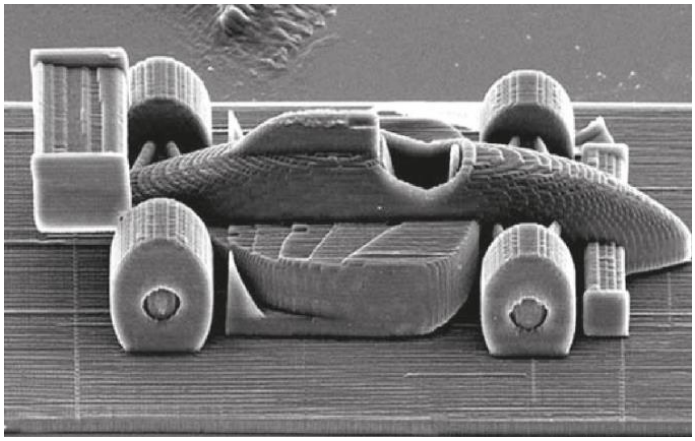
Item 022

2020 | R1-014

Fonte: referência 1, página 24.

Questão 014 (H1 | ENEM 2020) **Dificuldade 731,1**

Pesquisadores da Universidade de Tecnologia de Viena, na Áustria, produziram miniaturas de objetos em impressoras 3D de alta precisão. Ao serem ativadas, tais impressoras lançam feixes de laser sobre um tipo de resina, esculpindo o objeto desejado. O produto final da impressão é uma escultura microscópica de três dimensões, como visto na imagem ampliada.



A escultura apresentada é uma miniatura de um carro de Fórmula 1, com 100 micrômetros de comprimento. Um micrômetro é a milionésima parte de um metro.

Usando notação científica, qual é a representação do comprimento dessa miniatura, em metro?

(A) $1{,}0 \cdot 10^{-1}$

(B) $1{,}0 \cdot 10^{-3}$

(C) $1{,}0 \cdot 10^{-4}$

(D) $1{,}0 \cdot 10^{-6}$

(E) $1{,}0 \cdot 10^{-7}$

Resolução **Resposta: C**

Como $1\,\mu\text{m} = 10^{-6}$ m, temos $100\,\mu\text{m} = 100 \cdot 10^{-6} = 10^{-4}$ m.

Item 023

2020 | R1-177

Fonte: referência 1, página 87.

Questão 177 (H12 | ENEM 2020) **Dificuldade 657,7**

Uma torneira está gotejando água em um balde com capacidade de 18 litros. No instante atual, o balde se encontra com ocupação de 50% de sua capacidade. A cada segundo caem 5 gotas de água da torneira, e uma gota é formada, em média, por $5 \cdot 10^{-2}$ mL de água.

Quanto tempo, em hora, será necessário para encher completamente o balde, partindo do instante atual?

(A) $2 \cdot 10^{1}$

(B) $1 \cdot 10^{1}$

(C) $2 \cdot 10^{-2}$

(D) $1 \cdot 10^{-2}$

(E) $1 \cdot 10^{-3}$

Resolução **Resposta: B**

Faltam 9 L, ou 9000 mL. A vazão é $5 \cdot 0{,}05 = 0{,}25$ mL/s. O tempo necessário é $9000/0{,}25 = 36000$ s, equivalentes a 10 h.

Item 024

2020 | R1-230

Fonte: referência 1, página 110.

Questão 230 (H16 | ENEM 2020) **Dificuldade 684,7**

Um pé de eucalipto em idade adequada para o corte rende, em média, 20 mil folhas de papel A4. A densidade superficial do papel A4, medida pela razão da massa de uma folha desse papel por sua área, é de 75 gramas por metro quadrado, e a área de uma folha de A4 é 0,062 metro quadrado.

Disponível em: http://revistagalileu.globo.com. Acesso em: 28 fev. 2013 (adaptado).

Nessas condições, quantos quilogramas de papel rende, em média, um pé de eucalipto?

(A) 4 301

(B) 1 500

(C) 930

(D) 267

(E) 93

Resolução **Resposta: E**

Cada folha tem massa $75 \cdot 0{,}062 = 4{,}65$ g. As 20000 folhas totalizam $20000 \cdot 4{,}65 = 93000$ g, ou 93 kg.

Item 025

2021 | R1-038

Fonte: referência 1, página 33.

Questão 038 (H3 | ENEM 2021) **Dificuldade 621,5**

Uma unidade de medida comum usada para expressar áreas de terrenos de grandes dimensões é o hectare, que equivale a $10\,000\,\text{m}^2$. Um fazendeiro decide fazer um loteamento utilizando 3 hectares de sua fazenda, dos quais 0,9 hectare será usado para a construção de ruas e calçadas e o restante será dividido em terrenos com área de $300\,\text{m}^2$ cada um. Os 20 primeiros terrenos vendidos terão preços promocionais de R$ 20 000,00 cada, e os demais, R$ 30 000,00 cada.

Nas condições estabelecidas, o valor total, em real, obtido pelo fazendeiro com a venda de todos os terrenos será igual a

(A) 700 000.

(B) 1 600 000.

(C) 1 900 000.

(D) 2 200 000.

(E) 2 800 000.

Resolução **Resposta: C**

A área vendável é $(3 - 0{,}9) \cdot 10000 = 21000\ \text{m}^2$, permitindo $21000/300 = 70$ lotes. A arrecadação será $20 \cdot 20000 + 50 \cdot 30000 = 1900000$ reais.

Item 026

2022 | R1-154

Fonte: referência 1, página 79.

Questão 154 (H10 | ENEM 2022) **Dificuldade 730,1**

Definem-se o dia e o ano de um planeta de um sistema solar como sendo, respectivamente, o tempo que o planeta leva para dar 1 volta completa em torno de seu próprio eixo de rotação e o tempo para dar 1 volta completa em torno de seu Sol.

Suponha que exista um planeta Z, em algum sistema solar, onde um dia corresponda a 73 dias terrestres e que 2 de seus anos correspondam a 1 ano terrestre. Considere que 1 ano terrestre tem 365 de seus dias.

No planeta Z, seu ano corresponderia a quantos de seus dias?

- **A** 2,5
- **B** 10,0
- **C** 730,0
- **D** 13 322,5
- **E** 53 290,0

Resolução **Resposta: A**

Um ano de Z equivale a $365/2 = 182{,}5$ dias terrestres. Cada dia de Z dura 73 dias terrestres. Assim, seu ano tem $182{,}5/73 = 2{,}5$ dias de Z.

Item 027

2022 | R1-178

Fonte: referência 1, página 87.

Questão 178 (H12 | ENEM 2022) **Dificuldade 664,5**

Um borrifador de atuação automática libera, a cada acionamento, uma mesma quantidade de inseticida. O recipiente desse produto, quando cheio, contém 360 mL de inseticida, que duram 60 dias se o borrifador permanecer ligado ininterruptamente e for acionado a cada 48 minutos.

A quantidade de inseticida que é liberada a cada acionamento do borrifador, em mililitro, é

(A) 0,125.

(B) 0,200.

(C) 4,800.

(D) 6,000.

(E) 12,000.

Resolução **Resposta: B**

Há $24 \cdot 60/48 = 30$ acionamentos por dia e $30 \cdot 60 = 1800$ em 60 dias. Cada um libera $360/1800 = 0{,}2$ mL.

Item 028

Fonte: referência 1, página 220.

Questão 478 (Habilidade 10) **Dificuldade 711,2**

Entre maratonistas, um parâmetro utilizado é o de economia de corrida (EC). O valor desse parâmetro é calculado pela razão entre o consumo de oxigênio, em mililitro (mL) por minuto (min), e a massa, em quilograma (kg), do atleta correndo a uma velocidade constante.

Disponível em: www.treinamentonline.com.br. Acesso em: 23 out. 2019 (adaptado).

Um maratonista, visando melhorar sua performance, auxiliado por um médico, mensura o seu consumo de oxigênio por minuto a velocidade constante. Com base nesse consumo e na massa do atleta, o médico calcula o EC do atleta.

A unidade de medida da grandeza descrita pelo parâmetro EC é

A $\frac{\text{min}}{\text{mL}\cdot\text{kg}}$.

B $\frac{\text{mL}}{\text{min}\cdot\text{kg}}$.

C $\frac{\text{min}\cdot\text{mL}}{\text{kg}}$.

D $\frac{\text{min}\cdot\text{kg}}{\text{mL}}$.

E $\frac{\text{mL}\cdot\text{kg}}{\text{min}}$.

Resolução **Resposta: B**

O consumo de oxigênio tem unidade mL/min. Dividindo pela massa em kg, a unidade de EC é $\text{mL}/(\text{min}\cdot\text{kg})$.

Item 029

2024 | O2024-159

Fonte: INEP, caderno azul, página 22; questão 159.

QUESTÃO 159

Uma tubulação despeja sempre o mesmo volume de água por unidade de tempo em uma caixa-d'água, o que significa dizer que a vazão de água nessa tubulação é constante. Na junção dessa tubulação com a caixa-d'água, está instalada uma membrana de filtragem cujo objetivo é filtrar eventuais impurezas presentes na água, combinado a um bom fluxo de água. O fluxo (ϕ) de água através da superfície da membrana é diretamente proporcional à vazão de água na tubulação, medida em mililitro por segundo, e inversamente proporcional à área da superfície da membrana, medida em centímetro quadrado.

A unidade de medida adequada para descrever o fluxo (ϕ) de água que atravessa a superfície da membrana é

A $\mathrm{mL} \cdot \mathrm{s} \cdot \mathrm{cm}^2$

B $\dfrac{\mathrm{mL}}{\mathrm{s}} \cdot \mathrm{cm}^2$

C $\dfrac{\mathrm{mL}}{\mathrm{cm}^2 \cdot \mathrm{s}}$

D $\dfrac{\mathrm{cm}^2 \cdot \mathrm{s}}{\mathrm{mL}}$

E $\dfrac{\mathrm{cm}^2}{\mathrm{mL} \cdot \mathrm{s}}$

Resolução **Resposta: C**

A taxa é o volume dividido pela área e pelo tempo. Como as unidades dadas são mL, cm^2 e s, a unidade procurada é $\mathrm{mL}/(\mathrm{cm}^2\,\mathrm{s})$.

Item 030

2025 | O2025-159

Fonte: INEP, caderno azul, página 23; questão 159.

QUESTÃO 159

O dono de uma sorveteria armazena sorvete em potes de 20 000 cm^3. Ele serve o sorvete em taças, em porções de 250 mL.

A quantidade de taças que ele consegue servir a partir de um pote cheio de sorvete é

A 5.
B 8.
C 50.
D 80.
E 800

Resolução **Resposta: D**

Como 1 cm^3 = 1 mL, o pote contém 20000 mL. Cada taça recebe 250 mL, logo podem ser servidas $20000/250 = 80$ taças.

Item 031

Fonte: INEP, caderno azul, página 28; questão 169.

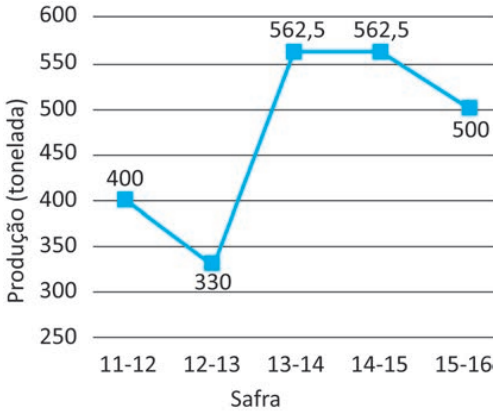
QUESTÃO 169

A produtividade de soja em uma área cultivada é a média da quantidade de sacas de 50 quilogramas que são produzidas por hectare. O quadro apresenta a área cultivada e a produtividade de soja em certa propriedade, ao longo de cinco safras, com períodos de um ano, de 2011 a 2016.

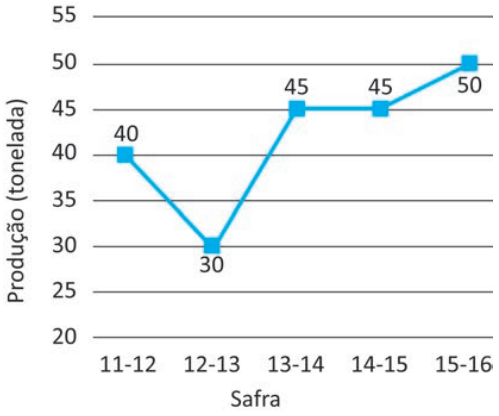
Safra	11-12	12-13	13-14	14-15	15-16
Área cultivada (hectare)	200	220	250	250	200
Produtividade (sacas de 50 kg por hectare)	40	30	45	45	50

O gráfico de linhas que representa a produção de soja dessa propriedade, em tonelada, nessas cinco safras é

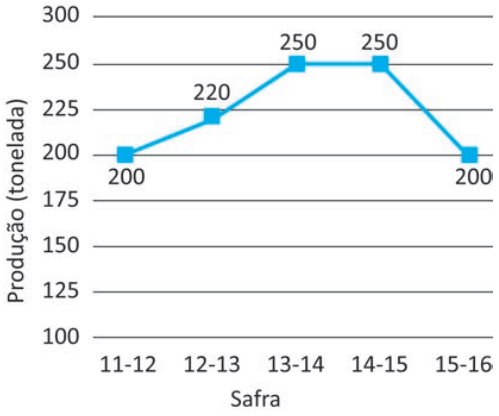
A



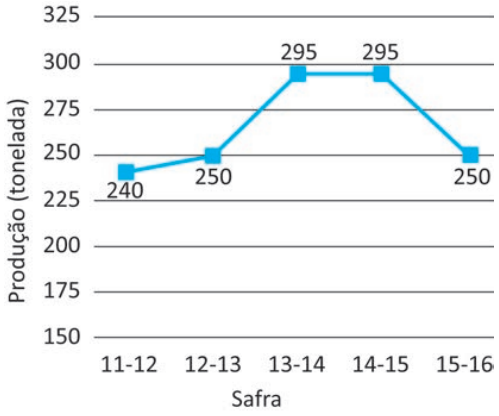
B



C



D



E



Item 031 – resolução 2025 / O2025-169

Resolução **Resposta: A**

A produção em toneladas é área vezes produtividade vezes 50/1000. Nas cinco safras: $200 \cdot 40 \cdot 0{,}05 = 400$; $220 \cdot 30 \cdot 0{,}05 = 330$; $250 \cdot 45 \cdot 0{,}05 = 562{,}5$; novamente 562,5; e $200 \cdot 50 \cdot 0{,}05 = 500$. Essa sequência corresponde ao gráfico A.

Item 032

2025 | O2025-179

Fonte: INEP, caderno azul, página 31; questão 179.

QUESTÃO 179

A luminância de um objeto é a grandeza que descreve a quantidade de luz produzida ou refletida por sua superfície. Ela está definida como a razão entre a intensidade luminosa, medida em candela (cd), e o quadrado da distância do objeto até o foco de luz, medida em metro (m).

A unidade de medida da luminância de um objeto é

A $\frac{cd}{m^2}$

B $\frac{m^2}{cd}$

C $\frac{cd}{m}$

D $\frac{m}{cd}$

E $\frac{m}{cd^2}$

Resolução **Resposta: A**

A grandeza é definida como intensidade luminosa dividida pelo quadrado da distância. Portanto, a unidade é candela por metro quadrado, cd/m^2.

Item 033

2026 | O2026-141

Fonte: INEP, caderno amarelo, página 17; questão 141.

QUESTÃO 141

Um usuário de telefonia móvel quer contratar um serviço de dados 5G e foi informado de que a taxa média de transferência de dados ofertada nesse serviço é 436 Mb/s. Como ele não conhecia essa unidade de medida, pesquisou e verificou que ela relaciona duas grandezas.

Qual razão entre as grandezas fornece a taxa média de transferência de dados?

A) $\frac{\text{volume de dados}}{\text{tempo}}$

B) $\frac{\text{distância}}{\text{volume de dados}}$

C) $\frac{\text{tempo}}{\text{volume de dados}}$

D) $\frac{\text{velocidade}}{\text{distância}}$

E) $\frac{\text{distância}}{\text{tempo}}$

Resolução **Resposta: A**

Mb/s é megabit por segundo: quantidade (volume) de dados transferida dividida pelo tempo.

Item 034

2026 | O2026-156

Fonte: INEP, caderno amarelo, página 21; questão 156.

QUESTÃO 156

Um estudante de biologia aprendeu que o diâmetro médio da mitocôndria, organela responsável pela respiração celular, mede 0,75 micrômetro (1 micrômetro equivale à milionésima parte de um metro).

Disponível em: https://brasilescola.uol.com.br.
Acesso em: 9 nov. 2022 (adaptado).

Para ter uma ideia do quão pequena é a mitocôndria, o estudante converteu a medida desse diâmetro para a unidade milímetro.

A medida do diâmetro médio da mitocôndria, em milímetro, é

A $7,5 \times 10^{-1}$
B $7,5 \times 10^{-2}$
C $7,5 \times 10^{-4}$
D $7,5 \times 10^{-5}$
E $7,5 \times 10^{-7}$

Resolução **Resposta: C**

$0{,}75\,\mu\text{m} = 0{,}75{\cdot}10^{-6}\ \text{m} = 0{,}75{\cdot}10^{-3}\ \text{mm} = 7{,}5{\cdot}10^{-4}$ mm.

Item 035

2026 | O2026-173

Fonte: INEP, caderno amarelo, página 27; questão 173.

QUESTÃO 173

Um pai pretende pintar as quatro paredes e o teto do quarto de sua filha, o qual tem a forma de paralelepípedo reto retângulo, com uma porta e duas janelas de formato retangular. A porta tem dimensões de 1 m por 2,20 m; e as janelas, de 1,5 m por 1 m cada. Ele contrata um pintor e informa que a área a ser pintada mede 41,7 m^2. O pintor pede detalhes do quarto, e o pai informa as medidas da porta e das janelas, que não serão pintadas. Quanto às dimensões do quarto, a medida da altura é 2,8 m e a da largura é 3 m, mas o pai não se recorda da medida do comprimento do quarto.

A medida do comprimento do quarto, em metro, é

A) 2,8.
B) 3,5.
C) 4,4.
D) 5,1.
E) 5,3.

Resolução **Resposta: B**

Seja c o comprimento. Paredes: $2 \cdot 2{,}8 \cdot (3 + c) = 16{,}8 + 5{,}6c$; teto: $3c$; descontos: porta 2,2 e janelas $2 \cdot 1{,}5 = 3$. Então $16{,}8 + 8{,}6c - 5{,}2 = 41{,}7$, ou $8{,}6c = 30{,}1$, e $c = 3{,}5$ m.

Matemática financeira

Tema 04 | 12 itens com resoluções.

Item 001

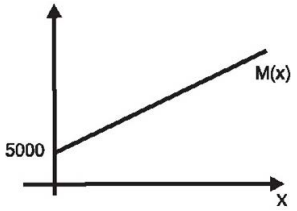
2009 | R2-11

Fonte: referência 2, página 82.

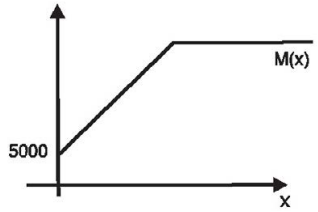
Enunciado e resolução da referência 2. Resposta: A.

11. **(ENEM 2009)** Paulo emprestou R$ 5.000,00 a um amigo, a uma taxa de juros simples de 3% ao mês. Considere *x* o número de meses do empréstimo e M(x) o montante a ser devolvido para Paulo no final de meses.
Nessas condições, a representação gráfica correta para M(*x*) é

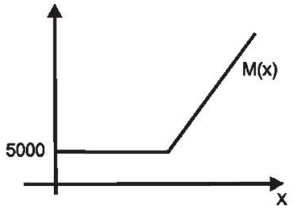
(A)



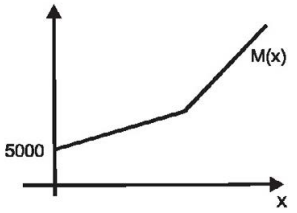
(B)



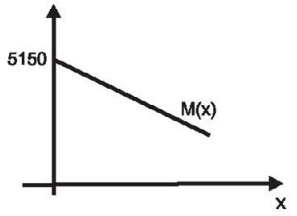
(C)



(D)



(E)



M(X) = R$ 5.000,00 + (3% de R$ 5000,00)x = 5000 + 150x

Trata-se de uma equação de uma reta crescente, passando pelo ponto (0,5000). A única alternativa que apresenta uma reta com estas propriedades é a alternativa *A*.

Gabarito "A"

Item 002

2015 | R1-053

Fonte: referência 1, página 37.

Questão 053 (H3 | ENEM 2015) **Dificuldade 782,5**

Um casal realiza um financiamento imobiliário de R$ 180 000,00, a ser pago em 360 prestações mensais, com taxa de juros efetiva de 1% ao mês. A primeira prestação é paga um mês após a liberação dos recursos e o valor da prestação mensal é de R$ 500,00 mais juro de 1% sobre o saldo devedor (valor devido antes do pagamento). Observe que, a cada pagamento, o saldo devedor se reduz em R$ 500,00 e considere que não há prestação em atraso.

Efetuando o pagamento dessa forma, o valor, em reais, a ser pago ao banco na décima prestação é de

(A) 2 075,00.

(B) 2 093,00.

(C) 2 138,00.

(D) 2 255,00.

(E) 2 300,00.

Resolução **Resposta: D**

Antes da décima prestação, foram amortizados $9 \cdot 500 = 4500$ reais. O saldo é $180000 - 4500 = 175500$. A prestação será $500 + 0{,}01 \cdot 175500 = 2255$ reais.

Item 003

2017 | R1-283

Fonte: referência 1, página 130.

Questão 283 (H19 | ENEM 2017) **Dificuldade 914,3**

Um empréstimo foi feito à taxa mensal de i%, usando juros compostos, em oito parcelas fixas e iguais a P.

O devedor tem a possibilidade de quitar a dívida antecipadamente a qualquer momento, pagando para isso o valor atual das parcelas ainda a pagar. Após pagar a 5ª parcela, resolve quitar a dívida no ato de pagar a 6ª parcela.

A expressão que corresponde ao valor total pago pela quitação do empréstimo é

A $P\left[1+\frac{1}{\left(1+\frac{i}{100}\right)}+\frac{1}{\left(1+\frac{i}{100}\right)^2}\right]$

B $P\left[1+\frac{1}{\left(1+\frac{i}{100}\right)}+\frac{1}{\left(1+\frac{2i}{100}\right)}\right]$

C $P\left[1+\frac{1}{\left(1+\frac{i}{100}\right)^2}+\frac{1}{\left(1+\frac{i}{100}\right)^2}\right]$

D $P\left[\frac{1}{\left(1+\frac{i}{100}\right)}+\frac{1}{\left(1+\frac{2i}{100}\right)}+\frac{1}{\left(1+\frac{3i}{100}\right)}\right]$

E $P\left[\frac{1}{\left(1+\frac{i}{100}\right)}+\frac{1}{\left(1+\frac{i}{100}\right)^2}+\frac{1}{\left(1+\frac{i}{100}\right)^3}\right]$

Resolução **Resposta: A**

Na data da sexta prestação, ela vale P. A sétima é descontada por um mês e a oitava, por dois. O pagamento é $P\left[1+(1+i/100)^{-1}+(1+i/100)^{-2}\right]$.

Item 004

2018 | R1-265

Fonte: referência 1, página 123.

Questão 265 (H18 | ENEM 2018) **Dificuldade 885,4**

Um contrato de empréstimo prevê que quando uma parcela é paga de forma antecipada, conceder-se-á uma redução de juros de acordo com o período de antecipação. Nesse caso, paga-se o valor presente, que é o valor, naquele momento, de uma quantia que deveria ser paga em uma data futura. Um valor presente P submetido a juros compostos com taxa i, por um período de tempo n, produz um valor futuro V determinado pela fórmula $V = P \cdot (1+1)^n$.

Em um contrato de empréstimo com sessenta parcelas fixas mensais, de R$ 820,00, a uma taxa de juros de 1,32% ao mês, junto com a trigésima parcela será paga antecipadamente uma outra parcela, desde que o desconto seja superior a 25% do valor da parcela. Utilize 0,2877 como aproximação para $\ln\left(\frac{4}{3}\right)$ e 0,0131 como aproximação para ln (1,0132).

A primeira das parcelas que poderá ser antecipada junto com a 30ª é a

(A) 56ª.

(B) 55ª.

(C) 52ª.

(D) 51ª.

(E) 45ª.

Resolução **Resposta: C**

Para desconto superior a 25%, o valor presente deve satisfazer $820/(1{,}0132)^n < 0{,}75 \cdot 820$. Logo, $n > \ln(4/3)/\ln(1{,}0132) \approx 21{,}96$. O primeiro inteiro é 22; a parcela é a $30 + 22 = 52^{\text{a}}$.

Item 005

2018 | R1-313

Fonte: referência 1, página 143.

Questão 313 (H21 | ENEM 2018) **Dificuldade 802,4**

Uma loja vende automóveis em N parcelas iguais sem juros. No momento de contratar o financiamento, caso o cliente queira aumentar o prazo, acrescentando mais 5 parcelas, o valor de cada uma das parcelas diminui R$ 200,00, ou ele quiser diminuir o prazo, com 4 parcelas a menos, o valor de cada uma das parcelas sobe R$ 232,00.

Considere ainda que, nas três possibilidades de pagamento, o valor do automóvel é o mesmo, todas são sem juros e não é dado desconto em nenhuma das situações.

Nessas condições, qual é a quantidade N de parcelas a serem pagas de acordo com a proposta inicial da loja?

(A) 20

(B) 24

(C) 29

(D) 40

(E) 58

Resolução **Resposta: B**

Se a parcela inicial vale p, então $Np = (N+5)(p-200) = (N-4)(p+232)$. As igualdades fornecem $p = 40N + 200$ e $p = 58N - 232$. Logo, $18N = 432$ e $N = 24$.

Item 006

2019 | R1-061

Fonte: referência 1, página 40.

Questão 061 (H4 | ENEM 2019) **Dificuldade 616,7**

Um casal planejou uma viagem e definiu como teto para o gasto diário um valor de até R$ 1 000,00. Antes de decidir o destino da viagem, fizeram uma pesquisa sobre a taxa de câmbio vigente para as moedas de cinco países que desejavam visitar e, também, sobre as estimativas de gasto diário em

cada um, com o objetivo de escolher o destino que apresentasse o menor custo diário em real.

O quadro mostra os resultados obtidos com a pesquisa realizada.

País de destino	Moeda local	Taxa de câmbio	Gasto diário
França	Euro (€)	R$ 3,14	315,00 €
EUA	Dólar (US$)	R$ 2,78	US$ 390,00
Austrália	Dólar australiano (A$)	R$ 2,14	A$ 400,00
Canadá	Dólar canadense (C$)	R$ 2,10	C$ 410,00
Reino Unido	Libra esterlina (£)	R$ 4,24	£ 290,00

Nessas condições, qual será o destino escolhido para a viagem?

A Austrália.

B Canadá.

C EUA.

D França.

E Reino Unido.

Resolução **Resposta: A**

Multiplique o gasto diário pela taxa de câmbio. França: R$ 989,10; EUA: R$ 1084,20; Austrália: R$ 856,00; Canadá: R$ 861,00; Reino Unido: R$ 1229,60. A Austrália apresenta o menor custo e respeita o limite diário.

Item 007

2019 | R1-330

Fonte: referência 1, página 150.

Questão 330 (H23 | ENEM 2019) **Dificuldade 653,8**

Uma pessoa se interessou em adquirir um produto anunciado em uma loja. Negociou com o gerente e conseguiu comprá-lo a uma taxa de juros compostos de 1% ao mês. O primeiro pagamento será um mês após a aquisição do produto, e no valor de R$ 202,00. O segundo pagamento será efetuado um mês após o primeiro, e terá o valor de R$ 204,02. Para concretizar a compra, o gerente emitirá uma nota fiscal com o valor do produto à vista negociado com o cliente, correspondendo ao financiamento aprovado.

O valor à vista, em real, que deverá constar na nota fiscal é de

(A) 398,02.

(B) 400,00.

(C) 401,94.

(D) 404,00.

(E) 406,02.

Resolução **Resposta: B**

Desconte cada pagamento até a data da compra: $202/1{,}01 + 204{,}02/(1{,}01)^2 = 200 + 200 = 400$ reais.

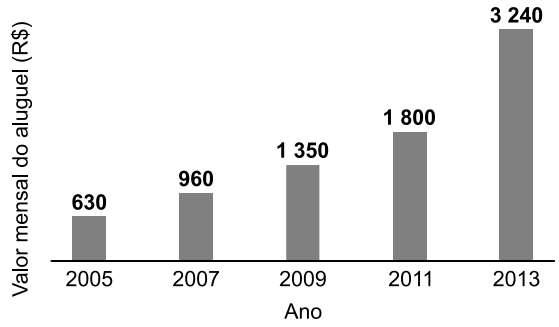
Item 008

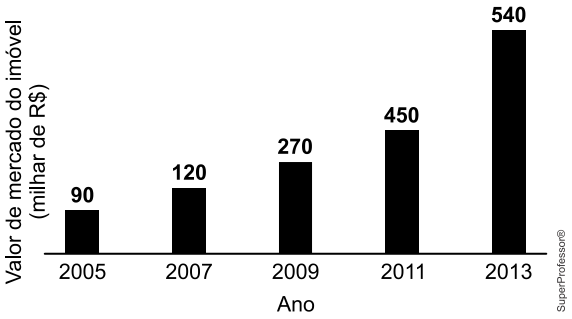
2022 | R1-379

Fonte: referência 1, página 171.

Questão 379 (H26 | ENEM 2022) **Dificuldade 633,0**

No período de 2005 a 2013, o valor de venda dos imóveis em uma cidade apresentou alta, o, que resultou no aumento dos aluguéis. Os gráficos apresentam a evolução desses valores, para um mesmo imóvel, no mercado imobiliário dessa cidade.





A rentabilidade do aluguel de um imóvel é calculada pela razão entre o valor mensal de aluguel e o valor de mercado desse imóvel.

Com base nos dados fornecidos, em que ano a rentabilidade do aluguel foi maior?

A) 2005

B) 2007

C) 2009

D) 2011

E) 2013

Resolução **Resposta: B**

Para cada ano, divida o aluguel mensal pelo valor de venda do imóvel. A comparação dos cinco quocientes mostra que a maior rentabilidade ocorre em 2007, mesmo sem ser o ano de maior aluguel nominal.

Item 009

2023 | R1-490

Fonte: referência 1, página 225.

Questão 490 (Habilidade 22) **Dificuldade 767,2**

Analisando as vendas de uma empresa, o gerente concluiu que o montante diário arrecadado, em milhar de real, poderia ser calculado pela expressão $V(x) = \frac{x^2}{4} - 10x + 105$, em que os valores de x representam os dias do mês, variando de 1 a 30.

Um dos fatores para avaliar o desempenho mensal da empresa é verificar qual é o menor montante diário V_0 arrecadado ao longo do mês e classificar o desempenho conforme as categorias apresentadas a seguir, em que as quantidades estão expressas em milhar de real.

- Ótimo: $V_0 \geq 24$
- Bom: $20 \leq V_0 < 24$
- Normal: $10 \leq V_0 < 20$
- Ruim: $4 \leq V_0 < 10$
- Péssimo: $V_0 < 4$

No caso analisado, qual seria a classificação do desempenho da empresa?

A Ótimo.

B Bom.

C Normal.

D Ruim.

E Péssimo.

Resolução **Resposta: D**

Completando o quadrado, $V(x) = x^2/4 - 10x + 105 = (x - 20)^2/4 + 5$. O mínimo é 5 mil reais, atingido no dia 20, dentro do domínio. A classificação é ruim, pois $4 \leq 5 < 10$.

Item 010

2023 | R1-494

Fonte: referência 1, página 227.

Questão 494 (Habilidade 17) **Anulada pela TRI**

Uma loja vende seus produtos de duas formas: à vista ou financiado em três parcelas mensais iguais. Para definir o valor dessas parcelas nas vendas financiadas, a loja aumenta em 20% o valor do produto à vista e divide esse novo valor por 3. A primeira parcela deve ser paga no ato da compra, e as duas últimas, em 30 e 60 dias após a compra.

Um cliente da loja decidiu comprar, de forma financiada, um produto cujo valor à vista é R$ 1 500,00.

Utilize 5,29 como aproximação para $\sqrt{28}$.

A taxa mensal de juros compostos praticada nesse financiamento é de

(A) 6,7%

(B) 10%

(C) 20%

(D) 21,5%

(E) 23,3%

Resolução **Resposta: D**

Cada parcela é $1500 \cdot 1{,}20/3 = 600$ reais. Após a entrada, o capital efetivamente financiado é 900 reais. Com $u = 1 + i$, $900 = 600/u + 600/u^2$, ou $3u^2 - 2u - 2 = 0$. A raiz positiva é $u = (1+\sqrt{7})/3 \approx 1{,}215$, dando taxa de 21,5% ao mês. O material registra exclusão pela TRI.

Item 011

2025 | O2025-174

Fonte: INEP, caderno azul, página 30; questão 174.

QUESTÃO 174

Um carro que custa 60 mil reais é comercializado por uma revendedora que oferece duas opções de pagamento, todas sem entrada e sem juros:

- opção 1: pagamento em *n* parcelas iguais;
- opção 2: pagamento em 6 parcelas a mais do que na opção 1 e, com isso, o valor de cada parcela se torna R$ 500,00 menor do que o valor da parcela na opção 1.

Nas duas opções de pagamento, o valor total a ser pago pelo carro é o mesmo.

Qual é a quantidade *n* de parcelas contidas na opção 1 de pagamento?

A 18
B 24
C 30
D 42
E 48

Resolução **Anulada**

Questão anulada no gabarito oficial. A resolução algébrica é: $60000/n - 60000/(n+6) = 500$. Simplificando, $n(n+6) = 720$, ou $n^2+6n-720 = 0$. A raiz positiva é $n = 24$, que corresponde à alternativa B antes da anulação.

Item 012

2026 | O2026-154

Fonte: INEP, caderno amarelo, página 20; questão 154.

QUESTÃO 154

Marcos possui recursos em uma aplicação que rende 1% ao mês a juros compostos. Quando o saldo dessa aplicação alcançar R$ 90 000,00, ele comprará um carro, cujas duas opções de pagamento são:

- R$ 89 000,00, à vista, no ato da compra;
- 3 parcelas mensais iguais, no valor de R$ 30 000,00 cada, sendo a primeira paga no ato da compra.

O pagamento por esse carro será feito utilizando somente recursos provenientes dessa aplicação, que serão resgatados nos momentos apropriados e nas quantias necessárias. Ele escolherá a opção de pagamento na qual, 2 meses após a compra do carro, o saldo de sua aplicação seja o maior.

Ao final desses 2 meses, o saldo, em real, da aplicação de Marcos será

A 1 000,00.
B 1 010,00.
C 1 020,10.
D 1 509,00.
E 1 824,09.

Resolução **Resposta: C**

À vista: após pagar 89 000, restam 1000, que rendem dois meses: $1000 \cdot 1{,}01^2 = 1020{,}10$. Parcelado: $90\,000 - 30\,000 = 60\,000$; após um mês, $60\,600 - 30\,000 = 30\,600$; após dois meses, $30\,906 - 30\,000 = 906$. Ele escolhe à vista, com saldo de R$ 1 020,10.

Equações, funções e gráficos

Tema 05 | 142 itens com resoluções.

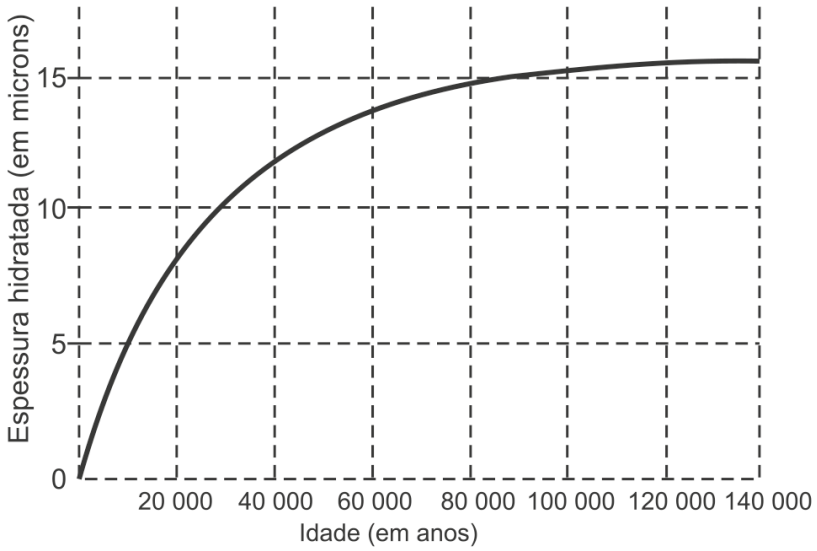
Item 001

1999 | R2-28

Fonte: referência 2, página 88.

Enunciado e resolução da referência 2. Resposta: C.

31. **(ENEM 1999)** A obsidiana é uma pedra de origem vulcânica que, em contato com a umidade do ar, fixa água em sua superfície formando uma camada hidratada. A espessura da camada hidratada aumenta de acordo com o tempo de permanência no ar, propriedade que pode ser utilizada para medir sua idade. O gráfico ao lado mostra como varia a espessura da camada hidratada, em mícrons (1 mícron = 1 milésimo de milímetro) em função da idade da obsidiana.



Com base no gráfico, pode-se concluir que a espessura da camada hidratada de uma obsidiana

(A) é diretamente proporcional à sua idade.
(B) dobra a cada 10 000 anos.
(C) aumenta mais rapidamente quando a pedra é mais jovem.
(D) aumenta mais rapidamente quando a pedra é mais velha.
(E) a partir de 100 000 anos não aumenta mais.

O gráfico apresenta uma função crescente. Até a idade de 80.000, o crescimento é bastante significativo, após esta idade o crescimento passa a ser bem menor.

Gabarito "C"

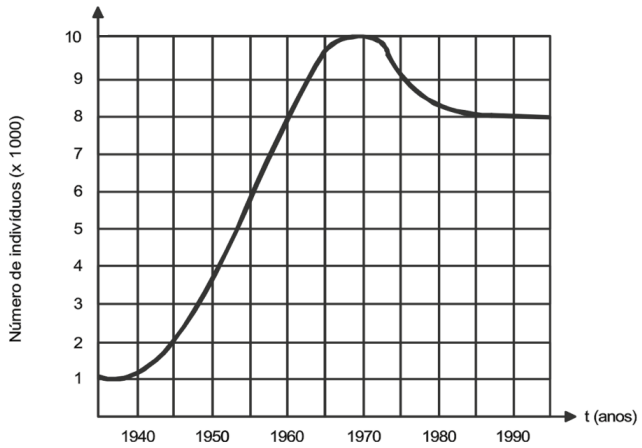
Item 002

1999 | R2-29

Fonte: referência 2, página 88.

Enunciado e resolução da referência 2. Resposta: B.

32. **(ENEM 1999)** O número de indivíduos de certa população é representado pelo gráfico abaixo.



Em 1975, a população tinha um tamanho aproximadamente igual ao de:

(A) 1960
(B) 1963
(C) 1967
(D) 1970
(E) 1980

Se traçarmos uma reta paralela ao eixo x no ponto em que a curva de número de indivíduos da população representa o valor no ano de 1975, veremos que esta reta toca outro ponto desta curva entre 1960 e 1965, estando mais próximo de 1965. A resposta que melhor representa este ponto é a alternativa *B*: 1963.

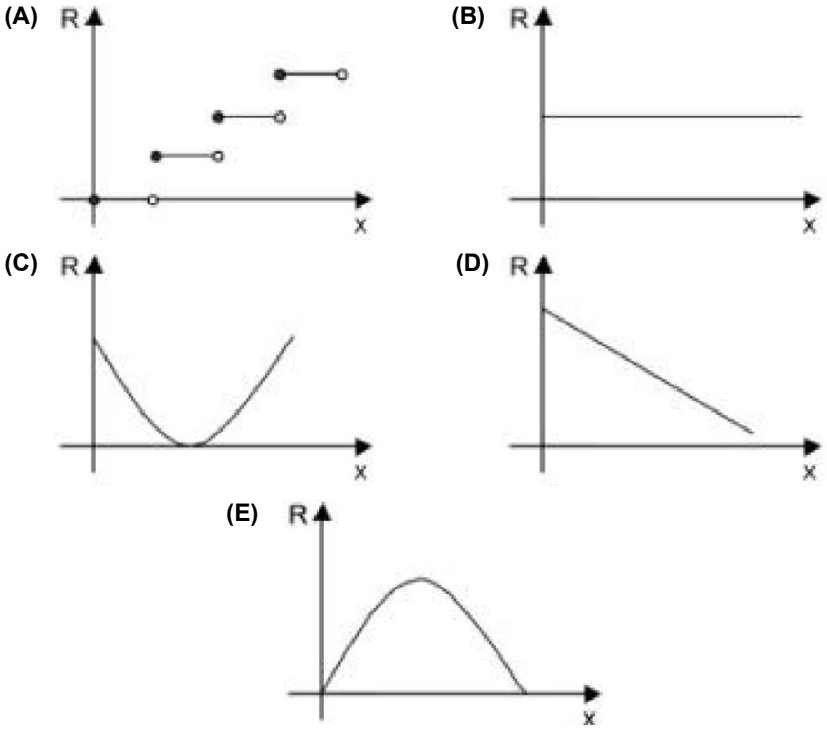
Gabarito "B"

Item 003

Fonte: referência 2, página 87.

Enunciado e resolução da referência 2. Resposta: E.

28. **(ENEM 2000)** Um boato tem um público-alvo e alastra-se com determinada rapidez. Em geral, essa rapidez é diretamente proporcional ao número de pessoas desse público que conhecem o boato e diretamente proporcional também ao número de pessoas que não o conhecem. Em outras palavras, sendo R a rapidez de propagação, P o público-alvo e *x* o número de pessoas que conhecem o boato, tem-se: R(x) = k.x.(P–x), onde k é uma constante positiva característica do boato.
O gráfico cartesiano que melhor representa a função R(x), para *x* real, é:



O gráfico que melhor descreve a função R(x) é a parábola de concavidade voltada para baixo, pois desenvolvendo a função temos:

$R(x) = k \cdot x\,(P - x)$

$R(x) = Pkx - kx^2$

$R(x) = -kx^2 + Pkx$

Se considerarmos a função de segundo grau $f(x) = ax^2 + bx + c$, quando *a* é menor que zero, temos a concavidade da parábola voltada para baixo.

Gabarito "E"

Item 004

2000 | R2-26

Fonte: referência 2, página 87.

Contexto: $R(x) = kx(P - x)$, com $k > 0$, conforme o item anterior.

Enunciado e resolução da referência 2. Resposta: B.

29. **(ENEM 2000)** Considerando o modelo acima descrito, se o público-alvo é de 44.000 pessoas, então a máxima rapidez de propagação ocorrerá quando o boato for conhecido por um número de pessoas igual a:

(A) 11.000.
(B) 22.000.
(C) 33.000.
(D) 38.000.
(E) 44.000.

Para saber quantas pessoas precisarão ter conhecimento do boato para que se tenha a máxima rapidez de propagação, precisamos calcular o valor do vértice parábola, ou x_v ($x_v = -b/2a$):
Se P = 44000, temos:
$R(x) = k \cdot x (P - x)$
$R(x) = Pkx - x^2$
$R(x) = 44.000kx - x^2$
Logo:
$x_v = -b/2a$
$x_v = -44.000/2 (-1)$
$x_v = 22.000$
Gabarito "B"

Nota de revisão: o desenvolvimento correto é $R(x) = kPx - kx^2$. O fator positivo k cancela no cálculo da abscissa do vértice: $x_v = -kP/(-2k) = P/2 = 22000$.

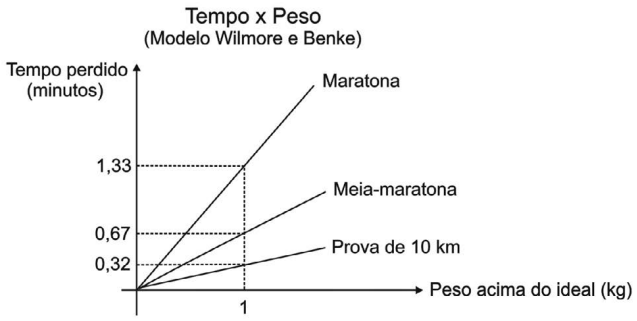
Item 005

Fonte: referência 2, página 92.

Enunciado e resolução da referência 2. Resposta: E.

41. **(ENEM 2002)** O excesso de peso pode prejudicar o desempenho de um atleta profissional em corridas de longa distância como a maratona (42,2 km), a meia-maratona (21,1 km) ou uma prova de 10 km. Para saber uma aproximação do intervalo de tempo a mais perdido para completar uma corrida devido ao excesso de peso, muitos atletas utilizam os dados apresentados na tabela e no gráfico:

Altura (m)	Peso (kg) ideal para atleta masculino de ossatura grande, corredor de longa distância
1,57	56,9
1,58	57,4
1,59	58,0
1,60	58,5
⋮	⋮



Usando essas informações, um atleta de ossatura grande, pesando 63 kg e com altura igual a 1,59 m, que tenha corrido uma meia-maratona, pode estimar que, em condições de peso ideal, teria melhorado seu tempo na prova em

(A) 0,32 minuto.
(B) 0,67 minuto.
(C) 1,60 minuto.
(D) 2,68 minutos.
(E) 3,35 minutos.

O peso ideal para um atleta de ossatura grande e 1,59m é de 58 kg. O atleta que pesa 63 kg e tem 1,59 m está 5 kg acima do peso. Pelo gráfico, o tempo perdido para 1 kg acima do peso em meia-maratona é 0,67 minutos. Este gráfico representa uma função para meia-maratona de f(x) = ax, onde a = 0,67 e x = peso acima do ideal.

Este atleta, com 5 kg acima do ideal (x = 5), terá um tempo perdido de y = 0,67(5) = 3,35 minutos.

Gabarito "E"

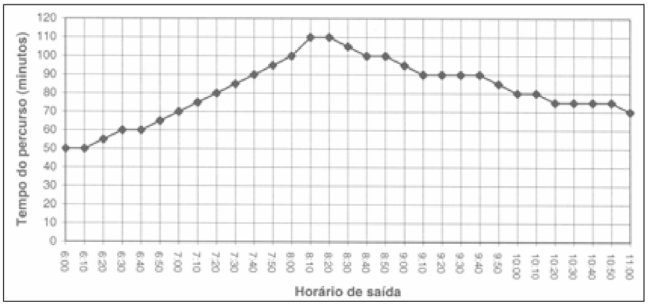
Item 006

2003 | R2-21

Fonte: referência 2, página 86.

Enunciado e resolução da referência 2. Resposta: E.

24. **(ENEM 2003)** O tempo que um ônibus gasta para ir do ponto inicial ao ponto final de uma linha varia, durante o dia, conforme as condições do trânsito, demorando mais nos horários de maior movimento. A empresa que opera essa linha forneceu, no gráfico abaixo, o tempo médio de duração da viagem conforme o horário de saída do ponto inicial, no período da manhã.



De acordo com as informações do gráfico, um passageiro que necessita chegar até as 10h30min ao ponto final dessa linha, deve tomar o ônibus no ponto inicial, no máximo, até as:

(A) 9h20min
(B) 9h30min
(C) 9h00min
(D) 8h30min
(E) 8h50min

O gráfico mostra o tempo de percurso a partir do horário de saída do ponto inicial. Devemos observar o gráfico e somar a quantidade de minutos de cada percurso ao horário de saída correspondente. Como o passageiro quer chegar por volta das 10:30h, saindo às 8:50h ele levará 100 minutos de percurso, ou seja, 1h40min para chegar ao ponto de saída. Somando 1h40min às 8:50h, temos 10:30h da manhã.

Gabarito "E"

Item 007

Fonte: referência 2, página 86.

Enunciado e resolução da referência 2. Resposta: C.

25. (ENEM 2003) João e Antônio utilizam os ônibus da linha mencionada na questão anterior para ir trabalhar, no período considerado no gráfico, nas seguintes condições:

- trabalham vinte dias por mês;
- João viaja sempre no horário em que o ônibus faz o trajeto no menor tempo;
- Antônio viaja sempre no horário em que o ônibus faz o trajeto no maior tempo;
- na volta do trabalho, ambos fazem o trajeto no mesmo tempo de percurso.

Considerando-se a diferença de tempo de percurso, Antônio gasta, por mês, em média,

(A) 05 horas a mais que João.
(B) 10 horas a mais que João.
(C) 20 horas a mais que João.
(D) 40 horas a mais que João.
(E) 60 horas a mais que João.

Para saber o tempo de percurso gasto por mês por cada um, temos:

Tempo total = (tempo de ida + tempo de volta) x dias

Antônio → tempo de ida = 50min

João → tempo de ida = 110min

Como o tempo de volta é igual para os dois, e é desconhecido, iremos substituí-lo por t_v. O número de dias é 20 para ambos. Logo:

Antônio = $(50+t_v)20 = 1.000 + 20\ t_v$

João = $(110+ t_v)20 = 2.200 + 20\ t_v$

Considerando as duas equações, podemos cancelar "20 t_v" e temos que João gasta 1.200 (2.200 – 1.000 = 1200) minutos a mais que Antônio no trajeto. Convertendo os minutos em horas, basta dividir 1.200/60 = 20 horas.

Gabarito "C"

Item 008

2004 | R3-13-05

Fonte: referência 3, página 101.

5. (Enem 2004) Em quase todo o Brasil existem restaurantes em que o cliente, após se servir, pesa o prato de comida e paga o valor correspondente, registrado na nota pela balança. Em um restaurante desse tipo, o preço do quilo era $R\$\,12{,}80$. Certa vez a funcionária digitou por engano na balança eletrônica o valor $R\$\,18{,}20$ e só percebeu o erro algum tempo depois, quando vários clientes já estavam almoçando. Ela fez alguns cálculos e verificou que o erro seria corrigido se o valor incorreto indicado na nota dos clientes fosse multiplicado por

a) $0{,}54$.
b) $0{,}65$.
c) $0{,}70$.
d) $1{,}28$.
e) $1{,}42$.

Resolução

Resposta: C

Resposta da questão 5:
[C]

Sem perda de generalidade, suponhamos que o prato de um cliente tenha "pesado" 1kg. Logo, o valor a ser pago por esse cliente seria de $x = 12{,}80$ reais. Porém, devido ao erro da funcionária, a conta do cliente será de $18{,}20$ reais. Portanto, queremos calcular y tal que

$$y \cdot 18{,}2 = 12{,}8 \Rightarrow y \cong 0{,}70.$$

Resolução reproduzida da referência 3.

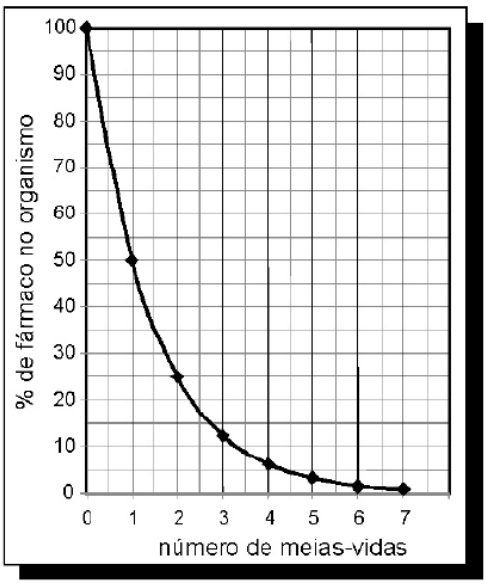
Item 009

Fonte: referência 2, página 85.

Enunciado e resolução da referência 2. Resposta: D.

22. (ENEM 2007)

A duração do efeito de alguns fármacos está relacionada à sua meia-vida, tempo necessário para que a quantidade original do fármaco no organismo se reduza à metade. A cada intervalo de tempo correspondente a uma meia-vida, a quantidade de fármaco existente no organismo no final do intervalo é igual a 50% da quantidade no início desse intervalo.



O gráfico acima representa, de forma genérica, o que acontece com a quantidade de fármaco no organismo humano ao longo do tempo.

F. D. Fuchs e Cher l. Wannma. **Farmacologia Clínica**. Rio de Janeiro: Guanabara Koogan,1992, p. 40.

A meia-vida do antibiótico amoxicilina é de 1 hora. Assim, se uma dose desse antibiótico for injetada às 12 h em um paciente, o percentual dessa dose que restará em seu organismo às 13 h 30 min será aproximadamente de

(A) 10%.
(B) 15%.
(C) 25%.
(D) 35%.
(E) 50%.

Se a meia-vida da amoxicilina é de 1h, isso quer dizer que a quantidade do fármaco é reduzida à metade a cada 1h. Dessa forma, podemos entender que:

Momento da injeção (12h) → 100%

1h após injeção (13h) → 50%

2h após injeção (14h) → 25%

Se o enunciado pede a quantidade às 13:30h (1,5h após a injeção, ou 1,5 meias-vidas, uma vez que a meia-vida é igual a 1h), teremos que será entre 25% e 50%.

Ao observar o gráfico, é possível identificar que após 1,5 meias-vidas a quantidade de fármaco é correspondente a 35%.

Gabarito "D"

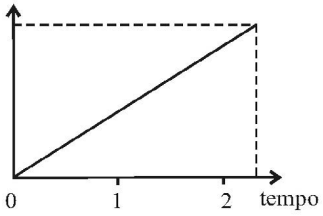
Item 010

2008 | R2-18

Fonte: referência 2, página 85.

Enunciado e resolução da referência 2. Resposta: C.

21. **(ENEM 2008)** O gráfico modela a distância percorrida, em km, por uma pessoa em certo período de tempo. A escala de tempo a ser adotada para o eixo das abscissas depende da maneira como essa pessoa se desloca. Qual é a opção que apresenta a melhor associação entre meio ou forma de locomoção e unidade de tempo, quando são percorridos 10 km?



(A) carroça – semana
(B) carro – dia
(C) caminhada – hora
(D) bicicleta – minuto
(E) avião – segundo

Se o gráfico representa um percurso de 10 km, a melhor unidade de tempo e forma de locomoção que ele representa é a caminhada por hora (10 km de caminhada em 2,5 horas).

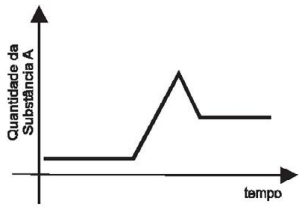
Gabarito "C"

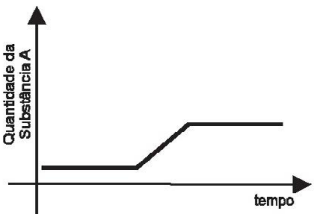
Item 011

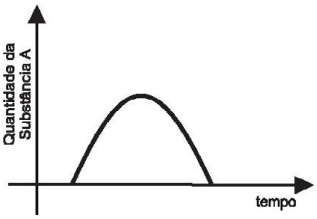
Fonte: referência 2, página 81.

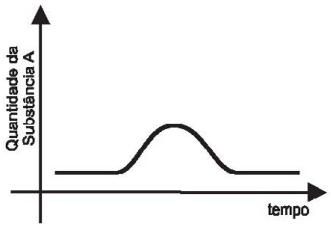
Enunciado e resolução da referência 2. Resposta: D.

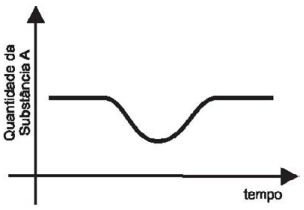
10. **(ENEM 2009)** Muitas vezes o objetivo de um remédio é aumentar a quantidade de uma ou mais substâncias já existentes no corpo do indivíduo para melhorar as defesas do organismo. Depois de alcançar o objetivo, essa quantidade deve voltar ao normal.
Se uma determinada pessoa ingere um medicamento para aumentar a concentração da substância A em seu organismo, a quantidade dessa substância no organismo da pessoa, em relação ao tempo, pode ser melhor representada pelo gráfico

(A)


(B)


(C)


(D)


(E)


Deve-se escolher o gráfico no qual há um salto na concentração de uma substância ao longo do tempo e depois a mesma retorna ao normal. Portanto, a alternativa *D* é a que melhor representa este comportamento.

Gabarito "D"

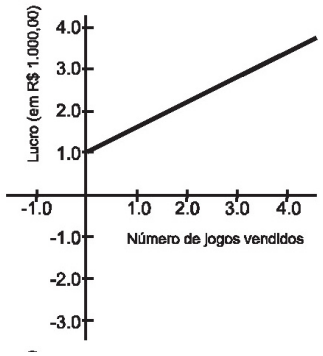
Item 012

Fonte: referência 2, página 83.

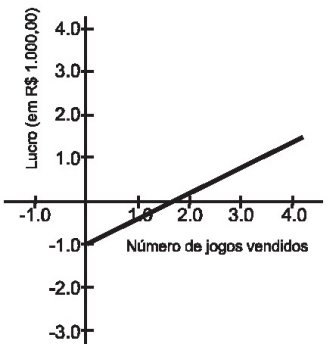
Enunciado e resolução da referência 2. Resposta: B.

15. **(ENEM 2009)** Uma empresa produz jogos pedagógicos para computadores, com custos fixos de R$ 1.000,00 e custos variáveis de R$ 100,00 por unidade de jogo produzida. Desse modo, o custo total para *x* jogos produzidos é dado por C(x) = 1 + 0,1x (em R$1.000,00).
A gerência da empresa determina que o preço de venda do produto seja de R$ 700,00. Com isso a receita bruta para *x* jogos produzidos é dada por R(x) = 0,7x (em R$1.000,00). O lucro líquido, obtido pela venda de *x* unidades de jogos, é calculado pela diferença entre a receita bruta e os custos totais. O gráfico que modela corretamente o lucro líquido dessa empresa, quando são produzidos *x* jogos, é

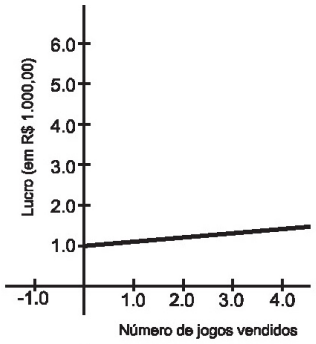
(A)



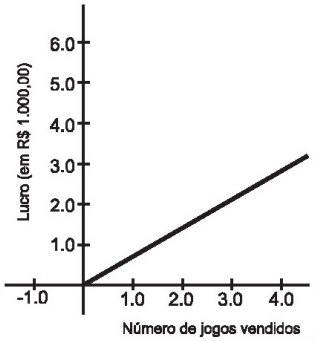
(B)



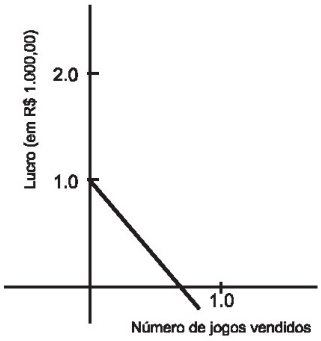
(C)



(D)



(E)



Lucro Líquido = L = 0,7x – (1 + 0,1x) = 0,6x – 1

Assim, temos os seguintes valores de lucro líquido para os valores de x:

X = 0 → L = –1

X = 1 → L = –0,4

X = 2 → L = 0,2

Assim, temos que o lucro líquido é representado por uma reta crescente, que inicialmente apresenta valores negativos e que cruza o eixo x para um valor de x entre 1 e 2, se tornando positivo indefinidamente. Assim, a única reta que representa o que foi descrito é a apresentada na alternativa *B*.

Gabarito "B"

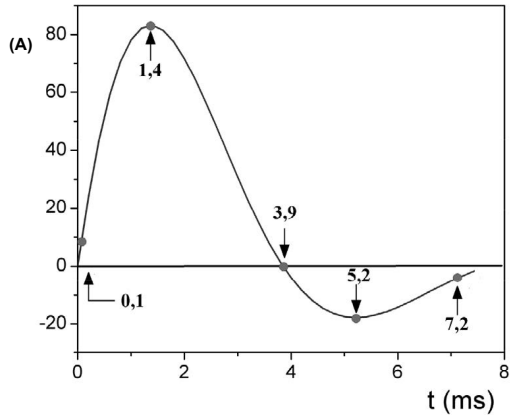
Item 013

2009 | R2-16

Fonte: referência 2, página 83.

Enunciado e resolução da referência 2. Resposta: C.

16. **(ENEM 2009 – SIMULADO)** Um desfibrilador é um equipamento utilizado em pacientes durante parada cardiorrespiratória com objetivo de restabelecer ou reorganizar o ritmo cardíaco. O seu funcionamento consiste em aplicar uma corrente elétrica intensa na parede torácica do paciente em um intervalo de tempo da ordem de milissegundos.
O gráfico seguinte representa, de forma genérica, o comportamento da corrente aplicada no peito dos pacientes em função do tempo.



De acordo com o gráfico, a contar do instante em que se inicia o pulso elétrico, a corrente elétrica inverte o seu sentido após

(A) 0,1 ms.
(B) 1,4 ms.
(C) 3,9 ms.
(D) 5,2 ms.
(E) 7,2 ms.

A corrente inverte o seu sentido no momento em que cruza com o eixo horizontal indicado no gráfico, ou seja, em 3,9 ms.

Gabarito "C"

Item 014

2009 | R3-03-17

Fonte: referência 3, página 33.

17. (Enem 2009) Um posto de combustível vende 10.000 litros de álcool por dia a R$ 1,50 cada litro. Seu proprietário percebeu que, para cada centavo de desconto que concedia por litro, eram vendidos 100 litros a mais por dia. Por exemplo, no dia em que o preço do álcool foi R$ 1,48, foram vendidos 10.200 litros.

Considerando x o valor, em centavos, do desconto dado no preço de cada litro, e V o valor, em R$, arrecadado por dia com a venda do álcool, então a expressão que relaciona V e x é

a) $V = 10.000 + 50x - x^2$.
b) $V = 10.000 + 50x + x^2$.
c) $V = 15.000 - 50x - x^2$.
d) $V = 15.000 + 50x - x^2$.
e) $V = 15.000 - 50x + x^2$.

Resolução

Resposta: D

Resposta da questão 17:
[D]

$V = (1{,}5 - x/10).(1000 + 100x)$
$V = 15000 + 50x - x^2$

Resolução reproduzida da referência 3.

Item 015

2009 | R3-03-18

Fonte: referência 3, página 33.

18. (Enem 2009) Um experimento consiste em colocar certa quantidade de bolas de vidro idênticas em um copo com água até certo nível e medir o nível da água, conforme ilustrado na figura a seguir. Como resultado do experimento, concluiu-se que o nível da água é função do número de bolas de vidro que são colocadas dentro do copo.

O quadro a seguir mostra alguns resultados do experimento realizado.

número de bolas (x)	nível da água (y)
5	6,35 cm
10	6,70 cm
15	7,05 cm

Disponível em: www.penta.ufrgs.br. Acesso em: 13 jan. 2009 (adaptado).

Qual a expressão algébrica que permite calcular o nível da água (y) em função do número de bolas (x)?

a) y = 30x.
b) y = 25x + 20,2.
c) y = 1,27x.
d) y = 0,7x.
e) y = 0,07x + 6.

Resolução

Resposta: E

Resposta da questão 18:
[E]

A função é do primeiro grau $y = ax + b$

Calculando o valor de a: $a = \frac{7,05 - 6,70}{15 - 10} = 0,07$

Portanto $y = 0,07x + b \Rightarrow 7,05 = 0,07.1,05 + b \Leftrightarrow b = 6$

Logo $y = 0,07x + 6$

Resolução reproduzida da referência 3.

Item 016

2009 | R3-03-19

Fonte: referência 3, página 33.

19. (Enem 2009) A tabela mostra alguns dados da emissão de dióxido de carbono de uma fábrica, em função do número de toneladas produzidas.

Produção (em toneladas)	**Emissão de dióxido de carbono (em partes por milhão – ppm)**
1,1	2,14
1,2	2,30
1,3	2,46
1,4	1,64
1,5	2,83
1,6	3,03
1,7	3,25
1,8	3,48
1,9	3,73
2,0	4,00

Cadernos do Gestar II, Matemática TP3. Disponível em: www.mec.gov.br. Acesso em: 14 jul. 2009.

Os dados na tabela indicam que a taxa média de variação entre a emissão de dióxido de carbono (em ppm) e a produção (em toneladas) é

a) inferior a 0,18.
b) superior a 0,18 e inferior a 0,50.
c) superior a 0,50 e inferior a 1,50.
d) superior a 1,50 e inferior a 2,80.
e) superior a 2,80.

Resolução

Resposta: D

Resposta da questão 19:
[D]

$$\text{Taxa de variação} = \frac{4 - 2{,}14}{2 - 1{,}1} = \frac{1{,}86}{0{,}9} \approx 2{,}06$$

$$1{,}50 < 2{,}06 < 2{,}80$$

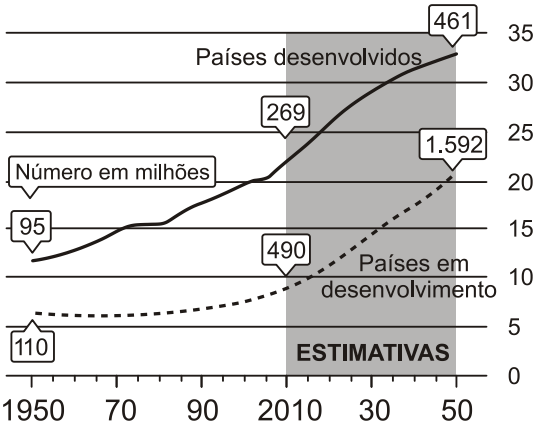
Resolução reproduzida da referência 3.

Item 017

2009 | R3-03-20

Fonte: referência 3, página 34.

TEXTO PARA A PRÓXIMA QUESTÃO:
A população mundial está ficando mais velha, os índices de natalidade diminuíram e a expectativa de vida aumentou. No gráfico seguinte, são apresentados dados obtidos por pesquisa realizada pela Organização das Nações Unidas (ONU), a respeito da quantidade de pessoas com 60 anos ou mais em todo o mundo. Os números da coluna da direita representam as faixas percentuais. Por exemplo, em 1950 havia 95 milhões de pessoas com 60 anos ou mais nos países desenvolvidos, número entre 10% e 15% da população total nos países desenvolvidos.



Fonte: *Perspectivas da População Mundial*, ONU, 2009.
Disponível em: www.economist.com.
Acesso em: 9 jul. 2009 (adaptado).

20. (Enem 2009) Em 2050,a probabilidade de se escolher, aleatoriamente, uma pessoa com 60 anos ou mais de idade, na população dos países desenvolvidos, será um número mais próximo de

a) $\frac{1}{2}$

b) $\frac{7}{20}$

c) $\frac{8}{25}$

d) $\frac{1}{5}$

e) $\frac{3}{25}$

Resolução

Resposta: C

Resposta da questão 20:

No gráfico o número procurado se encontra entre 30% e 35%

Escrevendo todas as frações na forma decimal temos:

½ = 50% 7/ 20 = 35% 8/25 = 32% 1/5 = 20% 3/25 = 12%

Então o valor procurado é de 32%(ou seja 8/25)

Resolução reproduzida da referência 3.

Item 018

Fonte: referência 3, página 89.

3. (Enem cancelado 2009) No calendário utilizado atualmente, os anos são numerados em uma escala sem o zero, isto é, não existe o ano zero. A era cristã se inicia no ano 1 depois de Cristo (d.C.) e designa-se o ano anterior a esse como ano 1 antes de Cristo (a.C.). Por essa razão, o primeiro século ou intervalo de 100 anos da era cristã terminou no dia 31 de dezembro do ano 100 d.C., quando haviam decorrido os primeiros 100 anos após o início da era. O século II começou no dia 1 de janeiro do ano 101 d.C., e assim sucessivamente.
Como não existe o ano zero, o intervalo entre os anos 50 a.C. e 50 d.C., por exemplo, é de 100 anos. Outra forma de representar anos é utilizando-se números inteiros, como fazem os astrônomos. Para eles, o ano 1 a.C. corresponde ao ano 0, o ano 2 a.C. ao ano −1, e assim sucessivamente. Os anos depois de Cristo são representados pelos números inteiros positivos, fazendo corresponder o número 1 ao ano 1 d.C.

Considerando o intervalo de 3 a.C. a 2 d.C., o quadro que relaciona as duas contagens descritas no texto é:

a)

Calendário Atual	3 a.C.	2 a.C.	1 a.C.	1 d.C.	2 d.C.
Cômputo dos astrônomos	−1	0	1	2	3

b)

Calendário Atual	3 a.C.	2 a.C.	1 a.C.	1 d.C.	2 d.C.
Cômputo dos astrônomos	−2	−1	0	1	2

c)

Calendário Atual	3 a.C.	2 a.C.	1 a.C.	1 d.C.	2 d.C.
Cômputo dos astrônomos	−2	−1	1	2	3

d)

Calendário Atual	3 a.C.	2 a.C.	1 a.C.	1 d.C.	2 d.C.
Cômputo dos astrônomos	−3	−2	−1	1	2

e)

Calendário Atual	3 a.C.	2 a.C.	1 a.C.	1 d.C.	2 d.C.
Cômputo dos astrônomos	−3	−2	−1	0	1

Item 018 – resolução 2009 / R3-12-03

Resolução **Resposta: B**

Resposta da questão 3:
[B]

Adotando 0 para 1 a.C. temos a seguinte tabela como verdadeira.

Calendário atual	3 a.C.	2 a.C.	1 a.C.	1 d.C.	2 d.C.
Cômputo dos astrônomos	−2	-1	0	1	2

Resolução reproduzida da referência 3.

Item 019

2009 | R3-13-04

Fonte: referência 3, página 101.

4. (Enem 2009) Um grupo de 50 pessoas fez um orçamento inicial para organizar uma festa, que seria dividido entre elas em cotas iguais. Verificou-se ao final que, para arcar com todas as despesas, faltavam R$ 510,00, e que 5 novas pessoas haviam ingressado no grupo. No acerto foi decidido que a despesa total seria dividida em partes iguais pelas 55 pessoas. Quem não havia ainda contribuído pagaria a sua parte, e cada uma das 50 pessoas do grupo inicial deveria contribuir com mais R$ 7,00.

De acordo com essas informações, qual foi o valor da cota calculada no acerto final para cada uma das 55 pessoas?

a) R$ 14,00.
b) R$ 17,00.
c) R$ 22,00.
d) R$ 32,00.
e) R$ 57,00.

Resolução

Resposta: D

Resposta da questão 4:
[D]

X é a cota de cada participante.

$50.7 + 5x = 510 \Leftrightarrow 5x = 510 - 350 \Leftrightarrow 5x = 160 \Leftrightarrow x = 32,00$

Resolução reproduzida da referência 3.

Item 020

2009 | O2009-138

Fonte: INEP, caderno azul, página 20; questão 138.

Questão 138

Suponha que o modelo exponencial $y = 363e^{0,03x}$, em que $x = 0$ corresponde ao ano 2000, $x = 1$ corresponde ao ano 2001, e assim sucessivamente, e que y é a população em milhões de habitantes no ano x, seja usado para estimar essa população com 60 anos ou mais de idade nos países em desenvolvimento entre 2010 e 2050. Desse modo, considerando $e^{0,3} = 1,35$, estima-se que a população com 60 anos ou mais estará, em 2030, entre

- (A) 490 e 510 milhões.
- (B) 550 e 620 milhões.
- (C) 780 e 800 milhões.
- (D) 810 e 860 milhões.
- (E) 870 e 910 milhões.

Resolução **Resposta: E**

Em 2030, $x = 30$. Portanto, $y = 363e^{0,9} = 363(e^{0,3})^3 \approx 363 \cdot 1,35^3 \approx 893,16$ milhões. O resultado está entre 870 e 910 milhões.

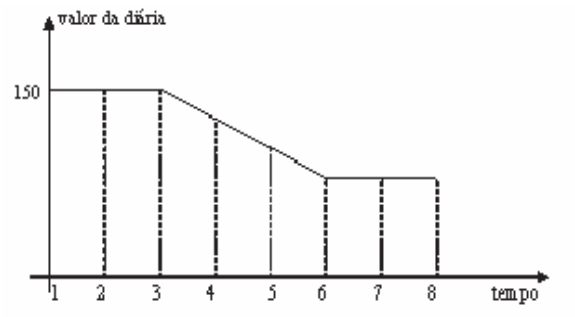
Item 021

2009 | O2009-146

Fonte: INEP, caderno azul, página 22; questão 146.

Questão 146

Uma pousada oferece pacotes promocionais para atrair casais a se hospedarem por até oito dias. A hospedagem seria em apartamento de luxo e, nos três primeiros dias, a diária custaria R$ 150,00, preço da diária fora da promoção. Nos três dias seguintes, seria aplicada uma redução no valor da diária, cuja taxa média de variação, a cada dia, seria de R$ 20,00. Nos dois dias restantes, seria mantido o preço do sexto dia. Nessas condições, um modelo para a promoção idealizada é apresentado no gráfico a seguir, no qual o valor da diária é função do tempo medido em número de dias.



De acordo com os dados e com o modelo, comparando o preço que um casal pagaria pela hospedagem por sete dias fora da promoção, um casal que adquirir o pacote promocional por oito dias fará uma economia de

- **A** R$ 90,00.
- **B** R$ 110,00.
- **C** R$ 130,00.
- **D** R$ 150,00.
- **E** R$ 170,00.

Resolução **Resposta: A**

O pacote de oito dias custa $3 \cdot 150 + 130 + 110 + 90 + 90 + 90 = 960$ reais. Sete dias sem promoção custariam $7 \cdot 150 = 1050$. A economia é $1050 - 960 = 90$ reais.

Item 022

2009 | O2009-175

Fonte: INEP, caderno azul, página 30; questão 175.

Questão 175

O Indicador do CadÚnico (ICadÚnico), que compõe o cálculo do Índice de Gestão Descentralizada do Programa Bolsa Família (IGD), é obtido por meio da **média aritmética** entre a taxa de cobertura qualificada de cadastros (*TC*) e a taxa de atualização de cadastros (*TA*), em que $TC = \frac{NV}{NF}$, $TA = \frac{NA}{NV}$, *NV* é o número de cadastros domiciliares válidos no perfil do CadÚnico, *NF* é o número de famílias estimadas como público alvo do CadÚnico e *NA* é o número de cadastros domiciliares atualizados no perfil do CadÚnico.

Portaria n° 148 de 27 de abril de 2006 (adaptado).

Suponha que o IcadÚnico de um município específico é 0,6. Porém, dobrando *NF* o IcadÚnico cairá para 0,5. Se *NA* + *NV* = 3.600, então *NF* é igual a

(A) 10.000.
(B) 7.500.
(C) 5.000.
(D) 4.500.
(E) 3.000.

Resolução **Resposta: C**

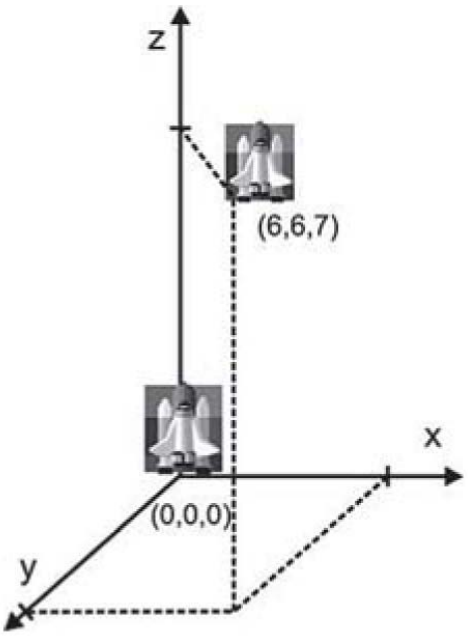
Escreva $u = NV/NF$ e $v = NA/NV$. As condições dão $u + v = 1{,}2$ e $u/2 + v = 1$. Logo, $u = 0{,}4$ e $v = 0{,}8$. Como $NV + NA = NV(1 + 0{,}8) = 3600$, temos $NV = 2000$ e $NF = 2000/0{,}4 = 5000$.

Item 023

Fonte: referência 2, página 81.

Enunciado e resolução da referência 2. Resposta: B.

8. **(ENEM 2010)** Um foguete foi lançado do marco zero de uma estação e após alguns segundos atingiu a posição (6, 6, 7) no espaço, conforme mostra a figura. As distâncias são medidas em quilômetros.



Considerando que o foguete continuou sua trajetória, mas se deslocou 2 km para frente na direção do eixo-x, 3 km para trás na direção do eixo-y, e 11 km para frente, na direção do eixo-z, então o foguete atingiu a posição

(A) (17, 3, 9).
(B) (8, 3, 18).
(C) (6, 18, 3).
(D) (4, 9, - 4).
(E) (3, 8, 18).

Coordenada X=6, Y=6 e Z =7. Nova coordenada X=6+2=8, Y=6-3=3 e Z =7+11=18 → (8,3,18).

Gabarito "B"

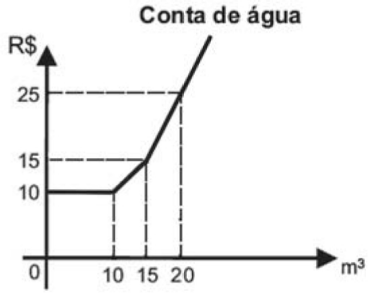
Item 024

2010 | R2-09

Fonte: referência 2, página 81.

Enunciado e resolução da referência 2. Resposta: B.

9. **(ENEM 2010)** Certo município brasileiro cobra a conta de água de seus habitantes de acordo com o gráfico. O valor a ser pago depende do consumo mensal em m³.



Se um morador pagar uma conta de R$ 19,00, isso significa que ele consumiu

(A) 16 m³ de água.
(B) 17 m³ de água.
(C) 18 m³ de água.
(D) 19 m³ de água.
(E) 20 m³ de água.

De acordo com o gráfico, o consumo entre 0 e 10 m³ corresponde a uma taxa única de R$ 10,00. Depois, até 15 m³, paga-se um adicional de R$ 1,00/m³ consumido. Depois, para os 5 m³ seguintes, paga-se um adicional de (25 – 15)/(20 – 15) = R$ 2,00/m³ consumido.

Portanto, uma conta de R$ 19,00 indica um consumo de 10 m³ na faixa 1 de preço, 5 m³ na faixa 2 de preço e 19 – 15 = R$ 4,00 na faixa 3 de preço, que equivale a 2 m³ na última faixa de preço. Assim, temos 10 + 5 + 2 = 17 m³.

Gabarito "B"

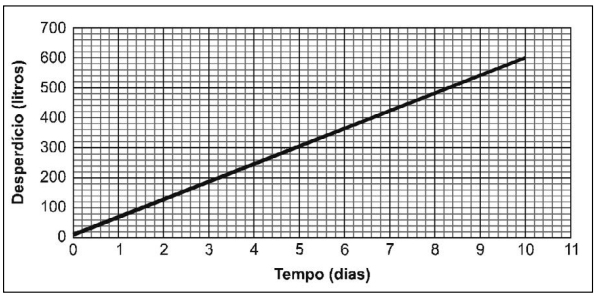
Item 025

2010 | R2-34

Fonte: referência 2, página 90.

Enunciado e resolução da referência 2. Resposta: C.

37. **(ENEM 2010)** Uma torneira gotejando diariamente é responsável por grandes desperdícios de água. Observe o gráfico que indica o desperdício de uma torneira:



Se y representa o desperdício de água, em litros, e x representa o tempo, em dias, a relação entre x e y é

(A) y = 2x **(B)** y = 1/2x **(C)** y = 60x
(D) y = 60x + 1 **(E)** y = 80 x + 50

Se considerarmos o pontos iniciais e finais da reta no gráfico, temos (0,0) e (10,600) e a função linear f(x)= ax. Substituindo os pontos, temos que a taxa da variação da função é dada por $a = \frac{600-0}{10-0}$

Temos que F(x) = y = 60x

Gabarito "C"

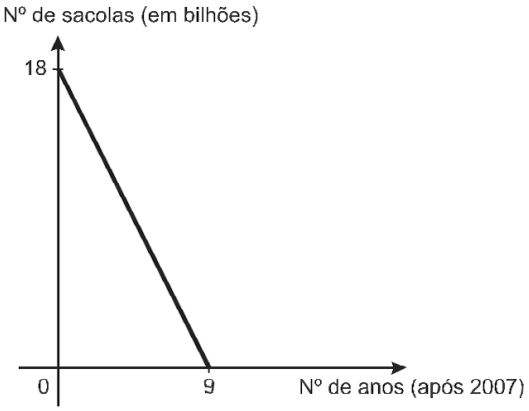
Item 026

Fonte: referência 2, página 91.

Enunciado e resolução da referência 2. Resposta: E.

38. (ENEM 2010)

As sacolas plásticas sujam florestas, rios e oceanos e quase sempre acabam matando por asfixia peixes, baleias e outros animais aquáticos. No Brasil, em 2007, foram consumidas 18 bilhões de sacolas plásticas. Os supermercados brasileiros se preparam para acabar com as sacolas plásticas até 2016. Observe o gráfico a seguir, em que se considera a origem como o ano de 2007.



LUCENA, M. Guerra às sacolinhas. **Galileu.** nº 225, 2010.

De acordo com as informações, quantos bilhões de sacolas plásticas serão consumidos em 2011?

(A) 4,0
(B) 6,5
(C) 7,0
(D) 8,0
(E) 10,0

Considerando os pontos iniciais e finais da reta no gráfico, temos (0,18) e (9,0) e a função linear f(x) = ax + b, sendo b = 18. A taxa de variação de acordo com o gráfico pode ser dada $a = \frac{0-18}{9-0} = -2$.

Se gráfico inicia-se em 2007 (x=0), e cada ano corresponde a uma unidade no eixo x, o valor em 2011 será quando x = 4. Substituindo os valores, temos F(4) = (–2).4 +18 = 10.

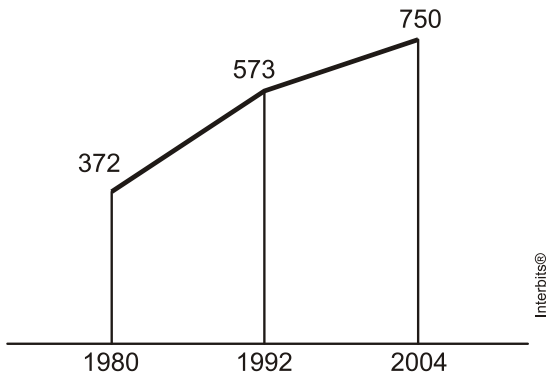
Gabarito "E"

Item 027

2010 | R3-03-13

Fonte: referência 3, página 32.

13. (Enem 2010) O gráfico mostra o número de favelas no município do Rio de Janeiro entre 1980 e 2004, considerando que a variação nesse número entre os anos considerados é linear.



Favela Tem Memória. *Época*. Nº 621, 12 abr. 2010 (adaptado).

Se o padrão na variação do período 2004/2010 se mantiver nos próximos 6 anos, e sabendo que o número de favelas em 2010 e 968, então o número de favelas em 2016 será
a) menor que 1150.
b) 218 unidades maior que em 2004.
c) maior que 1150 e menor que 1200.
d) 177 unidades maior que em 2010.
e) maior que 1200.

Resolução

Resposta: C

Resposta da questão 13:
[C]

Variação entre 2004 e 2010 = 968 – 750 = 218
Logo, em 2016 teremos: 968 + 218 = 1186 favelas.

Resolução reproduzida da referência 3.

Item 028

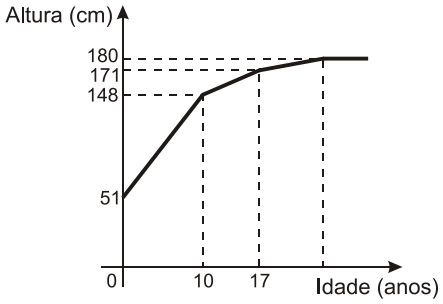
2010 | R3-03-14

Fonte: referência 3, página 32.

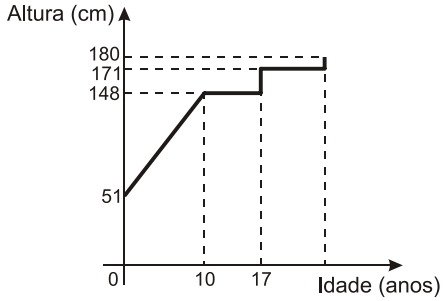
14. (Enem 2010) Acompanhando o crescimento do filho, um casal constatou que, de 0 a 10 anos, a variação da sua altura se dava de forma mais rápida do que dos 10 aos 17 anos e, a partir de 17 anos, essa variação passava a ser cada vez menor, até se tornar imperceptível. Para ilustrar essa situação, esse casal fez um gráfico relacionando as alturas do filho nas idades consideradas.

Que gráfico melhor representa a altura do filho desse casal em função da idade?

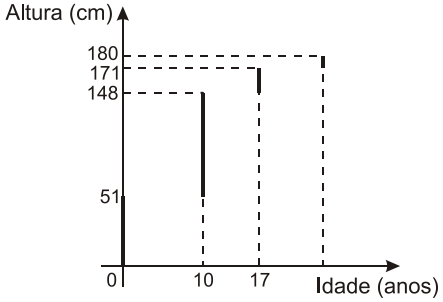
a)



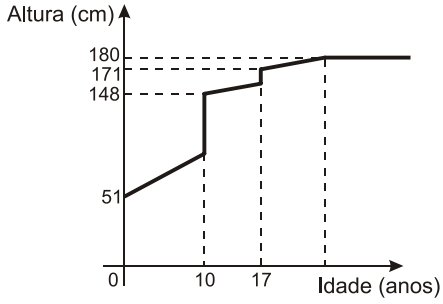
b)



c)



d)



Item 028 – resolução 2010 / R3-03-14

Resolução **Resposta: A**

Resposta da questão 14:
[A]

O gráfico A é o mais adequado, pois a inclinação de 10 a 17 é maior que a inclinação para valores maiores que 17.

Resolução reproduzida da referência 3.

Item 029

2010 | R3-03-15

Fonte: referência 3, página 32.

15. (Enem 2010) Embora o Índice de Massa Corporal (IMC) seja amplamente utilizado, existem ainda inúmeras restrições teóricas ao uso e as faixas de normalidade preconizadas.
O Recíproco do Índice Ponderal (RIP), de acordo com o modelo alométrico, possui uma melhor fundamentação matemática, já que a massa é uma variável de dimensões cúbicas e a altura, uma variável de dimensões lineares.

As fórmulas que determinam esses índices são:

$$\text{IMC} = \frac{\text{massa}(\text{kg})}{[\text{altura}(\text{m})]^2} \qquad \text{RIP} = \frac{\text{altura}(\text{cm})}{\sqrt[3]{\text{massa}(\text{kg})}}$$

ARAÚJO. C. G. S.; RICARDO, D.R. *Índice de Massa Corporal: Um Questionamento Científico Baseado em Evidências.* Arq.Bras. Cardiologia, volume 79, n.o 1, 2002 (adaptado).

Se uma menina, com 64 kg de massa, apresenta IMC igual a 25 kg/m^2, então ela possui RIP igual a

a) $0{,}4\ \text{cm/kg}^{1/3}$

b) $2{,}5\ \text{cm/kg}^{1/3}$

c) $8\ \text{cm/kg}^{1/3}$

d) $20\ \text{cm/kg}^{1/3}$

e) $40\ \text{cm/kg}^{1/3}$

Resolução

Resposta: E

Resposta da questão 15:
[E]

Seja h a altura da menina.

$$25 = \frac{64}{h^2} \Leftrightarrow h = 1{,}6\text{m} = 160\text{cm}$$

$$\text{RIP} = \frac{160}{\sqrt[3]{64}} = \frac{160}{4} = 40$$

Resolução reproduzida da referência 3.

Item 030

2010 | R3-03-16

Fonte: referência 3, página 33.

16. (Enem 2010) Nos processos industriais, como na indústria de cerâmica, é necessário o uso de fornos capazes de produzir elevadas temperaturas e, em muitas situações, o tempo de elevação dessa temperatura deve ser controlado, para garantir a qualidade do produto final e a economia no processo.
Em uma indústria de cerâmica, o forno é programado para elevar a temperatura ao longo do tempo de acordo com a função

$$T(t) = \begin{cases} -\frac{7}{5}t + 20, \text{ para } 0 \le t < 100 \\ \frac{2}{125}t^2 - \frac{16}{5}t + 320, \text{ para } t \ge 100 \end{cases}$$

em que T é o valor da temperatura atingida pelo forno, em graus Celsius, e t é o tempo, em minutos, decorrido desde o instante em que o forno é ligado.
Uma peça deve ser colocada nesse forno quando a temperatura for 48°C e retirada quando a temperatura for 200°C.

O tempo de permanência dessa peça no forno é, em minutos, igual a
a) 100.
b) 108. .
c) 128.
d) 130.
e) 150.

Resolução

Resposta: D

Resposta da questão 16:
[D]

T(0) = 20° e T(100) = 160°C, logo :

$$48 = \frac{7}{5} \cdot t + 20 \Leftrightarrow t = 20\,\text{min}$$

200 =

$$\frac{2}{125} \cdot t^2 - \frac{16}{5} \cdot t + 320 \Leftrightarrow 2t^2 - 400t + 15000 = 0 \Leftrightarrow t^2 - 20($$

Resolvendo, temos t = 150min ou t = 50min (não convém).
Logo, o tempo de permanência será 150 – 20 = 130 min.

Resolução reproduzida da referência 3.

Item 031

2010 | R3-13-02

Fonte: referência 3, página 101.

2. (Enem 2010) O Salto Triplo é uma modalidade do atletismo em que o atleta dá um salto em um só pé, uma passada e um salto, nessa ordem. Sendo que o salto com impulsão em um só pé será feito de modo que o atleta caia primeiro sobre o mesmo pé que deu a impulsão; na passada ele cairá com o outro pé, do qual o salto é realizado.

Disponível em: www.cbat.org.br (adaptado).

Um atleta da modalidade Salto Triplo, depois de estudar seus movimentos, percebeu que, do segundo para o primeiro salto, o alcance diminuía em 1,2 m, e, do terceiro para o segundo salto, o alcance diminuía 1,5 m. Querendo atingir a meta de 17,4 m nessa prova e considerando os seus estudos, a distância alcançada no primeiro salto teria de estar entre

a) 4,0 m e 5,0 m.
b) 5,0 m e 6,0 m.
c) 6,0 m e 7,0 m.
d) 7,0 m e 8,0 m.
e) 8,0 m e 9,0 m.

Resolução

Resposta: D

Resposta da questão 2:
[D]

$x + (x - 1,2) + (x - 1,2 - 1,5) = 17,4$
$3x - 3,9 = 17,4$
$3x = 21,3$
$x = 7,1m$

Resolução reproduzida da referência 3.

Item 032

2010 | R3-13-03

Fonte: referência 3, página 101.

3. (Enem 2010) Uma escola recebeu do governo uma verba de R$ 1000,00 para enviar dois tipos de folhetos pelo correio. O diretor da escola pesquisou que tipos de selos deveriam ser utilizados. Concluiu que, para o primeiro tipo de folheto, bastava um selo de R$ 0,65 enquanto para folhetos do segundo tipo seriam necessários três selos, um de R$ 0,65, um de R$ 0,60 e um de R$ 0,20. O diretor solicitou que se comprassem selos de modo que fossem postados exatamente 500 folhetos do segundo tipo e uma quantidade restante de selos que permitisse o envio do máximo possível de folhetos do primeiro tipo.

Quantos selos de R$ 0,65 foram comprados?
a) 476
b) 675
c) 923
d) 965
e) 1 538

Resolução

Resposta: C

Resposta da questão 3:
[C]

500(0,65 + 0,60 + 0,20) + x.0,65 = 1000
0,65x + 725 = 1000
0,65x = 275
x = 423,076 (423 selos)

Logo, deverão ser comprados 923 (500 + 423) selos de R$ 0,65.

Resolução reproduzida da referência 3.

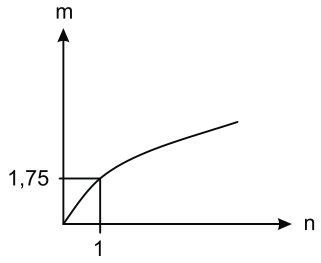
Item 033

2011 | R3-03-09

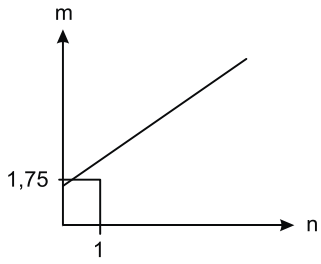
Fonte: referência 3, página 30.

9. (Enem 2011) As frutas que antes se compravam por dúzias, hoje em dia, podem ser compradas por quilogramas, existindo também a variação dos preços de acordo com a época de produção. Considere que, independente da época ou variação de preço, certa fruta custa R$ 1,75 o quilograma. Dos gráficos a seguir, o que representa o preço *m* pago em reais pela compra de *n* quilogramas desse produto é

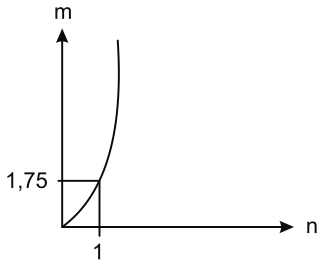
a)



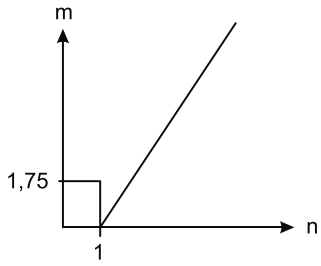
b)



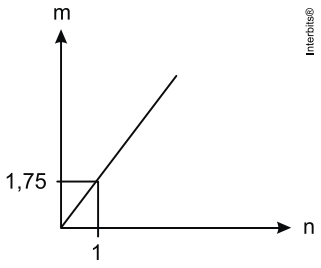
c)



d)



e)



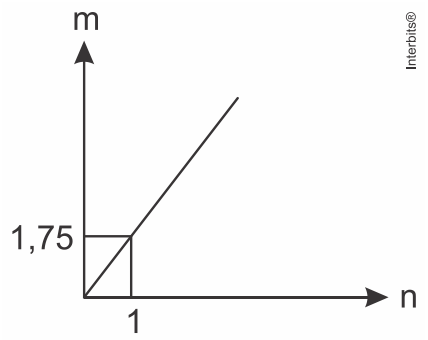
Interbits®

Resolução **Resposta: E**

Resposta da questão 9:
[E]

O gráfico deverá representar a função $m = f(n) = 1{,}75 \cdot n$,
onde *n* é o número de quilogramas comprados.

O gráfico correto é:



Resolução reproduzida da referência 3.

Item 034

2011 | R3-03-10

Fonte: referência 3, página 31.

10. (Enem 2011) O prefeito de uma cidade deseja construir uma rodovia para dar acesso a outro município. Para isso, foi aberta uma licitação na qual concorreram duas empresas. A primeira cobrou $R\$\ 100.000,00$ por km construído (n), acrescidos de um valor fixo de $R\$\ 350.000,00$, enquanto a segunda cobrou $R\$\ 120.000,00$ por km construído (n), acrescidos de um valor fixo de $R\$\ 150.000,00$. As duas empresas apresentam o mesmo padrão de qualidade dos serviços prestados, mas apenas uma delas poderá ser contratada.
Do ponto de vista econômico, qual equação possibilitaria encontrar a extensão da rodovia que tornaria indiferente para a prefeitura escolher qualquer uma das propostas apresentadas?

a) $100n + 350 = 120n + 150$
b) $100n + 150 = 120n + 350$
c) $100(n + 350) = 120(n + 150)$
d) $100(n + 350.000) = 120(n + 150.000)$
e) $350(n + 100.000) = 150(n + 120.000)$

Resolução

Resposta: A

Resposta da questão 10:
[A]

Empresa A: $P_A = 100\,000x + 350\,000$
Empresa B: $P_B = 120\,000x + 150\,000$

Igualando os preços $P_A = P_B$, temos:

$100\,000x + 350\,000 = 120\,000x + 150\,000.$

Resolução reproduzida da referência 3.

Item 035

2011 | R3-03-11

Fonte: referência 3, página 31.

11. (Enem 2011) O saldo de contratações no mercado formal no setor varejista da região metropolitana de São Paulo registrou alta. Comparando as contratações deste setor no mês de fevereiro com as de janeiro deste ano, houve incremento de 4.300 vagas no setor, totalizando 880.605 trabalhadores com carteira assinada.

Disponível em: http://www.folha.uol.com.br. Acesso em: 26 abr. 2010 (adaptado).

Suponha que o incremento de trabalhadores no setor varejista seja sempre o mesmo nos seis primeiros meses do ano. Considerando-se que y e x representam, respectivamente, as quantidades de trabalhadores no setor varejista e os meses, janeiro sendo o primeiro, fevereiro, o segundo, e assim por diante, a expressão algébrica que relaciona essas quantidades nesses meses é

a) $y = 4300x$

b) $y = 884\ 905x$

c) $y = 872\ 005 + 4300x$

d) $y = 876\ 305 + 4300x$

e) $y = 880\ 605 + 4300x$

Resolução

Resposta: C

Resposta da questão 11:
[C]

Admitido um crescimento constante, temos uma função de primeiro grau dada por:
$y = ax + b$, onde $a = 4300$ (taxa constante) e $b = 880605 – 4300 = 876305$.
Logo, $y = 4300x + 876305$.

Resolução reproduzida da referência 3.

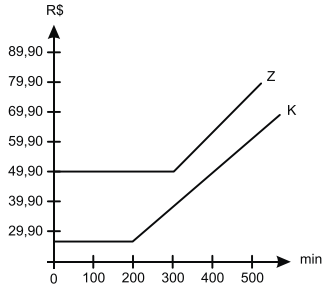
Item 036

2011 | R3-03-12

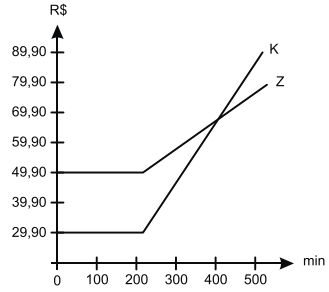
Fonte: referência 3, página 31.

12. (Enem 2011) Uma empresa de telefonia fixa oferece dois planos aos seus clientes: no plano K, o cliente paga R$ 29,90 por 200 minutos mensais e R$ 0,20 por cada minuto excedente; no plano Z, paga R$ 49,90 por 300 minutos mensais e R$ 0,10 por cada minuto excedente. O gráfico que representa o valor pago, em reais, nos dois planos em função dos minutos utilizados é

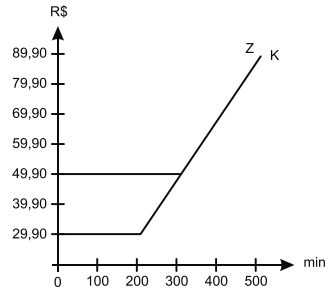
a)



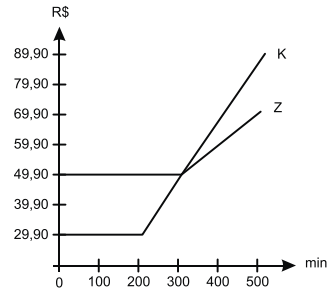
b)



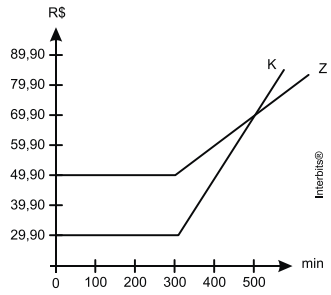
c)



d)



e)



Resolução

Resposta: D

Resposta da questão 12:
[D]

No plano k: $y = \begin{cases} 29,90 \text{ se } 0 < t \leq 200 \\ 29,90 + (t - 200).0,20 \text{ se } t > 200 \end{cases}$

No plano z: $y = \begin{cases} 49,90 \text{ se } 0 < t \leq 300 \\ 49,90 + (t - 300).0,20 \text{ se } t > 300 \end{cases}$

Portanto, a resposta correta é a letra [D].

Resolução reproduzida da referência 3.

Item 037

2011 | R3-12-02

Fonte: referência 3, página 89.

2. (Enem 2011) A Escala de Magnitude de Momento (abreviada como MMS e denotada como M_W), introduzida em 1979 por Thomas Haks e Hiroo Kanamori, substituiu a Escala de Richter para medir a magnitude dos terremotos em termos de energia liberada. Menos conhecida pelo público, a MMS é, no entanto, a escala usada para estimar as magnitudes de todos os grandes terremotos da atualidade. Assim como a escala Richter, a MMS é uma escala logarítmica. M_W e M_0 se relacionam pela fórmula:

$$M_W = -10,7 + \frac{2}{3}\log_{10}(M_0)$$

Onde M_0 é o momento sísmico (usualmente estimado a partir dos registros de movimento da superfície, através dos sismogramas), cuja unidade é o dina.cm.
O terremoto de Kobe, acontecido no dia 17 de janeiro de 1995, foi um dos terremotos que causaram maior impacto no Japão e na comunidade científica internacional. Teve magnitude $M_W = 7,3$.

U.S. GEOLOGICAL SURVEY, Historic Earthquakes. Disponível em: http://earthquake.usgs.gov. Acesso em: 1 maio 2010 (adaptado).
U.S. GEOLOGICAL SURVEY. USGS Earthquake Magnitude Policy. Disponível em: http://earthquake.usgs.gov. Acesso em: 1 maio 2010 (adaptado).

Mostrando que é possível determinar a medida por meio de conhecimentos matemáticos, qual foi o momento sísmico M_0 do terremoto de Kobe (em dina.cm)?

a) $10^{-5,10}$
b) $10^{-0,73}$
c) $10^{12,00}$
d) $10^{21,65}$
e) $10^{27,00}$

Resolução

Resposta: E

Resposta da questão 2:
[E]

Fazendo M + w + = 7,3, temos:

$$7,3 = -10,7 + \frac{2}{3}\cdot\log_{10} M_o$$

$$18 = \frac{2}{3}\cdot\log_{10} M_o$$

$$27 = \log_{10} M_o$$

$$M_o = 10^{27}$$

Resolução reproduzida da referência 3.

Item 038

2011 | O2011-180

Fonte: INEP, caderno azul, página 31; questão 180.

QUESTÃO 180

Uma indústria fabrica um único tipo de produto e sempre vende tudo o que produz. O custo total para fabricar uma quantidade *q* de produtos é dado por uma função, simbolizada por *CT*, enquanto o faturamento que a empresa obtém com a venda da quantidade *q* também é uma função, simbolizada por *FT*. O lucro total (*LT*) obtido pela venda da quantidade *q* de produtos é dado pela expressão $LT(q) = FT(q) - CT(q)$.

Considerando-se as funções $FT(q) = 5q$ e $CT(q) = 2q + 12$ como faturamento e custo, qual a quantidade mínima de produtos que a indústria terá de fabricar para não ter prejuízo?

A 0
B 1
C 3
D 4
E 5

Resolução **Resposta: D**

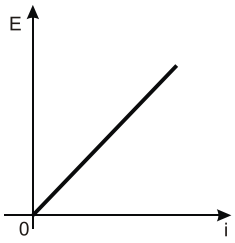
O lucro é $LT(q) = 5q - (2q + 12) = 3q - 12$. Para não haver prejuízo, $3q - 12 \geq 0$, de onde $q \geq 4$. A quantidade mínima é 4 produtos.

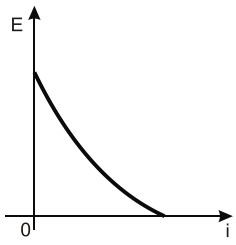
Item 039

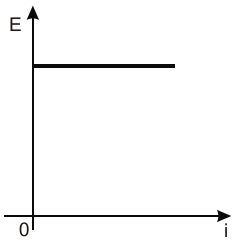
2012 | R3-03-04

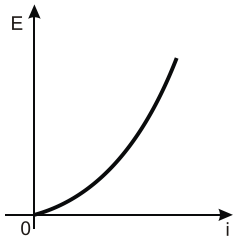
Fonte: referência 3, página 29.

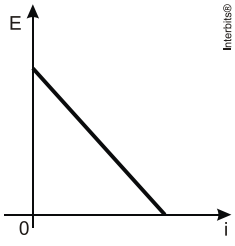
4. (Enem 2012) Existem no mercado chuveiros elétricos de diferentes potências, que representam consumos e custos diversos. A potência (P) de um chuveiro elétrico é dada pelo produto entre sua resistência elétrica (R) e o quadrado da corrente elétrica (i) que por ele circula. O consumo de energia elétrica (E), por sua vez, é diretamente proporcional à potência do aparelho.
Considerando as características apresentadas, qual dos gráficos a seguir representa a relação entre a energia consumida (E) por um chuveiro elétrico e a corrente elétrica (i) que circula por ele?

a)


b)


c)


d)


e)


Interbits®

Item 039 – resolução

2012 / R3-03-04

Resolução

Resposta: D

Resposta da questão 4:
[D]

$P = r \cdot i^2$

$P = k \cdot E$

$k \cdot E = r \cdot i^2 \Rightarrow E = \frac{r.i^2}{k}$ (como r e kA são constantes reais, temos uma função do segundo grau na variável i).

Portanto, o melhor gráfico para que representa a relação pedida é o da alternativa [D].

Resolução reproduzida da referência 3.

Item 040

2012 | R3-03-05

Fonte: referência 3, página 29.

5. (Enem 2012) As curvas de oferta e de demanda de um produto representam, respectivamente, as quantidades que vendedores e consumidores estão dispostos a comercializar em função do preço do produto. Em alguns casos, essas curvas podem ser representadas por retas. Suponha que as quantidades de oferta e de demanda de um produto sejam, respectivamente, representadas pelas equações:

$Q_O = -20 + 4P$
$Q_D = 46 - 2P$

em que Q_O é quantidade de oferta, Q_D é a quantidade de demanda e P é o preço do produto.
A partir dessas equações, de oferta e de demanda, os economistas encontram o preço de equilíbrio de mercado, ou seja, quando Q_O e Q_D se igualam.
Para a situação descrita, qual o valor do preço de equilíbrio?
a) 5
b) 11
c) 13
d) 23
e) 33

Resolução

Resposta: B

Resposta da questão 5:
[B]

O preço de equilíbrio é tal que

$$\begin{aligned} Q_O = Q_D &\Leftrightarrow -20 + 4P = 46 - 2P \\ &\Leftrightarrow 6P = 66 \\ &\Leftrightarrow P = 11. \end{aligned}$$

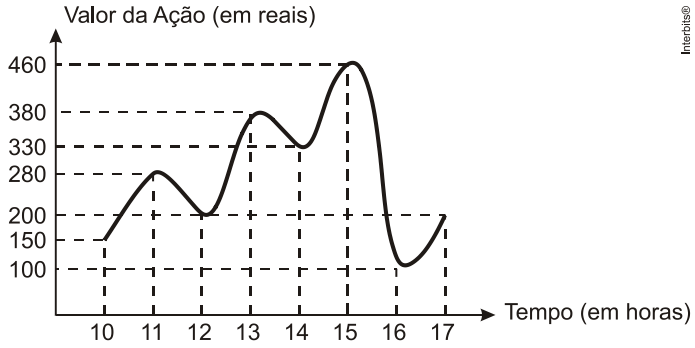
Resolução reproduzida da referência 3.

Item 041

2012 | R3-03-06

Fonte: referência 3, página 29.

6. (Enem 2012) O gráfico fornece os valores das ações da empresa *XPN*, no período das 10 às 17 horas, num dia em que elas oscilaram acentuadamente em curtos intervalos de tempo.



Neste dia, cinco investidores compraram e venderam o mesmo volume de ações, porém em horários diferentes, de acordo com a seguinte tabela.

Investidor	Hora da Compra	Hora da Venda
1	10:00	15:00
2	10:00	17:00
3	13:00	15:00
4	15:00	16:00
5	16:00	17:00

Com relação ao capital adquirido na compra e venda das ações, qual investidor fez o melhor negócio?

a) 1
b) 2
c) 3
d) 4
e) 5

Resolução

Resposta: A

Resposta da questão 6:
[A]

Tabela obtida com as informações da tabela dada.

Investidor	compra	venda	ganhou	perdeu
1	150	460	310	-
2	150	200	50	-
3	380	460	80	-
4	460	100	-	360
6	100	200	100	-

Portanto, o investidor 1 fez o melhor negócio.

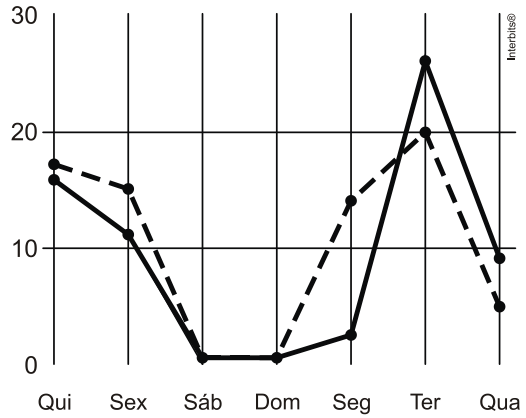
Resolução reproduzida da referência 3.

Item 042

2012 | R3-03-07

Fonte: referência 3, página 29.

7. (Enem 2012) A figura a seguir apresenta dois gráficos com informações sobre as reclamações diárias recebidas e resolvidas pelo Setor de Atendimento ao Cliente (SAC) de uma empresa, em uma dada semana. O gráfico de linha tracejada informa o número de reclamações recebidas no dia, o de linha continua é o número de reclamações resolvidas no dia. As reclamações podem ser resolvidas no mesmo dia ou demorarem mais de um dia para serem resolvidas.



O gerente de atendimento deseja identificar os dias da semana em que o nível de eficiência pode ser considerado muito bom, ou seja, os dias em que o número de reclamações resolvidas excede o número de reclamações recebidas.

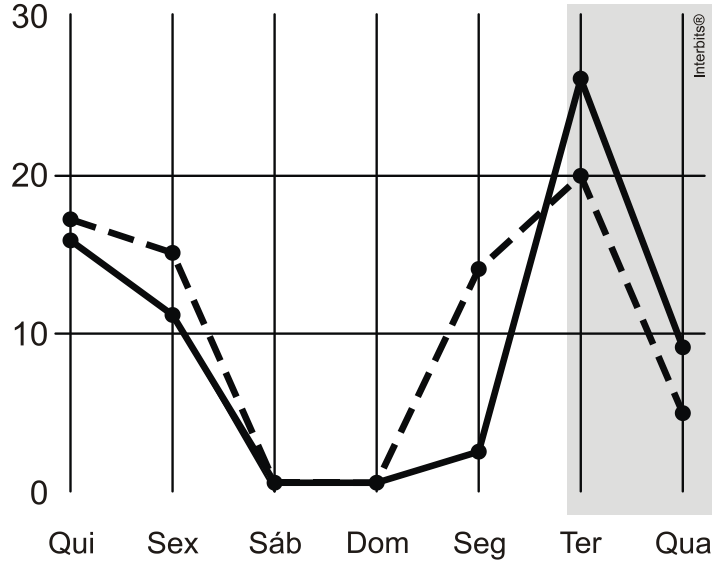
Disponível em: http://bibliotecaunix.org. Acesso em: 21 jan. 2012 (adaptado).

O gerente de atendimento pôde concluir, baseado no conceito de eficiência utilizado na empresa e nas informações do gráfico, que o nível de eficiência foi muito bom na

a) segunda e na terça-feira.
b) terça e na quarta-feira.
c) terça e na quinta-feira.
d) quinta-feira, no sábado e no domingo.
e) segunda, na quinta e na sexta-feira.

Resolução **Resposta: B**

Resposta da questão 7:
[B]



Observando os gráficos é fácil verificar que o nível de eficiência foi muito bom na terça e na quarta-feira.

Resolução reproduzida da referência 3.

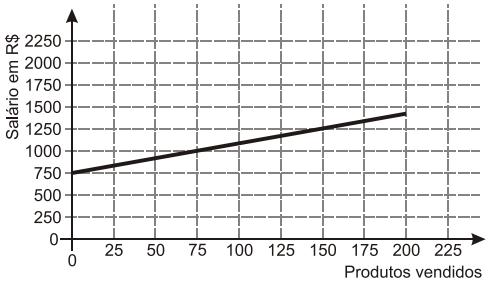
Item 043

2012 | R3-03-08

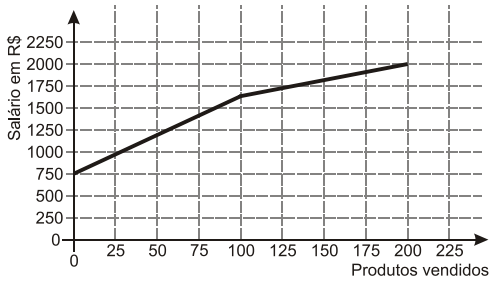
Fonte: referência 3, página 30.

8. (Enem 2012) Certo vendedor tem seu salário mensal calculado da seguinte maneira: ele ganha um valor fixo de R$750,00, mais uma comissão de R$3,00 para cada produto vendido. Caso ele venda mais de 100 produtos, sua comissão passa a ser de R$9,00 para cada produto vendido, a partir do 101º produto vendido.
Com essas informações, o gráfico que melhor representa a relação entre salário e o número de produtos vendidos é

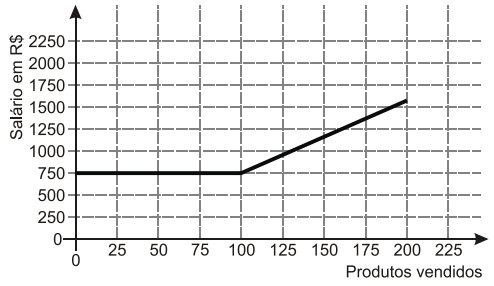
a)



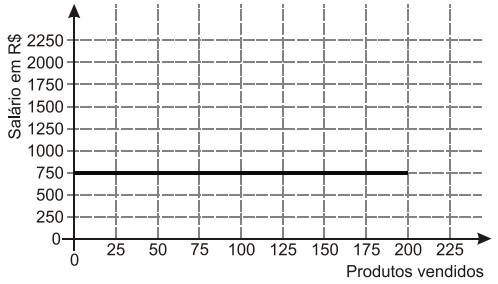
b)



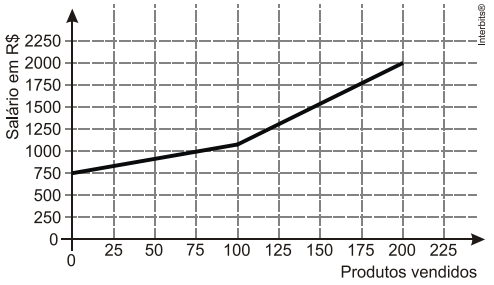
c)



d)



e)



Item 043 – resolução

2012 / R3-03-08

Resolução

Resposta: E

Resposta da questão 8:
[E]

A função $f : \mathbb{N} \to \mathbb{N}$, que descreve a relação entre o salário f(x) e o número x de produtos vendidos, é definida por

$$f(x) = \begin{cases} 3x + 750, \text{ se } 0 \le x \le 100 \\ 9 \cdot (x - 100) + 300 + 750, \text{ se } x > 100 \end{cases}$$
$$= \begin{cases} 3x + 750, \text{ se } 0 \le x \le 100 \\ 9x + 150, \text{ se } x > 100 \end{cases}.$$

Logo, como $f(0) = 750$, $f(100) = 3 \cdot 100 + 750 = 1050$ e $f(200) = 9 \cdot 200 + 150 = 1950$, segue que o gráfico que melhor representa a função f é o da alternativa (e).

Resolução reproduzida da referência 3.

Item 044

2012 | O2012-168

Fonte: INEP, caderno azul, página 29; questão 168.

QUESTÃO 168

Dentre outros objetos de pesquisa, a Alometria estuda a relação entre medidas de diferentes partes do corpo humano. Por exemplo, segundo a Alometria, a área A da superfície corporal de uma pessoa relaciona-se com a sua massa *m* pela fórmula $A = k \cdot m^{\frac{2}{3}}$, em que *k* é uma constante positiva.

Se no período que vai da infância até a maioridade de um indivíduo sua massa é multiplicada por 8, por quanto será multiplicada a área da superfície corporal?

A $\sqrt[3]{16}$

B 4

C $\sqrt{24}$

D 8

E 64

Resolução **Resposta: B**

A nova área é $k(8m)^{2/3} = 8^{2/3}km^{2/3} = 4A$. Portanto, a superfície corporal é multiplicada por 4.

Item 045

Fonte: referência 1, página 103.

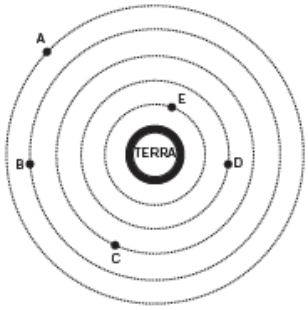
Questão 217 (H15 | ENEM 2013) **Dificuldade 644,4**

A Lei da Gravitação Universal, de Isaac Newton, estabelece a intensidade da força de atração entre duas massas. Ela é representada pela expressão:

$$F = G\frac{m_1\, m_2}{d^2}$$

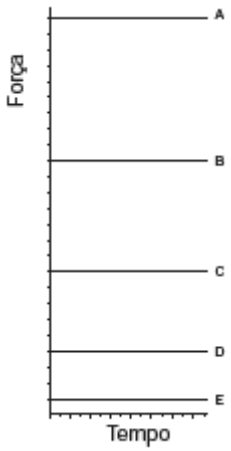
onde m_1 e m_2 correspondem às massas dos corpos,d à distância entre eles, G à constante universal da gravitação e F à força que um corpo exerce sobre o outro.

O esquema representa as trajetórias circulares de cinco satélites, de mesma massa, orbitando a Terra.

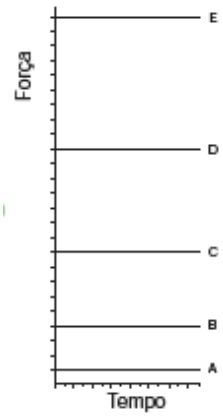


Qual gráfico expressa as intensidades das forças que a Terra exerce sobre cada satélite em função do tempo?

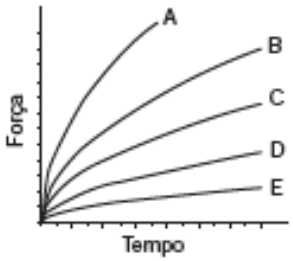
A



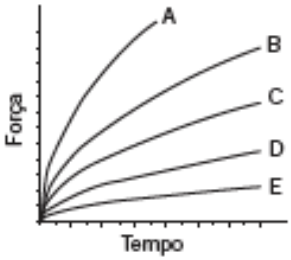
B



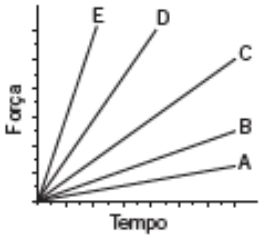
C



D



E



Item 045 – resolução 2013 / R1-217

Resolução **Resposta: B**

Em cada órbita circular, a distância à Terra é constante, logo a força gravitacional também é constante no tempo. Como $F = GMm/d^2$, satélites mais próximos sofrem forças maiores. O gráfico precisa ter cinco patamares horizontais nessa ordem: alternativa B.

Item 046

2013 | R1-277

Fonte: referência 1, página 128.

Questão 277 (H19 | ENEM 2013) **Dificuldade 732,5**

Na aferição de um novo semáforo, os tempos são ajustados de modo que, em cada ciclo completo (verde-amarelo-vermelho), a luz amarela permaneça acesa por 5 segundos, e o tempo em que a luz verde permaneça acesa seja igual a $\frac{2}{3}$ do tempo em que a luz vermelha fique acesa. A luz verde fica acesa, em cada ciclo, durante X segundos e cada ciclo dura Y segundos.

Qual é a expressão que representa a relação entre X e Y?

- **A** 5X − 3Y + 15 = 0
- **B** 5X − 2Y + 10 = 0
- **C** 3X − 3Y + 15 = 0
- **D** 3X − 2Y + 15 = 0
- **E** 3X − 2Y + 10 = 0

Resolução **Resposta: B**

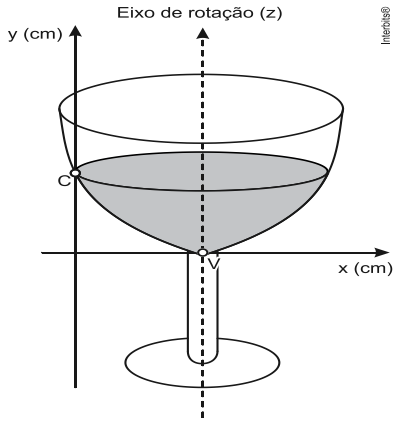
Se o verde dura X, o vermelho dura $3X/2$. Somando o amarelo, $Y = X + 3X/2 + 5$. Multiplicando por 2 e reorganizando: $5X - 2Y + 10 = 0$.

Item 047

2013 | R3-03-01

Fonte: referência 3, página 28.

1. (Enem 2013) A parte interior de uma taça foi gerada pela rotação de uma parábola em torno de um eixo z, conforme mostra a figura.



A função real que expressa a parábola, no plano cartesiano da figura, é dada pela lei $f(x) = \frac{3}{2}x^2 - 6x + C$, onde C é a medida da altura do líquido contido na taça, em centímetros. Sabe-se que o ponto V, na figura, representa o vértice da parábola, localizado sobre o eixo x.

Nessas condições, a altura do líquido contido na taça, em centímetros, é

a) 1.
b) 2.
c) 4.
d) 5.
e) 6.

Resolução **Resposta: E**

Resposta da questão 1:
[E]

A abscissa do vértice da parábola $y = \frac{3}{2}x^2 - 6x + C$ é igual a $-\frac{(-6)}{2 \cdot \frac{3}{2}} = 2.$

Por outro lado, sabendo que o vértice da parábola pertence ao eixo das ordenadas, temos:

$$y_V = -\frac{\Delta}{4a} \Leftrightarrow 0 = -\frac{(-6)^2 - 4 \cdot \frac{3}{2} \cdot C}{4 \cdot \frac{3}{2}}$$

$$\Leftrightarrow 6C - 36 = 0$$

$$\Leftrightarrow C = 6.$$

Portanto, segue-se que o resultado pedido é $f(0) = C = 6\,\text{cm}.$

Resolução reproduzida da referência 3.

Item 048

2013 | R3-03-02

Fonte: referência 3, página 28.

2. (Enem 2013) A temperatura T de um forno (em graus centígrados) é reduzida por um sistema a partir do instante de seu desligamento (t = 0) e varia de acordo com a expressão $T(t) = -\frac{t^2}{4} + 400$, com t em minutos. Por motivos de segurança, a trava do forno só é liberada para abertura quando o forno atinge a temperatura de 39°.

Qual o tempo mínimo de espera, em minutos, após se desligar o forno, para que a porta possa ser aberta?
a) 19,0
b) 19,8
c) 20,0
d) 38,0
e) 39,0

Resolução

Resposta: D

Resposta da questão 2:
[D]

Queremos calcular o valor de t para o qual se tem $T(t) = 39$. Desse modo,

$$39 = -\frac{t^2}{4} + 400 \Leftrightarrow \frac{t^2}{4} = 361$$
$$\Rightarrow t = \sqrt{4 \cdot 361}$$
$$\Leftrightarrow t = 38\,\text{min}.$$

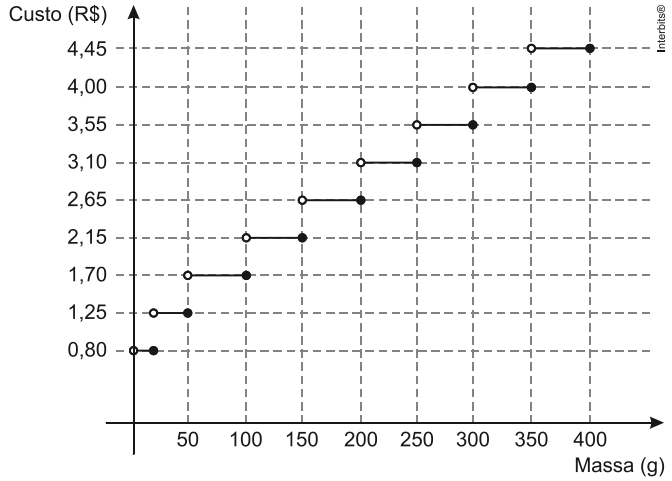
Resolução reproduzida da referência 3.

Item 049

2013 | R3-03-03

Fonte: referência 3, página 28.

3. (Enem 2013) Deseja-se postar cartas não comerciais, sendo duas de 100g, três de 200g e uma de 350g. O gráfico mostra o custo para enviar uma carta não comercial pelos Correios:



Disponível em: www.correios.com.br. Acesso em: 2 ago. 2012 (adaptado).

O valor total gasto, em reais, para postar essas cartas é de
a) 8,35.
b) 12,50.
c) 14,40.
d) 15,35.
e) 18,05.

Resolução

Resposta: D

Resposta da questão 3:
[D]

De acordo com o gráfico, segue que o resultado pedido é

$$2 \cdot 1{,}7 + 3 \cdot 2{,}65 + 4 = \text{R\$ } 15{,}35.$$

Resolução reproduzida da referência 3.

Item 050

2013 | R3-12-01

Fonte: referência 3, página 89.

1. (Enem 2013) Em setembro de 1987, Goiânia foi palco do maior acidente radioativo ocorrido no Brasil, quando uma amostra de césio-137, removida de um aparelho de radioterapia abandonado, foi manipulada inadvertidamente por parte da população. A meia-vida de um material radioativo é o tempo necessário para que a massa desse material se reduza à metade. A meia-vida do césio-137 é 30 anos e a quantidade restante de massa de um material radioativo, após t anos, é calculada pela expressão $M(t) = A \cdot (2,7)^{kt}$, onde A é a massa inicial e k é uma constante negativa.

Considere 0,3 como aproximação para $\log_{10} 2$.

Qual o tempo necessário, em anos, para que uma quantidade de massa do césio-137 se reduza a 10% da quantidade inicial?
a) 27
b) 36
c) 50
d) 54
e) 100

Resolução

Resposta: E

Resposta da questão 1:
[E]

Queremos calcular t para o qual se tem $M(t) = 0,1 \cdot A$.

Sabendo que a meia-vida do césio-137 é 30 anos, encontramos

$$M(30) = \frac{A}{2} \Leftrightarrow A \cdot (2,7)^{k \cdot 30} = \frac{A}{2}$$
$$\Leftrightarrow (2,7)^{k} = 2^{-\frac{1}{30}}.$$

Assim, tomando $0,3$ como aproximação para $\log_{10} 2$, vem

$$M(t) = 0,1 \cdot A \Leftrightarrow A \cdot [(2,7)^{k}]^{t} = 0,1 \cdot A$$
$$\Leftrightarrow \left(2^{-\frac{1}{30}}\right)^{t} = 10^{-1}$$
$$\Leftrightarrow \log 2^{-\frac{t}{30}} = \log 10^{-1}$$
$$\Leftrightarrow -\frac{t}{30} \cdot \log 2 = -1 \cdot \log 10$$
$$\Rightarrow -\frac{t}{30} \cdot 0,3 \cong -1$$
$$\Rightarrow t \cong 100,$$

ou seja, o resultado procurado é, aproximadamente, 100 anos.

Resolução reproduzida da referência 3.

Item 051

2013 | R3-13-01

Fonte: referência 3, página 101.

1. (Enem 2013) Um dos grandes problemas enfrentados nas rodovias brasileiras é o excesso de carga transportada pelos caminhões. Dimensionado para o tráfego dentro dos limites legais de carga, o piso das estradas se deteriora com o peso excessivo dos caminhões. Além disso, o excesso de carga interfere na capacidade de frenagem e no funcionamento da suspensão do veículo, causas frequentes de acidentes.
Ciente dessa responsabilidade e com base na experiência adquirida com pesagens, um caminhoneiro sabe que seu caminhão pode carregar, no máximo, 1500 telhas ou 1200 tijolos.

Considerando esse caminhão carregado com 900 telhas, quantos tijolos, no máximo, podem ser acrescentados à carga de modo a não ultrapassar a carga máxima do caminhão?
a) 300 tijolos
b) 360 tijolos
c) 400 tijolos
d) 480 tijolos
e) 600 tijolos

Resolução

Resposta: D

Resposta da questão 1:
[D]

Sejam x e y, respectivamente, o peso de uma telha e o peso de um tijolo. Logo,

$$1500x = 1200y \Leftrightarrow y = \frac{5x}{4}.$$

Se n é o número máximo de tijolos que o caminhão pode transportar quando está carregado com 900 telhas, então

$$\begin{aligned} 900x + ny = 1500x &\Leftrightarrow n \cdot \frac{5x}{4} = 600x \\ &\Leftrightarrow n = 480. \end{aligned}$$

Resolução reproduzida da referência 3.

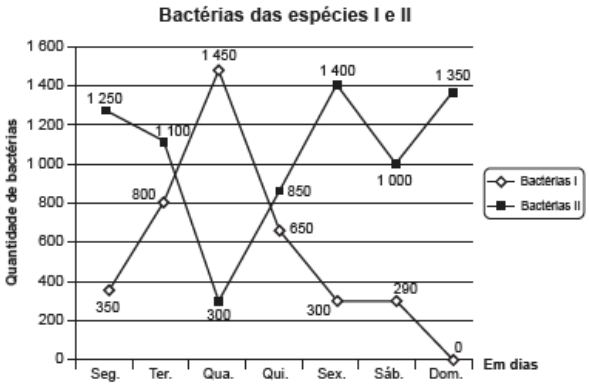
Item 052

2014 | R1-286

Fonte: referência 1, página 131.

Questão 286 (H20 | ENEM 2014) **Dificuldade 548,7**

Um cientista trabalha com as espécies I e II de bactérias em um ambiente de cultura. Inicialmente, existem 350 bactérias da espécie I e 1 250 bactérias da espécie II. O gráfico representa as quantidades de bactérias de cada espécie, em função do dia, durante uma semana.



Em que dia dessa semana a quantidade total de bactérias nesse ambiente de cultura foi máxima?

A Terça-feira.

B Quarta-feira.

C Quinta-feira.

D Sexta-feira.

E Domingo.

Resolução **Resposta: A**

Some as duas espécies em cada dia. Na terça-feira, há $800 + 1100 = 1900$ bactérias, maior total da semana. Por exemplo, na quarta o total é $1470 + 300 = 1770$, embora uma das espécies tenha seu máximo nesse dia.

Item 053

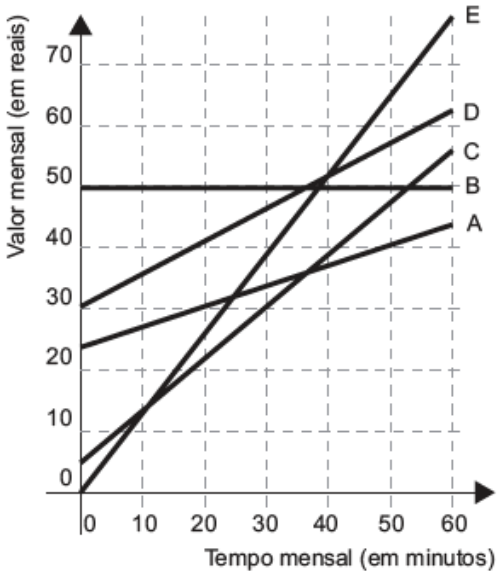
2014 | R1-292

Fonte: referência 1, página 134.

Questão 292 (H20 | ENEM 2014) **Dificuldade 647,3**

No Brasil há várias operadoras e planos de telefonia celular.

Uma pessoa recebeu 5 propostas (A, B, C, D e E) de planos telefônicos. O valor mensal de cada plano está em função do tempo mensal das chamadas, conforme o gráfico.



Essa pessoa pretende gastar exatamente R$ 30,00 por mês com telefone.

Dos planos telefônicos apresentados, qual é o mais vantajoso, em tempo de chamada, para o gasto previsto para essa pessoa?

(A) A

(B) B

(C) C

(D) D

(E) E

Resolução **Resposta: C**

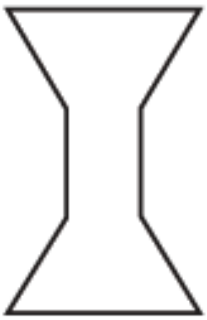
Trace a horizontal correspondente a R$ 30,00. Compare as abscissas das interseções com os cinco planos: a maior quantidade de minutos é oferecida pelo plano C.

Item 054

Fonte: referência 1, página 136.

Questão 298 (H20 | ENEM 2014) **Dificuldade 729,4**

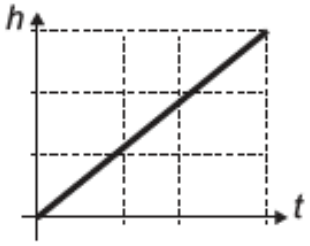
Para comemorar o aniversário de uma cidade, um artista projetou uma escultura transparente e oca, cujo formato foi inspirado em uma ampulheta. Ela é formada por três partes de mesma altura: duas são troncos de cone iguais e a outra é um cilindro. A figura é a vista frontal dessa escultura.



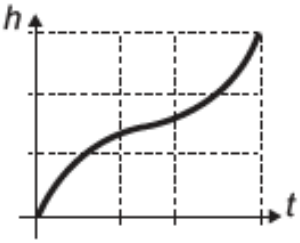
No topo da escultura foi ligada uma torneira que verte água, para dentro dela, com vazão constante.

O gráfico que expressa a altura (h) da água na escultura em função do tempo (t) decorrido é

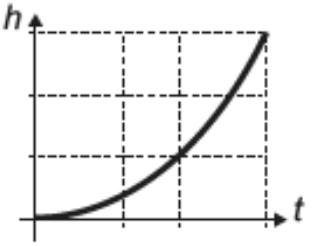
A



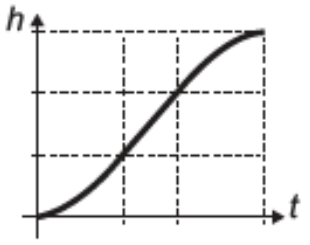
B



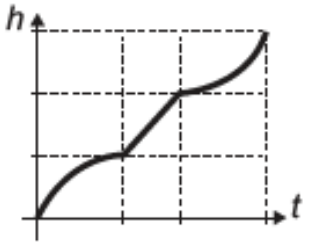
C



D



E



Item 054 – resolução 2014 / R1-298

Resolução **Resposta: D**

Com vazão constante, a altura cresce mais depressa onde a seção é menor. Na parte inferior afunilada, a inclinação aumenta; no cilindro central, permanece constante; na parte superior alargada, diminui. O gráfico que apresenta essa sequência é D.

Item 055

2014 | R1-302

Fonte: referência 1, página 139.

Questão 302 (H21 | ENEM 2014) **Dificuldade 681,5**

Uma pessoa compra semanalmente, numa mesma loja, sempre a mesma quantidade de um produto que custa R$ 10,00 a unidade. Como já sabe quanto deve gastar, leva sempre R$ 6,00 a mais do que a quantia necessária para comprar tal quantidade, para o caso de eventuais despesas extras.

Entretanto, um dia, ao chegar à loja, foi informada de que o preço daquele produto havia aumentado 20%. Devido a esse reajuste, concluiu que o dinheiro levado era a quantia exata para comprar duas unidades a menos em relação à quantidade habitualmente comprada.

A quantia que essa pessoa levava semanalmente para fazer a compra era

(A) R$ 166,00.

(B) R$ 156,00.

(C) R$ 84,00.

(D) R$ 46,00.

(E) R$ 24,00.

Resolução **Resposta: B**

Se a quantidade habitual é n, o dinheiro levado é $10n + 6$. Com o preço novo de 12 reais, compra-se $n - 2$: $10n + 6 = 12(n - 2)$. Logo, $n = 15$ e a quantia levada é R$ 156,00.

Item 056

2014 | R1-331

Fonte: referência 1, página 151.

Questão 331 (H23 | ENEM 2014) **Dificuldade 688,9**

Um executivo sempre viaja entre as cidades A e B, que estão localizadas em fusos horários distintos. O tempo de duração da viagem de avião entre as duas cidades é de 6 horas. Ele sempre pega um voo que sai de A às 15h e chega à cidade B às 18h (respectivos horários locais).

Certo dia, ao chegar à cidade B, soube que precisava estar de volta à cidade A, no máximo, até as 13h do dia seguinte (horário local de A).

Para que o executivo chegue à cidade A no horário correto e admitindo que não haja atrasos, ele deve pegar um vôo saindo da cidade B, em horário local de B, no máximo à(s)

(A) 16h.

(B) 10h.

(C) 7h.

(D) 4h.

(E) 1h.

Resolução **Resposta: D**

Ao chegar a B às 18 h, em A são 21 h, pois passaram seis horas desde as 15 h. B está três horas atrás de A. Para chegar a A às 13 h, deve sair seis horas antes, às 7 h de A, correspondentes às 4 h de B.

Item 057

2014 | R1-333

Fonte: referência 1, página 151.

Questão 333 (H23 | ENEM 2014) **Dificuldade 696,1**

Um professor, depois de corrigir as provas de sua turma, percebeu que várias questões estavam muito difíceis. Para compensar, decidiu utilizar uma função polinomial f, de grau menor que 3, para alterar as notas x da prova para notas y = f(x), da seguinte maneira:

- A nota zero permanece zero.
- A nota 10 permanece 10.
- A nota 5 passa a ser 6.

A expressão da função y = f(x) a ser utilizada pelo professor é

A $y = -\frac{1}{25}x^2 + \frac{7}{5}x$

B $y = -\frac{1}{10}x^2 + 2x$

C $y = \frac{1}{24}x^2 + \frac{7}{12}x$

D $y = \frac{4}{5}x + 2$

E $y = x$

Resolução **Resposta: A**

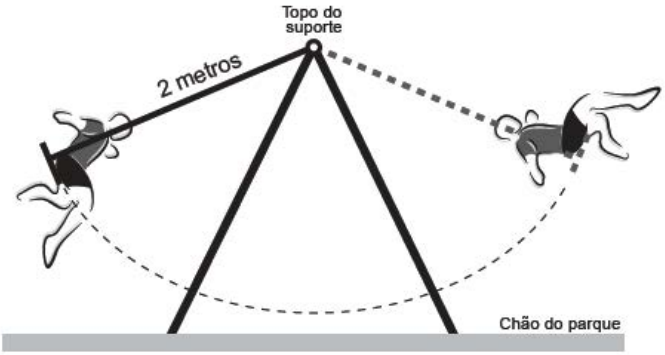
Escreva $f(x) = ax^2 + bx + c$. De $f(0) = 0$, vem $c = 0$. As condições $f(10) = 10$ e $f(5) = 6$ dão $100a + 10b = 10$ e $25a + 5b = 6$. Logo, $a = -1/25$ e $b = 7/5$.

Item 058

Fonte: referência 2, página 93.

Enunciado e resolução da referência 2. Resposta: D.

43. **(ENEM 2014)** A figura mostra uma criança brincando em um balanço no parque. A corda que prende o assento do balanço ao topo do suporte mede 2 metros. A criança toma cuidado para não sofrer um acidente, então se balança de modo que a corda não chegue a alcançar a posição horizontal.



Na figura, considere o plano cartesiano que contém a trajetória do assento do balanço, no qual a origem está localizada no topo do suporte do balanço, o eixo *X* é paralelo ao chão do parque, e o eixo *Y* tem orientação positiva para cima.

A curva determinada pela trajetória do assento do balanço é parte do gráfico da função.

(A) $f(x) = -\sqrt{2 - x^2}$
(B) $f(x) = \sqrt{2 - x^2}$
(C) $f(x) = x^2 - 2$
(D) $f(x) = -\sqrt{4 - x^2}$
(E) $f(x) = \sqrt{4 - x^2}$

Equação da circunferência com centro em (0,0): $x^2 + y^2 = 4 \Rightarrow y^2 = 4 - x^2 \Rightarrow y = \pm\sqrt{(4 - x^2)}$. Como a trajetória fica abaixo do eixo x, ou seja, fica na porção negativa, temos que $f(x) = -\sqrt{(4 - x^2)}$.

Gabarito "D"

Item 059

2015 | R1-215

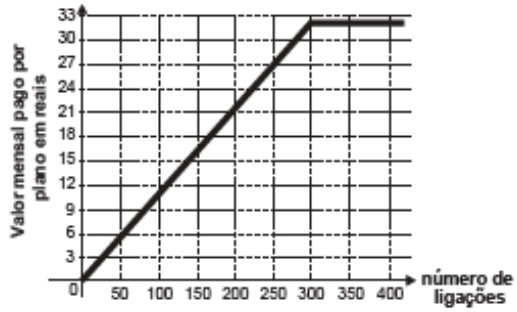
Fonte: referência 1, página 101.

Questão 215 (H15 | ENEM 2015) **Dificuldade 460,0**

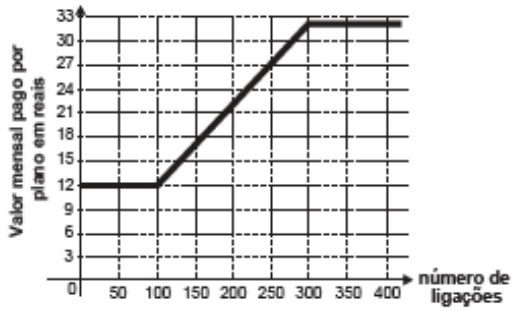
Após realizar uma pesquisa de mercado, uma operadora de telefonia celular ofereceu aos clientes que utilizavam até 500 ligações ao mês o seguinte plano mensal: um valor fixo de R$ 12,00 para os clientes que fazem até 100 ligações ao mês. Caso o cliente faça mais de 100 ligações, será cobrado um valor adicional de R$ 0,10 por ligação, a partir da 101ª até a 300ª; e caso realize entre 300 e 500 ligações, será cobrado um valor fixo mensal de R$ 32,00

Com base nos elementos apresentados, o gráfico que melhor representa a relação entre o valor mensal pago nesse plano e o número de ligações feitas é

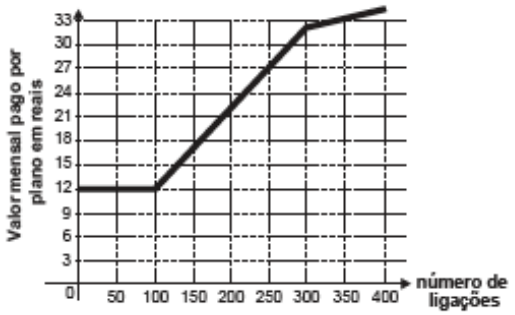
A



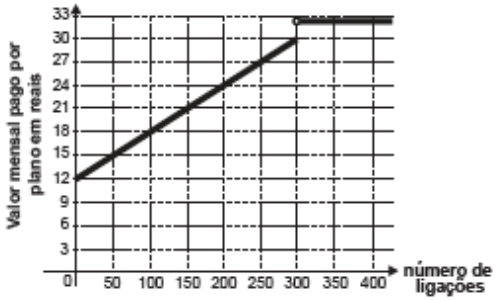
B



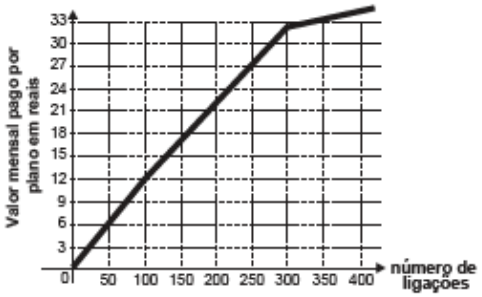
C



D



E



Resolução **Resposta: B**

O preço é $P(n) = 12$ para até 100 ligações; depois, $P(n) = 12 + 0{,}10(n - 100)$ até 300 ligações; entre 300 e 500, $P(n) = 32$. O gráfico tem patamar em 12, segmento crescente até 32 e novo patamar em 32: alternativa B.

Item 060

2015 | R1-266

Fonte: referência 1, página 123.

Questão 266 (H18 | ENEM 2015) **Dificuld. 1136,8**

Uma padaria vende, em média, 100 pães especiais por dia e arrecada com essas vendas, em média, R$ 300,00. Constatou-se que a quantidade de pães especiais vendidos diariamente aumenta, caso o preço seja reduzido, de acordo com a equação

$$q = 400 - 100p,$$

na qual q representa a quantidade de pães especiais vendidos diariamente e p, o seu preço em reais. A fim de aumentar o fluxo de clientes, o gerente da padaria decidiu fazer uma promoção. Para tanto, modificará o preço do pão essencial de modo que a quantidade a ser vendida diariamente seja a maior possível, sem diminuir a média de arrecadação diária na venda desse produto.

O preço p, em reais, do pão especial nessa promoção deverá estar no intervalo

(A) R$ 0,50 $\leq$ p $<$ R$ 1,50.

(B) R$ 1,50 $\leq$ p $<$ R$ 2,50.

(C) R$ 2,50 $\leq$ p $<$ R$ 3,50.

(D) R$ 3,50 $\leq$ p $<$ R$ 4,50.

(E) R$ 4,50 $\leq$ p $<$ R$ 5,50.

Resolução **Resposta: A**

A receita deve satisfazer $p(400 - 100p) \geq 300$, ou $p^2 - 4p + 3 \leq 0$. Logo, $1 \leq p \leq 3$. Como a quantidade vendida aumenta quando o preço cai, o melhor preço é R$ 1,00, pertencente ao primeiro intervalo.

Item 061

2015 | R1-272

Fonte: referência 1, página 126.

Questão 272 (H19 | ENEM 2015) **Dificuldade 682,4**

O acréscimo de tecnologias no sistema produtivo industrial tem por objetivo reduzir custos e aumentar a produtividade. No primeiro ano de funcionamento, uma indústria fabricou 8 000 unidades de um determinado produto. No ano seguinte, investiu em tecnologia adquirindo novas máquinas e aumentou a produção em 50%. Estima-se que esse aumento percentual se repita nos próximos anos, garantindo um crescimento anual de 50%. Considere P a quantidade anual de produtos fabricados no ano t de funcionamento da indústria.

Se a estimativa for alcançada, qual é a expressão que determina o número de unidades produzidas P em função de t, para $t \geq 1$?

A $P(t) = 0{,}5 \cdot t^{-1} + 8\ 000$

B $P(t) = 50 \cdot t^{-1} + 8\ 000$

C $P(t) = 4\ 000 \cdot t^{-1} + 8\ 000$

D $P(t) = 8\ 000 \cdot (0{,}5)^{t-1}$

E $P(t) = 8\ 000 \cdot (1{,}5)^{t-1}$

Resolução **Resposta: E**

O primeiro ano corresponde a $t = 1$, portanto ainda não houve aumento. Nos anos seguintes, multiplica-se a produção por 1,5 a cada ano. Assim, $P(t) = 8000(1{,}5)^{t-1}$.

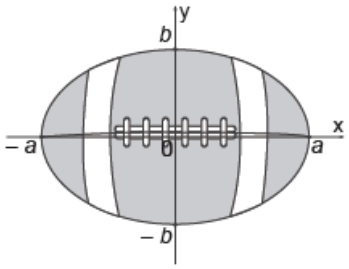
Item 062

2015 | R1-278

Fonte: referência 1, página 128.

Questão 278 (H19 | ENEM 2015) **Dificuldade 744,2**

A figura representa a vista superior de uma bola de futebol americano, cuja forma é um elipsoide obtido pela rotação de uma elipse em torno do eixo das abscissas. Os valores a e b são, respectivamente, a metade do seu comprimento horizontal e a metade do seu comprimento vertical. Para essa bola, a diferença entre os comprimentos horizontal e vertical é igual à metade do comprimento vertical.



Considere que o volume aproximado dessa bola é dado por $V = 4ab^2$.

O volume dessa bola, em função apenas de b, é dado por

A $8b^3$.

B $6b^3$.

C $5b^3$.

D $4b^3$.

E $2b^3$.

Resolução **Resposta: B**

Os comprimentos horizontal e vertical são $2a$ e $2b$. A condição fornece $2a - 2b = b$, isto é, $a = 3b/2$. Logo, $V = 4ab^2 = 4(3b/2)b^2 = 6b^3$.

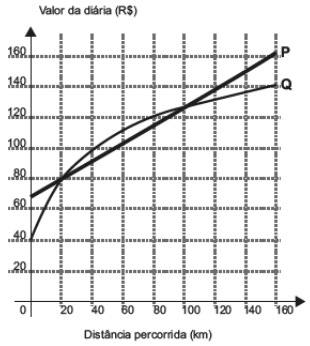
Item 063

2015 | R1-287

Fonte: referência 1, página 131.

Questão 287 (H20 | ENEM 2015) **Dificuldade 556,6**

Atualmente existem diversas locadoras de veículos, permitindo uma concorrência saudável para o mercado, fazendo com que os preços se tornem acessíveis. Nas locadoras P e Q, o valor da diária de seus carros depende da distância percorrida, conforme o gráfico



Disponível em: www.sempretops.com. Acesso em: 7 ago. 2012.

O valor pago na locadora Q é menor ou igual àquele pago na locadora P para distâncias, em quilômetros, presentes em qual(is) intervalo(s)?

A De 20 a 100.

B De 80 a 130.

C De 100 a 160.

D De 0 a 20 e de 100 a 160.

E De 40 a 80 e de 130 a 160.

Resolução **Resposta: D**

Compare verticalmente os gráficos no mesmo valor de distância. Q fica abaixo ou coincide com P entre 0 e 20 km e entre 100 e 160 km. Esses dois intervalos incluem os pontos de igualdade.

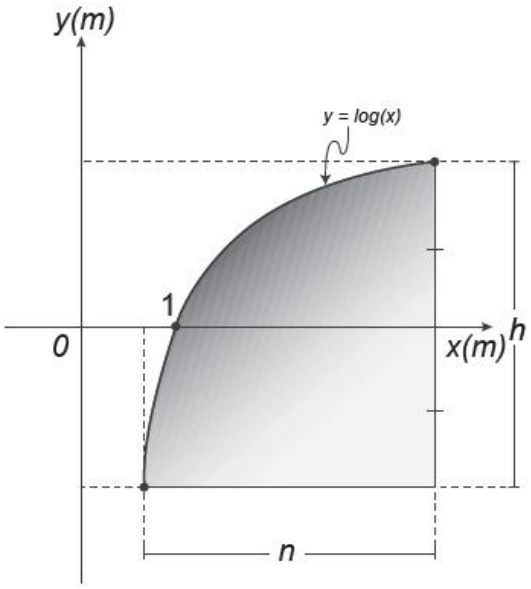
Item 064

2015 | R1-316

Fonte: referência 1, página 144.

Questão 316 (H21 | ENEM 2015) **Dificuldade 931,6**

Um engenheiro projetou um automóvel cujos vidros das portas dianteiras foram desenhados de forma que suas bordas superiores fossem representadas pela curva de equação y = log (x), conforme a figura



A forma do vidro foi concebida de modo que o eixo x sempre divida ao meio a altura *h* do vidro e a base do vidro seja paralela ao eixo x. Obedecendo a essas condições, o engenheiro determinou uma expressão que fornece a altura *h* do vidro em função da medida *n* de sua base, em metros.

A expressão algébrica que determina a altura do vidro é

A $\log\left(\frac{n+\sqrt{n^2+4}}{2}\right)-\log\left(\frac{n-\sqrt{n^2+4}}{2}\right)$.

B $\log\left(1+\frac{n}{2}\right)-\log\left(1-\frac{n}{2}\right)$.

C $\log\left(1+\frac{n}{2}\right)+\log\left(1-\frac{n}{2}\right)$.

D $\log\left(\frac{n+\sqrt{n^2+4}}{2}\right)$.

E $2\log\left(\frac{n+\sqrt{n^2+4}}{2}\right)$.

Resolução **Resposta: E**

As abscissas das extremidades são $10^{-h/2}$ e $10^{h/2}$, cuja diferença é n. Fazendo $u = 10^{h/2} > 0$, temos $u - 1/u = n$, ou $u^2 - nu - 1 = 0$. Assim, $u = (n + \sqrt{n^2+4})/2$ e $h = 2\log[(n + \sqrt{n^2+4})/2]$.

Item 065

2015 | R1-328

Fonte: referência 1, página 149.

Questão 328 (H22 | ENEM 2015) **Dificuld. 1035,0**

Segundo o Instituto Brasileiro de Geografia e Estatística (IBGE), produtos sazonais são aqueles que apresentam ciclos bem definidos de produção, consumo e preço. Resumidamente, existem épocas do ano em que a sua disponibilidade nos mercados varejistas ora é escassa, com preços elevados, ora é abundante, com preços mais baixos, o que ocorre no mês de produção máxima da safra.

A partir de uma série histórica, observou-se que o preço P, em reais, do quilograma de um certo produto sazonal pode ser descrito pela função $P(x) = 8 + 5\cos\left(\frac{\pi x - \pi}{6}\right)$, onde x representa o mês do ano, sendo x = 1 associado ao mês de janeiro, x = 2 ao mês de fevereiro, e assim sucessivamente, até x = 12 associado ao mês de dezembro.

Disponível em: www.ibge.gov.br. Acesso em: 2 ago. 2012 (adaptado).

Na safra, o mês de produção máxima desse produto é

(A) janeiro.

(B) abril.

(C) junho.

(D) julho.

(E) outubro.

Resolução **Resposta: D**

A produção máxima corresponde ao preço mínimo. Para minimizar $8+5\cos[\pi(1-x)/6]$, faça o cosseno igual a -1. Entre os meses 1 a 12, isso ocorre em $x = 7$: julho.

Item 066

2015 | R1-329

Fonte: referência 1, página 150.

Questão 329 (H23 | ENEM 2015) **Dificuldade 606,3**

A expressão “Fórmula de Young” é utilizada para calcular a dose infantil de um medicamento, dada a dose do adulto:

$$\text{dose de criança} = \left(\frac{\text{idade da criança (em anos)}}{\text{idade da criança (em anos)} + 12} \right) \text{x dose do adulto}$$

Uma enfermeira deve administrar um medicamento X a uma criança inconsciente, cuja dosagem de adulto é de 60 mg. A enfermeira não consegue descobrir onde está registrada a idade da criança no prontuário, mas identifica que, algumas horas antes, foi administrada a ela uma dose de 14 mg de um medicamento Y, cuja dosagem de adulto é 42 mg. Sabe-se que a dose da medicação Y administrada à criança estava correta.

Então, a enfermeira deverá ministrar uma dosagem do medicamento X, em miligramas, igual a

(A) 15.

(B) 20.

(C) 30.

(D) 36.

(E) 40.

Resolução **Resposta: B**

Para a mesma criança, o fator da fórmula de Young é constante. O medicamento Y fornece esse fator: $14/42 = 1/3$. Portanto, no modelo do item, a dose de X é $60 \cdot 1/3 = 20$ mg.

Item 067

2015 | R1-338

Fonte: referência 1, página 153.

Questão 338 (H23 | ENEM 2015) **Dificuldade 851,9**

Um estudante está pesquisando o desenvolvimento de certo tipo de bactéria. Para essa pesquisa, ele utiliza uma estufa para armazenar as bactérias. A temperatura no interior dessa estufa, em graus Celsius, é dada pela expressão $T(h) = -h^2 + 22h - 85$, em que h representa as horas do dia. Sabe-se que o número de bactérias é o maior possível quando a estufa atinge sua temperatura máxima e, nesse momento, ele deve retirá-las da estufa.

A tabela associa intervalos de temperatura, em graus Celsius, com as classificações: muito baixa, baixa, média, alta e muito alta.

Intervalos de temperatura (°C)	Classificação
$T < 0$	Muito baixa
$0 \leq T \leq 17$	Baixa
$17 < T < 30$	Média
$30 \leq T \leq 43$	Alta
$T > 43$	Muito alta

Quando o estudante obtém o maior número possível de bactérias, a temperatura no interior da estufa está classificada como

(A) muito baixa.

(B) baixa.

(C) média.

(D) alta.

(E) muito alta.

Resolução **Resposta: D**

A temperatura é máxima no vértice, $h = 11$. Nesse instante, $T(11) = -121 + 242 - 85 = 36\,^{\circ}\text{C}$, valor na faixa alta, entre 30 e 43 graus.

Item 068

2015 | R2-42

Fonte: referência 2, página 94.

Enunciado e resolução da referência 2. Resposta: A.

46. **(ENEM 2015)** Uma barraca de tiro ao alvo de um parque de diversões dará um prêmio de R$ 20,00 ao participante, cada vez que ele acertar o alvo. Por outro lado, cada vez que ele errar o alvo, deverá pagar R$ 10,00. Não há cobrança inicial para participar do jogo. Um participante deu 80 tiros e, ao final, recebeu R$ 100,00.

Qual foi o número de vezes que esse participante acertou o alvo?

(A) 30
(B) 36
(C) 50
(D) 60
(E) 64

Seja E = quantidade de erros e A = quantidade de acertos. Temos que E + A = 80 (eq. 1) e que -10E + 20A = 100 (eq. 2). Da equação 1, temos que E = 80 – A.Substituindo na equação 2 obtemos -10 (80 – A) + 20A = 100 => 30A = 900 => A = 30 => E = 80 – 30 = 50. Portanto, ele acertou o alvo 30 vezes e errou 50 vezes.

Gabarito "A"

Item 069

2016 | R1-281

Fonte: referência 1, página 129.

Questão 281 (H19 | ENEM 2016) **Dificuldade 806,6**

Em 2011, um terremoto de magnitude 9,0 na escala Richter causou um devastador tsunami no Japão, provocando um alerta na usina nuclear de Fukushima.

Em 2013, outro terremoto, de magnitude 7,0 na mesma escala, sacudiu Sichuan (sudoeste da China), deixando centenas de mortos e milhares de feridos. A magnitude de um terremoto na escala Richter pode ser calculada por

$$M = \frac{2}{3}\log\left(\frac{E}{E_0}\right),$$

sendo E a energia, em kWh, liberada pelo terremoto e E_0 uma constante real positiva. Considere que E_1 e E_2 representam as energias liberadas nos terremotos ocorridos no Japão e na China, respectivamente.

Disponível em: www.terra.com.br. Acesso em: 15 ago. 2013 (adaptado).

Qual a relação entre E_1 e E_2?

(A) $E_1 = E_2 + 2$

(B) $E_1 = 10^2 \cdot E_2$

(C) $E_1 = 10^3 \cdot E_2$

(D) $E_1 = 10^{\frac{9}{7}} \cdot E_2$

(E) $E_1 = \frac{9}{7} \cdot E_2$

Resolução **Resposta: C**

Subtraia as magnitudes: $9 - 7 = \frac{2}{3}\log(E_1/E_2)$. Assim, $\log(E_1/E_2) = 3$, de onde $E_1 = 10^3 E_2$.

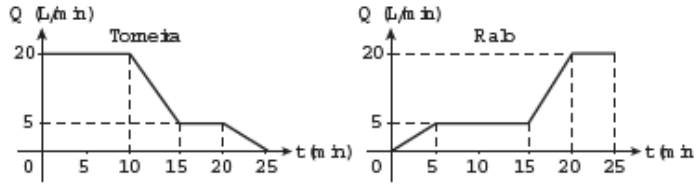
Item 070

2016 | R1-294

Fonte: referência 1, página 134.

Questão 294 (H20 | ENEM 2016) **Dificuldade 670,4**

Um reservatório é abastecido com água por uma torneira e um ralo faz a drenagem da água desse reservatório. Os gráficos representam as vazões Q, em litro por minuto, do volume de água que entra no reservatório pela torneira e do volume que sai pelo ralo, em função do tempo t, em minuto.



Em qual intervalo de tempo, em minuto, o reservatório tem uma vazão constante de enchimento?

A De 0 a 10.

B De 5 a 10.

C De 5 a 15.

D De 15 a 25.

E De 0 a 25.

Resolução **Resposta: B**

A vazão de enchimento é a entrada menos a saída. Entre 5 e 10 min, os dois gráficos têm a mesma inclinação; sua diferença é constante e positiva. Nos demais intervalos, essa diferença varia ou não representa enchimento constante.

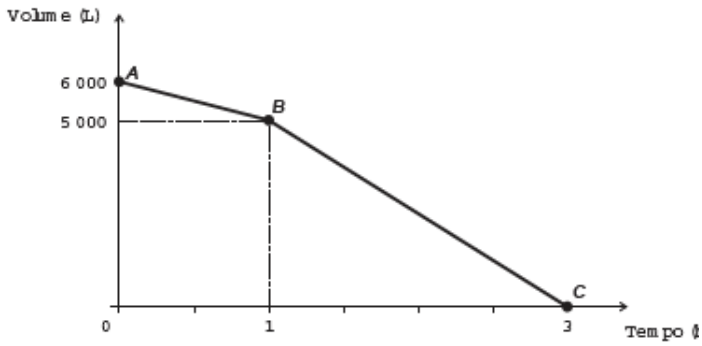
Item 071

2016 | R1-297

Fonte: referência 1, página 136.

Questão 297 (H20 | ENEM 2016) **Dificuldade 689,6**

Uma cisterna de 6 000 L foi esvaziada em um período de 3 h. Na primeira hora foi utilizada apenas uma bomba, mas nas duas horas seguintes, a fim de reduzir o tempo de esvaziamento, outra bomba foi ligada junto com a primeira. O gráfico, formado por dois segmentos de reta, mostra o volume de água presente na cisterna, em função do tempo.



Qual é a vazão, em litro por hora, da bomba que foi ligada no início da segunda hora?

- **A** 1 000
- **B** 1 250
- **C** 1 500
- **D** 2 000
- **E** 2 500

Resolução **Resposta: C**

Na primeira hora, a primeira bomba retira $6000 - 5000 = 1000$ L. Nas duas horas seguintes, ambas retiram 5000 L, vazão conjunta de 2500 L/h. A segunda bomba tem vazão $2500 - 1000 = 1500$ L/h.

Item 072

2016 | R1-309

Fonte: referência 1, página 141.

Questão 309 (H21 | ENEM 2016) **Dificuldade 763,6**

Um túnel deve ser lacrado com uma tampa de concreto. A seção transversal do túnel e a tampa de concreto têm contornos de um arco de parábola e mesmas dimensões.

Para determinar o custo da obra, um engenheiro deve calcular a área sob o arco parabólico em questão. Usando o eixo horizontal no nível do chão e o eixo de simetria da parábola como eixo vertical, obteve a seguinte equação para a parábola:

$y = 9 - x^2$, sendo x e y medidos em metros.

Sabe-se que a área sob uma parábola como esta é igual a $\frac{2}{3}$ da área do retângulo cujas dimensões são, respectivamente, iguais à base e à altura da entrada do túnel.

Qual é a área da parte frontal da tampa de concreto, em metro quadrado?

A) 18

B) 20

C) 36

D) 45

E) 54

Resolução **Resposta: C**

As raízes de $9 - x^2 = 0$ são ± 3, dando base 6 m. A altura é 9 m. A área pedida é $\frac{2}{3} \cdot 6 \cdot 9 = 36$ m^2.

Item 073

2016 | R1-314

Fonte: referência 1, página 143.

Questão 314 (H21 | ENEM 2016) **Dificuldade 892,0**

Uma liga metálica sai do forno a uma temperatura de 3 000 ºC e diminui 1% de sua temperatura a cada 30 min.

Use 0,477 como aproximação para $\log_{10}(3)$ e 1,041 como aproximação para $\log_{10}(11)$.

O tempo decorrido, em hora, até que a liga atinja 30 °C é mais próximo de

(A) 22.

(B) 50.

(C) 100.

(D) 200.

(E) 400.

Resolução **Resposta: D**

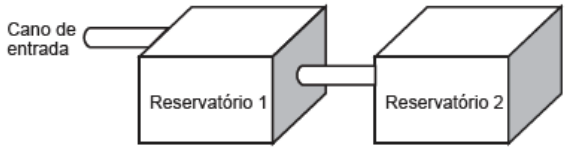
Após n intervalos de meia hora, $30 = 3000(0{,}99)^n$, logo $n \log 0{,}99 = -2$. Pelas aproximações, $\log 0{,}99 = 2\log 3 + \log 11 - 2 = -0{,}005$. Portanto, $n = 400$ intervalos, ou 200 horas.

Item 074

Fonte: referência 1, página 106.

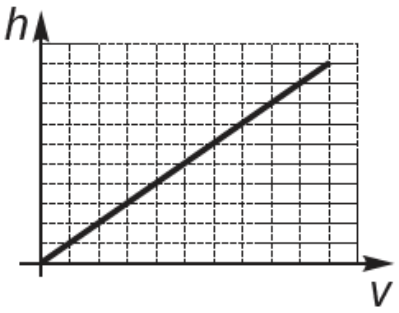
Questão 222 (H15 | ENEM 2017) **Dificuldade 733,7**

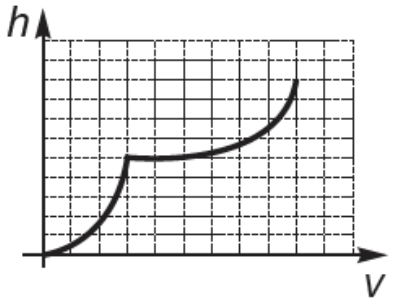
A água para o abastecimento de um prédio é armazenada em um sistema formado por dois reservatórios idênticos, em formato de bloco retangular, ligados entre si por um cano igual ao cano de entrada, conforme ilustra a figura.

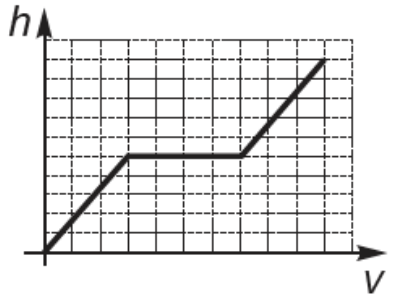


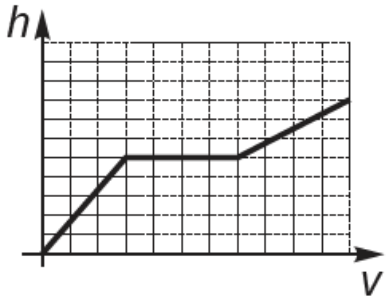
A água entra no sistema pelo cano de entrada no Reservatório 1 a uma vazão constante e, ao atingir o nível do cano de ligação, passa a abastecer o Reservatório 2. Suponha que, inicialmente, os dois reservatórios estejam vazios.

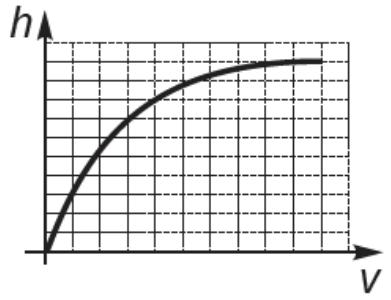
Qual dos gráficos melhor descreverá a altura h do nível da água no Reservatório 1, em função do volume V de água no sistema?

A 

B 

C 

D 

E 

Item 074 – resolução 2017 / R1-222

Resolução **Resposta: D**

Inicialmente, somente o reservatório 1 se enche e sua altura cresce linearmente com o volume total. Ao atingir a ligação, sua altura permanece constante enquanto o reservatório 2 alcança esse nível. Depois, os dois sobem juntos, com metade da inclinação inicial. O gráfico é D.

Item 075

2017 | R1-280

Fonte: referência 1, página 129.

Questão 280 (H19 | ENEM 2017) **Dificuldade 785,1**

Um cientista, em seus estudos para modelar a pressão arterial de uma pessoa, utiliza uma função do tipo $P(t) = A + B\cos(kt)$ em que A, B e K são constantes reais positivas e t representa a variável tempo, medida em segundo. Considere que um batimento cardíaco representa o intervalo de tempo entre duas sucessivas pressões máximas.

Ao analisar um caso específico, o cientista obteve os dados:

Pressão mínima	78
Pressão mínima	120
Número de batimentos cardíacos por minuto	90

A função P(t) obtida, por este cientista, ao analisar o caso específico foi

(A) $P(t) = 99 + 21\cos(3\pi t)$.

(B) $P(t) = 78 + 42\cos(3\pi t)$.

(C) $P(t) = 99 + 21\cos(2\pi t)$.

(D) $P(t) = 99 + 21\cos(t)$.

(E) $P(t) = 78 + 42\cos(t)$.

Resolução **Resposta: A**

A linha média é $(120+78)/2 = 99$ e a amplitude é $(120-78)/2 = 21$. Noventa batimentos por minuto correspondem a período $T = 60/90 = 2/3$ s. Logo, $k = 2\pi/T = 3\pi$ e $P(t) = 99 + 21\cos(3\pi t)$.

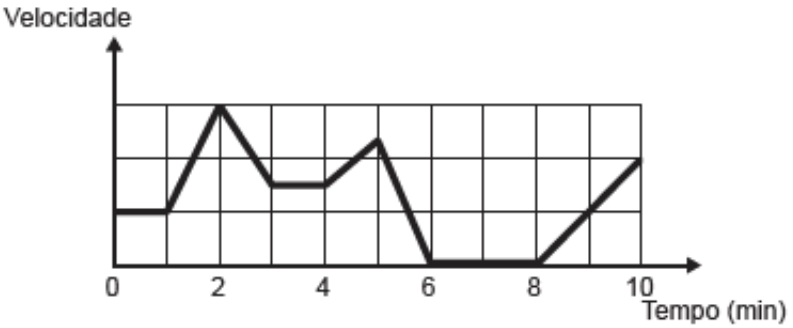
Item 076

2017 | R1-291

Fonte: referência 1, página 133.

Questão 291 (H20 | ENEM 2017) **Dificuldade 644,1**

Os congestionamentos de trânsito constituem um problema que aflige, todos os dias, milhares de motoristas brasileiros. O gráfico ilustra a situação, representando, ao longo de um intervalo definido de tempo, a variação da velocidade de um veículo durante um congestionamento.



Quantos minutos o veículo permaneceu imóvel ao longo do intervalo de tempo total analisado?

(A) 4 (B) 3 (C) 2 (D) 1 (E) 0

Resolução **Resposta: C**

O veículo fica imóvel somente nos trechos em que o gráfico coincide com $v = 0$, não apenas nos instantes em que toca esse eixo. A soma dos comprimentos horizontais desses trechos é de 2 minutos.

Item 077

2017 | R1-306

Fonte: referência 1, página 140.

Questão 306 (H21 | ENEM 2017) **Dificuldade 740,1**

A igreja de São Francisco de Assis, obra arquitetônica modernista de Oscar Niemeyer, localizada na Lagoa da Pampulha em Belo Horizonte, possui abóbadas parabólicas. A seta na Figura 1 ilustra uma das abóbadas na entrada principal da capela. A figura 2 fornece uma vista frontal desta abóbada, com medidas hipotéticas para simplificar os cálculos.

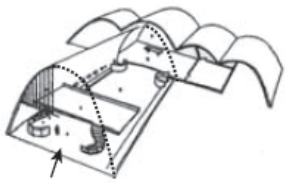


Figura 1

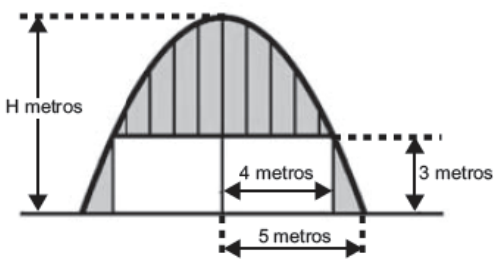


Figura 2

Qual a medida da altura H, em metro, indicada na Figura 2?

(A) $\frac{16}{3}$

(B) $\frac{31}{5}$

(C) $\frac{25}{4}$

(D) $\frac{25}{3}$

(E) $\frac{75}{2}$

Resolução **Resposta: D**

Coloque a origem no meio da base. A parábola passa por $(\pm 5, 0)$, logo $y = H(1 - x^2/25)$. No ponto de altura 3 m, a distância horizontal ao eixo é 4 m. Assim, $3 = H(1 - 16/25) = 9H/25$, dando $H = 25/3$ m.

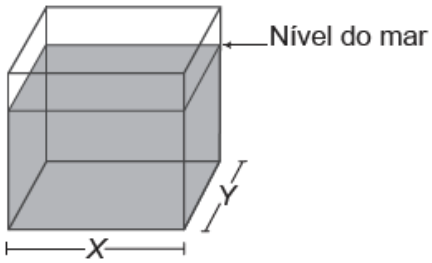
Item 078

2017 | R1-308

Fonte: referência 1, página 141.

Questão 308 (H21 | ENEM 2017) **Dificuldade 759,6**

Viveiros de lagostas são construídos por cooperativas locais de pescadores, em formato de prismas reto-retangulares, fixados ao solo e com telas flexíveis de mesma altura, capazes de suportar a corrosão marinha. Para cada viveiro a ser construído, a cooperativa utiliza integralmente 100 metros lineares dessa tela, que é usada apenas nas laterais.



Quais devem ser os valores de X e de Y, em metro, para que a área da base do viveiro seja máxima?

(A) 1 e 49

(B) 1 e 99

(C) 10 e 10

(D) 25 e 25

(E) 50 e 50

Resolução **Resposta: D**

O perímetro é 100 m, logo $x + y = 50$. A área é $A = x(50 - x) = 625 - (x - 25)^2$, máxima quando $x = y = 25$ m.

Item 079

2017 | R1-323

Fonte: referência 1, página 147.

Questão 323 (H22 | ENEM 2017) **Dificuldade 751,1**

O fisiologista inglês Archibald Vivian Hill propôs, em seus estudos, que a velocidade v de contração de um músculo ao ser submetido a um peso p é dada pela equação (p + a) (v + b) = K, com a, b e K constantes.

Um fisioterapeuta, com o intuito de maximizar o efeito benéfico dos exercícios que recomendaria a um de seus pacientes, quis estudar essa equação e a classificou desta forma:

Tipo de curva
Semirreta oblíqua
Semirreta horizontal
Ramo de parábola
Arco de circunferência
Ramo de hipérbole

O fisioterapeuta analisou a dependência entre v e p na equação de Hill e a classificou de acordo com sua representação geométrica no plano cartesiano, utilizando o par de coordenadas (p ; v). Admita que K > 0.

Disponível em: http://rspb.royalsocietypublishing.org. Acesso em: 14 jul. 2015 (adaptado).

O gráfico da equação que o fisioterapeuta utilizou para maximizar o efeito dos exercícios é do tipo

A semirreta oblíqua.

B semirreta horizontal.

C ramo de parábola.

D arco de circunferência.

E ramo de hipérbole.

Resolução **Resposta: E**

Isolando a velocidade, $v = K/(p + a) - b$. Essa é a equação de uma hipérbole transladada, com assíntotas $p = -a$ e $v = -b$. No domínio físico, aparece um ramo de hipérbole.

Item 080

2017 | R1-339

Fonte: referência 1, página 153.

Questão 339 (H23 | ENEM 2017) **Dificuldade 965,6**

Para realizar a viagem dos sonhos, uma pessoa precisava fazer um empréstimo no valor de R$ 5 000,00.

Para pagar as prestações, dispõe de, no máximo, R$ 400,00 mensais. Para esse valor de empréstimo, o valor da prestação (P) é calculado em função do número de prestações (n) segundo a fórmula

$$P = \frac{5\,000 \cdot 1{,}013^{n} \cdot 0{,}013}{(1{,}013^{n} - 1)}.$$

Se necessário, utilize 0,005 como aproximação para log 1,013; 2,602 como aproximação para log 400; 2,525 como aproximação para log 335.

De acordo com a fórmula dada, o menor número de parcelas cujos valores não comprometem o limite definido pela pessoa é

(A) 12.

(B) 14.

(C) 15.

(D) 16.

(E) 17.

Resolução **Resposta: D**

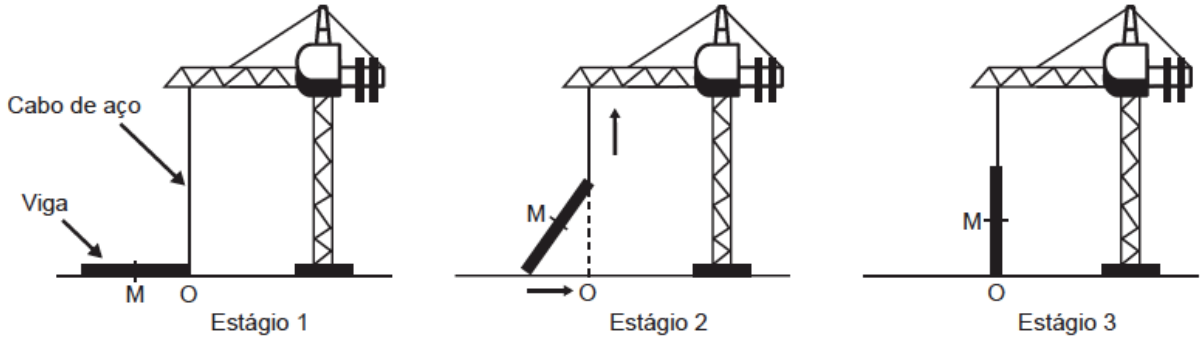
Ponha $u = (1{,}013)^n > 1$. A restrição $65u/(u-1) \leq 400$ dá $335u \geq 400$. Portanto, $n \geq [\log 400 - \log 335]/\log 1{,}013 \approx 0{,}077/0{,}005 = 15{,}4$. O mínimo é 16 parcelas.

Item 081

Fonte: referência 1, página 108.

Questão 225 (H15 | ENEM 2018) **Dificuldade 886,5**

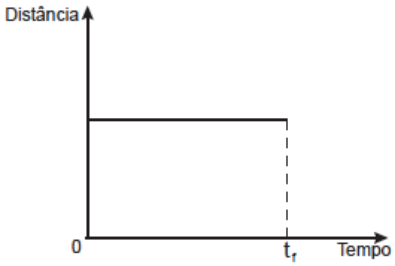
Os guindastes são fundamentais em canteiros de obras, no manejo de materiais pesados como vigas de aço. A figura ilustra uma sequência de estágios em que um guindaste iça uma viga de aço que se encontra inicialmente no solo.



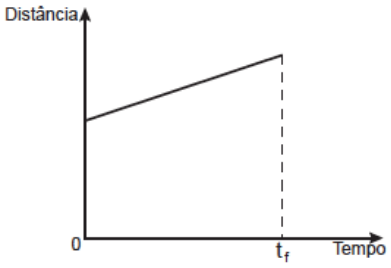
Na figura, o ponto O representa a projeção ortogonal do cabo de aço sobre o plano do chão e este se mantém na vertical durante todo o movimento de içamento da viga, que se inicia no tempo t = 0 (estágio 1) e finaliza no tempo t_f (estágio 3). Uma das extremidades da viga é içada verticalmente a partir do ponto O, enquanto a outra extremidade desliza sobre o solo em direção ao ponto O. Considere que o cabo de aço utilizado pelo guindaste para içar a viga fique sempre na posição vertical. Na figura, o ponto M representa o ponto médio do segmento que representa a viga.

O gráfico que descreve a distância do ponto M ao ponto O, em função do tempo, entre t = 0 e t_f, é

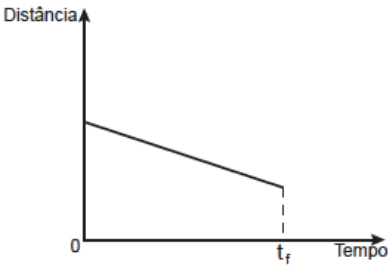
A



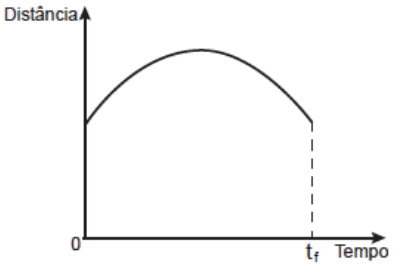
B



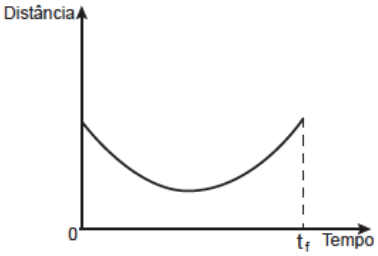
C



D



E



Item 081 – resolução 2018 / R1-225

Resolução **Resposta: A**

A viga e suas projeções horizontal e vertical formam um triângulo retângulo cuja hipotenusa é a própria viga. O ponto médio da hipotenusa é equidistante dos três vértices. Assim, OM permanece igual à metade do comprimento da viga durante todo o içamento: gráfico constante A.

Item 082

2018 | R1-251

Fonte: referência 1, página 117.

Questão 251 (H17 | ENEM 2018) **Dificuldade 858,2**

Com o avanço em ciência da computação, estamos próximos do momento em que o número de transistores no processador de um computador pessoal será da mesma ordem de grandeza que o número de neurônios em um cérebro humano, que é da ordem de 100 bilhões.

Uma das grandezas determinantes para o desempenho de um processador é a densidade de transistores, que é o número de transistores por centímetro quadrado. Em 1986, uma empresa fabricava um processador contendo 100 000 transistores distribuídos em 0,25 cm^2 de área. Desde então, o número de transistores por centímetro quadrado que se pode colocar em um processador dobra a cada dois anos (Lei de Moore).

Considere 0,30 como aproximação para $\log_{10} 2$.

Em que ano a empresa atingiu ou atingirá a densidade de 100 bilhões de transistores?

(A) 1999

(B) 2002

(C) 2022

(D) 2026

(E) 2146

Resolução **Resposta: C**

A densidade inicial é $100000/0{,}25 = 400000$ transistores/cm^2. Precisamos de fator $10^{11}/(4 \cdot 10^5) = 250000$. O número de duplicações é $\log(250000)/\log 2 \approx 18$. Como cada duplicação leva 2 anos, o ano é $1986 + 36 = 2022$.

Item 083

Fonte: referência 1, página 126.

Questão 274 (H19 | ENEM 2018) **Dificuldade 705,3**

Uma empresa deseja iniciar uma campanha publicitária divulgando uma promoção para seus possíveis consumidores. Para esse tipo de campanha, os meios mais viáveis são a distribuição de panfletos na rua e anúncios na rádio local. Considera-se que a população alcançada pela distribuição de panfletos seja igual à quantidade de ouvintes desse anúncio. O custo de cada anúncio na rádio é de R$ 120,00, e a estimativa é de que seja ouvido por 1 500 pessoas. Já a produção e a distribuição dos panfletos custam R$ 180,00 cada 1 000 unidades. Considerando que cada pessoa será alcançada por um único desses meios de divulgação, a empresa pretende investir em ambas as mídias.

Considere X e Y os valores (em real) gastos em anúncios na rádio e com panfletos, respectivamente.

O número de pessoas alcançadas pela campanha será dado pela expressão

(A) $\frac{50X}{4}+\frac{50Y}{9}$

(B) $\frac{50X}{9}+\frac{50Y}{4}$

(C) $\frac{4X}{50}+\frac{4Y}{50}$

(D) $\frac{50}{4X}+\frac{50}{9Y}$

(E) $\frac{50}{9X}+\frac{50Y}{4Y}$

Resolução **Resposta: A**

A rádio alcança $1500/120 = 50/4$ pessoas por real. Os panfletos alcançam $1000/180 = 50/9$ pessoas por real. Como os públicos não se sobrepõem, o total é $50X/4 + 50Y/9$.

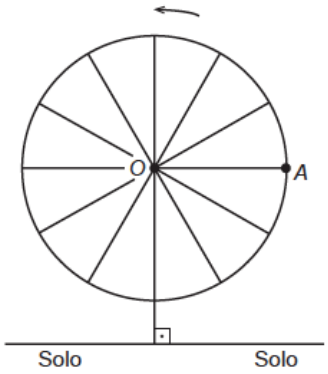
Item 084

2018 | R1-276

Fonte: referência 1, página 127.

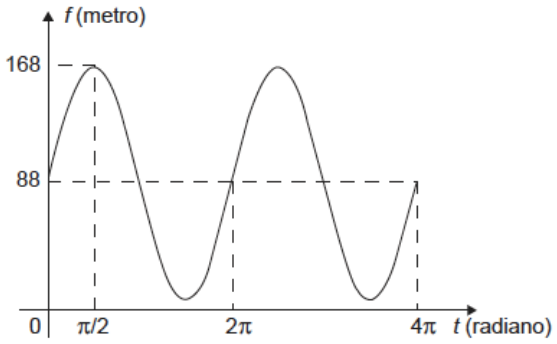
Questão 276 (H19 | ENEM 2018) **Dificuldade 708,9**

Em 2014, foi inaugurada a maior roda-gigante do mundo, a *High Roller,* situada em Las Vegas. A figura representa um esboço dessa roda-gigante, no qual o ponto A representa uma de suas cadeiras:



A partir da posição indicada, em que o segmento AO se encontra paralelo ao plano do solo, rotaciona-se a *High Roller* no sentido anti-horário, em torno do ponto O. Sejam t o ângulo determinado pelo segmento OA em relação à sua posição inicial, e f a função que descreve a altura do ponto A em relação ao solo, em função de t.

Após duas voltas completas, f tem o seguinte gráfico:



A expressão da função altura é dada por

(A) f(t) = 80 sen(t) + 88.

(B) f(t) = 80 cos(t) + 88.

(C) f(t) = 88 cos(t) +168.

(D) f(t) = 168 sen(t) + 88 cos(t).

(E) f(t) = 88 sen(t) +168 cos(t).

Resolução **Resposta: A**

O raio é 80 m e o centro está a 88 m do solo. Na posição inicial, a altura é 88 m e aumenta com o giro anti-horário. Logo, $f(t) = 88 + 80 \operatorname{sen} t$.

Item 085

2018 | R1-293

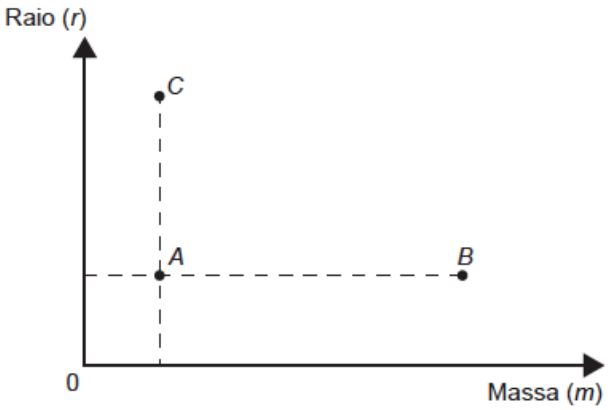
Fonte: referência 1, página 134.

Questão 293 (H20 | ENEM 2018) **Dificuldade 650,6**

De acordo com a Lei Universal da Gravitação, proposta por Isaac Newton, a intensidade da força gravitacional F que a Terra exerce sobre um satélite em órbita circular é proporcional à massa m do satélite e inversamente proporcional ao quadrado do raio r da órbita, ou seja,

$$F = \frac{k\,m}{r^2}$$

No plano cartesiano, três satélites, A, B e C, estão representados, cada um, por um ponto (m ; r) cujas coordenadas são, respectivamente, a massa do satélite e o raio da sua órbita em torno da Terra.



Com base nas posições relativas dos pontos no gráfico, deseja-se comparar as intensidades F_A, F_B e F_C da força gravitacional que a Terra exerce sobre os satélites A, B e C, respectivamente.

As intensidades F_A, F_B e F_C expressa no gráfico satisfazem a relação

A $F_C = F_A < F_B$.

B $F_A = F_B < F_C$.

C $F_A < F_B < F_C$.

D $F_A < F_C < F_B$.

E $F_C < F_A < F_B$.

Resolução **Resposta: E**

A e B têm o mesmo raio orbital, mas B tem maior massa, logo $F_B > F_A$. A e C têm a mesma massa, mas C tem maior raio, logo $F_C < F_A$. Portanto, $F_C < F_A < F_B$.

Item 086

2018 | R1-312

Fonte: referência 1, página 142.

Questão 312 (H21 | ENEM 2018) **Dificuldade 800,8**

Durante uma festa de colégio, um grupo de alunos organizou uma rifa. Oitenta alunos faltaram à festa e não participaram da rifa. Entre os que compareceram, alguns compraram três bilhetes, 45 compraram
2 bilhetes, e muitos compraram apenas um. O total de alunos que comprou um único bilhete era 20% do número total de bilhetes vendidos, e o total de bilhetes vendidos excedeu em 33 o número total de alunos do colégio.

Quantos alunos compraram somente um bilhete?

(A) 34

(B) 42

(C) 47

(D) 48

(E) 79

Resolução **Resposta: D**

Se x alunos compraram um bilhete e y compraram três, o total de bilhetes é $B = x + 90 + 3y$ e o total de alunos é $x + 45 + y + 80$. A diferença de 33 fornece $2y = 68$, logo $y = 34$. Como $x = 0{,}2B$, temos $5x = x + 192$, dando $x = 48$.

Item 087

2018 | R1-325

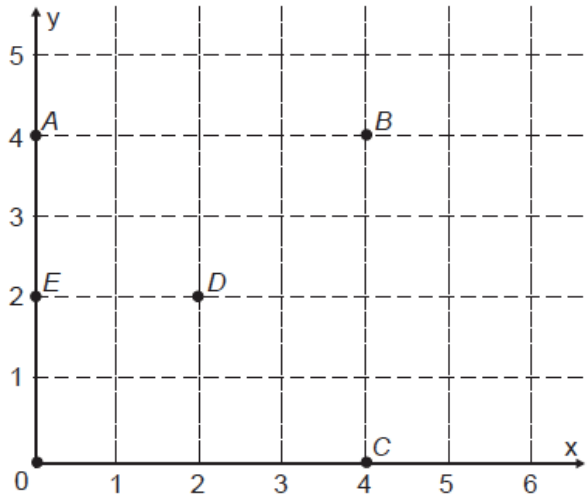
Fonte: referência 1, página 148.

Questão 325 (H22 | ENEM 2018) **Dificuldade 795,0**

Um jogo pedagógico utiliza-se de uma interface algébrico-geométrica do seguinte modo: os alunos devem eliminar os pontos do plano cartesiano dando "tiros", seguindo trajetórias que devem passar pelos pontos escolhidos.

Para dar os tiros, o aluno deve escrever em uma janela do programa a equação cartesiana de uma reta ou de uma circunferência que passa pelos pontos e pela origem do sistema de coordenadas. Se o tiro for dado por meio da equação da circunferência, cada ponto diferente da origem que for atingido vale 2 pontos. Se o tiro for dado por meio da equação de uma reta, cada ponto diferente da origem que for atingido vale 1 ponto.

Em uma situação de jogo, ainda restam os seguintes pontos para serem eliminados: A (0 :4), B (4 ; 4), C (4 ; 0), D (2 ; 2), E (0 ; 2).



Passando pelo ponto A, qual equação forneceria a maior pontuação?

A $x = 0$

B $y = 0$

C $x^2 + y^2 = 16$

D $x^2 + (y - 2)^2 = 4$

E $(x - 2)^2 + (y - 2)^2 = 8$

Resolução **Resposta: E**

A circunferência $(x-2)^2 + (y-2)^2 = 8$ passa pela origem e por A, B e C, gerando 6 pontos. A reta $x = 0$ atinge A e E, dando 2 pontos; a outra circunferência válida atinge apenas dois alvos. Portanto, a última expressão é a melhor.

Item 088

2019 | R1-067

Fonte: referência 1, página 42.

Questão 067 (H4 | ENEM 2019) **Dificuldade 695,8**

O Índice de Desenvolvimento Humano (IDH) é uma medida usada para classificar os países pelo seu grau de desenvolvimento. Para seu cálculo, são levados em consideração a expectativa de vida ao nascer, tempo de escolaridade e renda per capita, entre outros. O menor valor deste índice é zero e o maior é um. Cinco países foram avaliados e obtiveram os seguintes índices de desenvolvimento humano: o primeiro país recebeu um valor X, o segundo $\sqrt{X}$, o terceiro $X^{\frac{1}{3}}$, o quarto X^2 e o último X^3. Nenhum desses países zerou ou atingiu o índice máximo.

Qual desses países obteve o maior IDH?

(A) O primeiro.

(B) O segundo.

(C) O terceiro.

(D) O quarto.

(E) O quinto.

Resolução **Resposta: C**

Como $0 < X < 1$, diminuir o expoente aumenta o valor da potência. Entre os expoentes apresentados, $1/3$ é o menor. Portanto, $\sqrt[3]{X}$, índice do terceiro país, é o maior IDH.

Item 089

Fonte: referência 1, página 107.

Questão 224 (H15 | ENEM 2019) **Dificuldade 805,2**

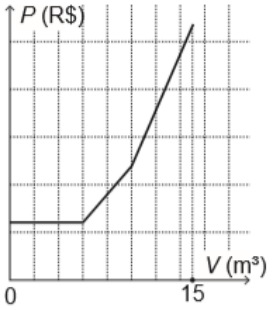
Uma empresa presta serviço de abastecimento de água em uma cidade. O valor mensal a pagar por esse serviço é determinado pela aplicação de tarifas, por faixas de consumo de água, sendo obtido pela adição dos valores correspondentes a cada faixa.

- Faixa 1: para consumo de até 6 m³, valor fixo de R$ 12,00;
- Faixa 2: para consumo superior a 6 m³ e até 10 m³, tarifa de R$ 3,00 por metro cúbico ao que exceder a 6 m³;
- Faixa 3: para consumo superior a 10 m³, tarifa de R$ 6,00 por metro cúbico ao que exceder a 10 m³.

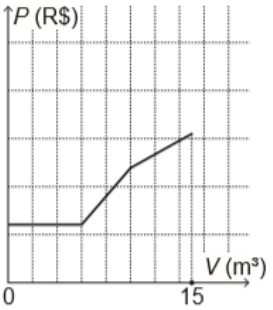
Sabe-se que nessa cidade o consumo máximo de água por residência é de 15 m³ por mês.

O gráfico que melhor descreve o valor P, em real, a ser pago por mês, em função do volume V de água consumido, em metro cúbico, é

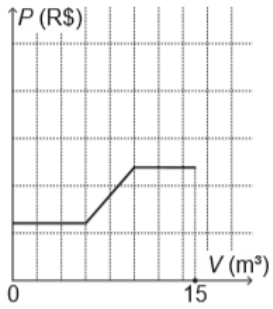
A



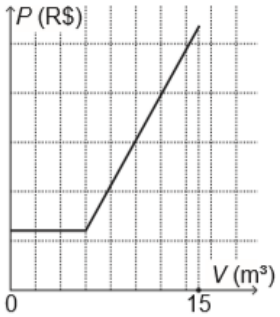
B



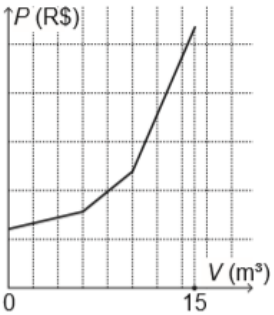
C



D



E



Item 089 – resolução 2019 / R1-224

Resolução **Resposta: A**

O valor é $P(V) = 12$ até 6 m^3; $P(V) = 12 + 3(V - 6)$ de 6 a 10; e $P(V) = 24 + 6(V - 10)$ acima de 10. A função é contínua, com trechos de inclinações 0, 3 e 6: gráfico A.

Item 090

2019 | R1-268

Fonte: referência 1, página 125.

Questão 268 (H19 | ENEM 2019) **Dificuldade 647,0**

O álcool é um depressor do sistema nervoso central e age diretamente em diversos órgãos. A concentração de álcool no sangue pode ser entendida como a razão entre a quantidade q de álcool ingerido, medida em grama, e o volume de sangue, em litro, presente no organismo do indivíduo. Em geral, considera-se que esse volume corresponda ao valor numérico dado por 8% da massa corporal m desse indivíduo, medida em quilograma.

De acordo com a Associação Médica Americana, uma concentração alcoólica superior a 0,4 grama por litro de sangue é capaz de trazer prejuízos à saúde do indivíduo.

Disponível em: http://cisa.org.br. Acesso em: 1 dez. 2018 (adaptado).

A expressão relacionando **q** e **m** que representa a concentração alcoólica prejudicial à saúde do indivíduo, de acordo com a Associação Médica Americana, é

A $\frac{q}{0,8m} > 0,4$.

B $\frac{0,4m}{q} > 0,8$.

C $\frac{q}{0,4m} > 0,8$.

D $\frac{0,08m}{q} > 0,4$.

E $\frac{q}{0,08m} > 0,4$.

Resolução **Resposta: E**

O volume sanguíneo adotado no modelo é $0,08m$ L. Portanto, a concentração é $q/(0,08m)$ g/L. A desigualdade indicada no enunciado é $q/(0,08m) > 0,4$.

Item 091

2019 | R1-269

Fonte: referência 1, página 125.

Questão 269 (H19 | ENEM 2019) **Dificuldade 651,8**

Uma empresa tem diversos funcionários. Um deles é o gerente, que recebe R$ 1 000,00 por semana. Os outros funcionários são diaristas. Cada um deles trabalha 2 dias por semana, recebendo R$ 80,00 por dia trabalhado.

Chamando de X a quantidade total de funcionários da empresa, a quantia Y, em reais, que esta empresa gasta semanalmente para pagar seus funcionários é expressa por

(A) Y = 80X + 920.

(B) Y = 80X + 1 000.

(C) Y = 80X + 1 080.

(D) Y = 160X + 840.

(E) Y = 160X + 1 000.

Resolução **Resposta: D**

Há $X-1$ diaristas, pois o gerente já está incluído no total X. Cada diarista recebe $2 \cdot 80 = 160$ reais por semana. Logo, $Y = 1000 + 160(X-1) = 160X + 840$.

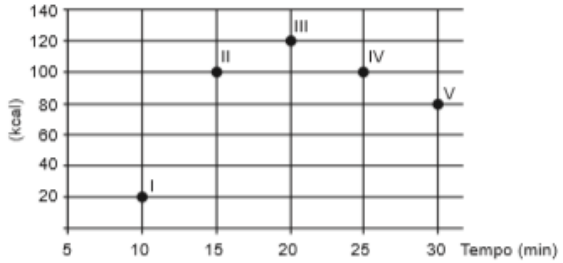
Item 092

2019 | R1-288

Fonte: referência 1, página 132.

Questão 288 (H20 | ENEM 2019) **Dificuldade 580,7**

Os exercícios físicos são recomendados para o bom funcionamento do organismo, pois aceleram o metabolismo e, em consequência, elevam o consumo de calorias. No gráfico, estão registrados os valores calóricos, em kcal, gastos em cinco diferentes atividades físicas, em função do tempo dedicado às atividades, contado em minuto.



Qual dessas atividades físicas proporciona o maior consumo de quilocalorias por minuto?

A I **B** II **C** III **D** IV **E** V

Resolução **Resposta: B**

Divida as calorias pelo tempo. As atividades I a V consomem, respectivamente, $20/10 = 2$, $100/15 \approx 6{,}67$, $120/20 = 6$, $100/25 = 4$ e $80/30 \approx 2{,}67$ kcal/min. O máximo é o da atividade II.

Item 093

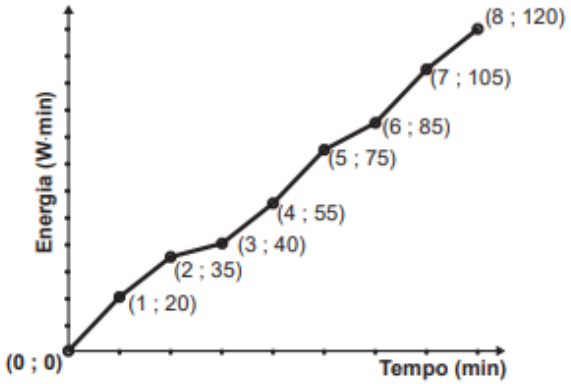
2019 | R1-290

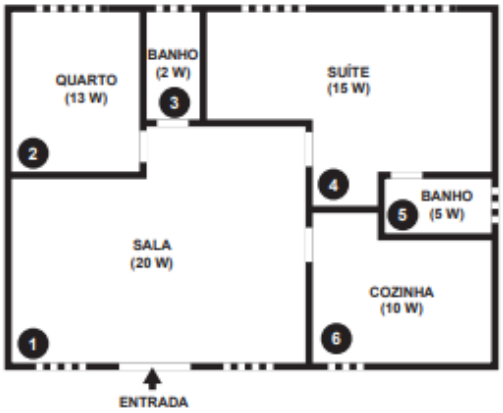
Fonte: referência 1, página 133.

Questão 290 (H20 | ENEM 2019) **Dificuldade 615,3**

Nos seis cômodos de uma casa há sensores de presença posicionados de forma que a luz de cada cômodo acende assim que uma pessoa nele adentra, e apaga assim que a pessoa se retira desse cômodo. Suponha que o acendimento e o desligamento sejam instantâneos.

O morador dessa casa visitou alguns desses cômodos, ficando exatamente um minuto em cada um deles. O gráfico descreve o consumo acumulado de energia, em watt × minuto, em função do tempo t, em minuto, das lâmpadas de LED dessa casa, enquanto a figura apresenta a planta baixa da casa, na qual os cômodos estão numerados de 1 a 6, com as potências das respectivas lâmpadas indicadas.





A sequência de deslocamentos pelos cômodos, conforme o consumo de energia apresentado no gráfico, é

A $1 \to 4 \to 5 \to 4 \to 1 \to 6 \to 1 \to 4$.

B $1 \to 2 \to 3 \to 1 \to 4 \to 1 \to 4 \to 4$.

C $1 \to 4 \to 5 \to 4 \to 1 \to 6 \to 1 \to 2 \to 3$.

D $1 \to 2 \to 3 \to 5 \to 4 \to 1 \to 6 \to 1 \to 4$.

E $1 \to 4 \to 2 \to 3 \to 5 \to 1 \to 6 \to 1 \to 4$.

Resolução **Resposta: A**

Em cada intervalo de um minuto, o acréscimo do consumo acumulado coincide numericamente com a potência da lâmpada acesa. Associando essas inclinações às potências da planta e respeitando as portas, obtém-se a sequência $1 \to 4 \to 5 \to 4 \to 1 \to 6 \to 1 \to 4$.

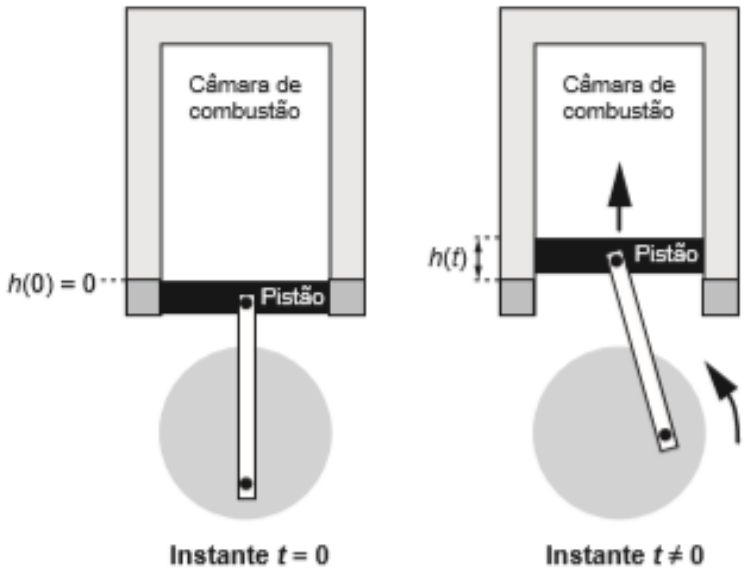
Item 094

2019 | R1-301

Fonte: referência 1, página 138.

Questão 301 (H21 | ENEM 2019) **Dificuldade 663,3**

Um grupo de engenheiros está projetando um motor cujo esquema de deslocamento vertical do pistão dentro da câmara de combustão está representado na figura.



A função $h(t) = 4 + 4\text{sen}\left(\frac{\beta t}{2} - \frac{\pi}{2}\right)$ definida para t ≥ 0 descreve como varia a altura h, medida em centímetro, da parte superior do pistão dentro da câmara de combustão, em função do tempo t, medido em segundo. Nas figuras estão indicadas as alturas do pistão em dois instantes distintos.

O valor do parâmetro β, que é dado por um número inteiro positivo, está relacionado com a velocidade de deslocamento do pistão. Para que o motor tenha uma boa potência, é necessário e suficiente que, em menos de 4 segundos após o início do funcionamento (instante t = 0), a altura da base do pistão alcance por três vezes o valor de 6 cm. Para os cálculos, utilize 3 como aproximação para π.

O menor valor inteiro a ser atribuído ao parâmetro β, de forma que o motor a ser construído tenha boa potência, é

A 1.

B 2.

C 4.

D 5.

E 8.

Resolução **Resposta: D**

Para $h(t) = 6$, temos $\text{sen}(\beta t/2 - \pi/2) = 1/2$. Os três primeiros instantes positivos são $4\pi/(3\beta)$, $8\pi/(3\beta)$ e $16\pi/(3\beta)$. Exigindo o terceiro antes de 4 s e usando $\pi \approx 3$, resulta $16/\beta < 4$, ou $\beta > 4$. O menor inteiro é 5.

Item 095

Fonte: referência 1, página 139.

Questão 303 (H21 | ENEM 2019) **Dificuldade 705,3**

Charles Richter e Beno Gutenberg desenvolveram a escala Richter, que mede a magnitude de um terremoto. Essa escala pode variar de 0 a 10, com possibilidades de valores maiores. O quadro mostra a escala de magnitude local (M_S) de um terremoto que é utilizada para descrevê-lo.

Descrição	Magnitude local (M_S) (μm ·Hz)
Pequeno	$0 \leq M_S \leq 3{,}9$
Ligeiro	$4{,}0 \leq M_S \leq 4{,}9$
Moderado	$5{,}0 \leq M_S \leq 5{,}9$
Grande	$6{,}0 \leq M_S \leq 9{,}9$
Extremo	$M_S \geq 10{,}0$

Para se calcular a magnitude local, usa-se a fórmula $M_S = 3{,}30 + \log(A \cdot f)$, em que A representa a amplitude máxima da onda registrada por um sismógrafo em micrômetro (μm) e f representa a frequência da onda, em hertz (Hz). Ocorreu um terremoto com amplitude máxima de 2 000 μm e frequência de 0,2 Hz.

Disponível em: http://cejarj.cecierj.edu.br. Acesso em: 1 fev. 2015 (adaptado).

Utilize 0,3 como aproximação para log 2.

De acordo com os dados fornecidos, o terremoto ocorrido pode ser descrito como

(A) Pequeno.

(B) Ligeiro.

(C) Moderado.

(D) Grande.

(E) Extremo.

Resolução **Resposta: C**

Temos $Af = 2000 \cdot 0{,}2 = 400$. Assim, $M_S = 3{,}30 + \log 400 = 3{,}30 + 2 + 2\log 2 \approx 5{,}90$. Pela tabela, trata-se de terremoto moderado.

Item 096

2019 | R1-305

Fonte: referência 1, página 140.

Questão 305 (H21 | ENEM 2019) **Dificuldade 721,7**

A *Hydrangea macrophylla* é uma planta com flor azul ou cor-de-rosa, dependendo do pH do solo no qual está plantada. Em solo ácido (ou seja, com pH < 7) a flor é azul, enquanto que em solo alcalino (ou seja, com pH > 7) a flor é rosa. Considere que a *Hydrangea* cor-de-rosa mais valorizada comercialmente numa determinada região seja aquela produzida em solo com pH inferior a 8. Sabe-se que $\text{pH} = -\log_{10} x$, em que x é a concentração de íon hidrogênio (H^+).

Para produzir a *Hydrangea* cor-de-rosa de maior valor comercial, deve-se preparar o solo de modo que x assuma

(A) qualquer valor acima de 10^{-8}.

(B) qualquer valor positivo inferior a 10^{-7}.

(C) valores maiores que 7 e menores que 8.

(D) valores maiores que 70 e menores que 80.

(E) valores maiores que 10^{-8} e menores que 10^{-7}.

Resolução **Resposta: E**

A flor rosa valorizada exige $7 < \text{pH} < 8$. Substituindo $\text{pH} = -\log x$, resulta $-8 < \log x < -7$. Portanto, $10^{-8} < x < 10^{-7}$.

Item 097

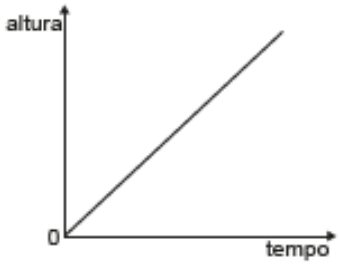
Fonte: referência 1, página 104.

Questão 219 (H15 | ENEM 2020) **Dificuldade 703,4**

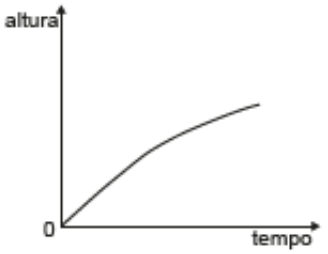
O consumo de espumantes no Brasil tem aumentado nos últimos anos. Uma das etapas do seu processo de produção consiste no envasamento da bebida em garrafas semelhantes às da imagem. Nesse processo, a vazão do líquido no interior da garrafa é constante e cessa quando atinge o nível de envasamento.

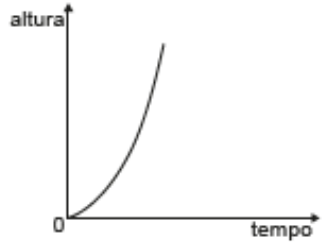


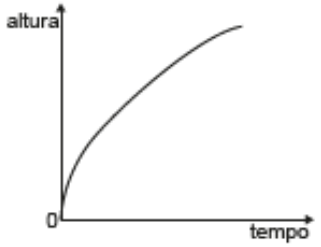
Qual esboço de gráfico melhor representa a variação da altura do líquido em função do tempo, na garrafa indicada na imagem?

A


B


C


D


E


Item 097 – resolução 2020 / R1-219

Resolução **Resposta: B**

Com vazão volumétrica constante, $dh/dt = Q/A(h)$. Na parte cilíndrica larga, a altura cresce linearmente; no estreitamento, a inclinação aumenta; no gargalo cilíndrico, volta a ser constante, porém maior. Essa sequência aparece em B.

Item 098

2020 | R1-279

Fonte: referência 1, página 128.

Questão 279 (H19 | ENEM 2020) **Dificuldade 782,3**

A Lei de Zipf, batizada com o nome do linguista americano George Zipf, é uma lei empírica que relaciona a frequência (*f*) de uma palavra em um dado texto com o seu ranking (*r*). Ela é dada por

$$f = \frac{A}{r^B}$$

O ranking da palavra é a sua posição ao ordenar as palavras por ordem de frequência. Ou seja, *r* = 1 para a palavra mais frequente, *r* = 2 para a segunda palavra mais frequente e assim sucessivamente. *A* e *B* são constantes positivas.

Disponível em: http://klein.sbm.org.br. Acesso em: 12 ago. 2020 (adaptado).

Com base nos valores de $X = \log(r)$ e $Y = \log(f)$, é possível estimar valores para *A* e *B*.

No caso hipotético em que a lei é verificada exatamente, a relação entre *Y* e *X* é

A $Y = \log(A) - B \cdot X$.

B $Y = \frac{\log(A)}{X + \log(B)}$.

C $Y = \frac{\log(A)}{B} - X$.

D $Y = \frac{\log(A)}{B \cdot X}$.

E $Y = \frac{\log(A)}{X^B}$.

Resolução **Resposta: A**

Aplicando logaritmo a $f = A/r^B$, obtém-se $\log f = \log A - B \log r$. Com $Y = \log f$ e $X = \log r$, resulta $Y = \log A - BX$.

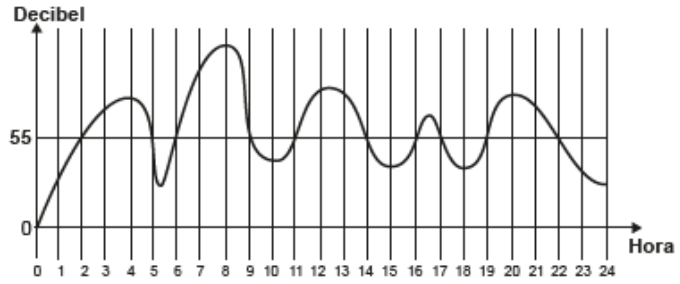
Item 099

2020 | R1-285

Fonte: referência 1, página 131.

Questão 285 (H20 | ENEM 2020) **Dificuldade 544,1**

A exposição a barulhos excessivos, como os que percebemos em geral em trânsitos intensos, casas noturnas e espetáculos musicais, podem provocar insônia, estresse, infarto, perda de audição, entre outras enfermidades. De acordo com a Organização Mundial da Saúde, todo e qualquer som que ultrapasse os 55 decibéis (unidade de intensidade do som) já pode ser considerado nocivo para a saúde. O gráfico foi elaborado a partir da medição do ruído produzido, durante um dia, em um canteiro de obras.



Disponível em: www.revistaencontro.com.br. Acesso em: 12 ago. 2020 (adaptado).

Nesse dia, durante quantas horas o ruído esteve acima de 55 decibéis?

(A) 5

(B) 8

(C) 10

(D) 11

(E) 13

Resolução **Resposta: E**

A curva fica acima de 55 dB nos intervalos de 2 a 5, 6 a 9, 11 a 14, 16 a 17 e 19 a 22 horas. Somando suas durações: $3 + 3 + 3 + 1 + 3 = 13$ horas.

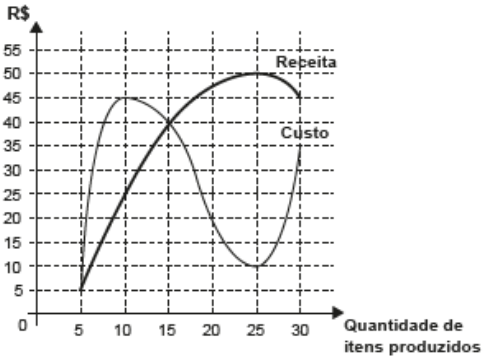
Item 100

2020 | R1-289

Fonte: referência 1, página 132.

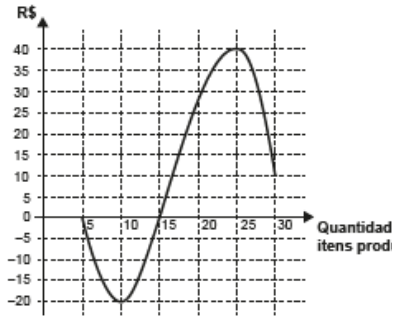
Questão 289 (H20 | ENEM 2020) **Dificuldade 615,2**

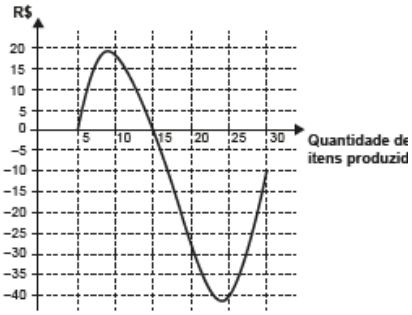
Um administrador resolve estudar o lucro de sua empresa e, para isso, traça o gráfico da receita e do custo de produção de seus itens, em real, em função da quantidade de itens produzidos.

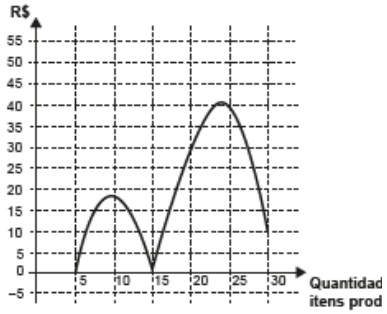


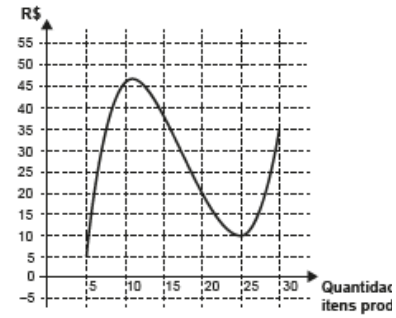
O lucro é determinado pela diferença: Receita – Custo.

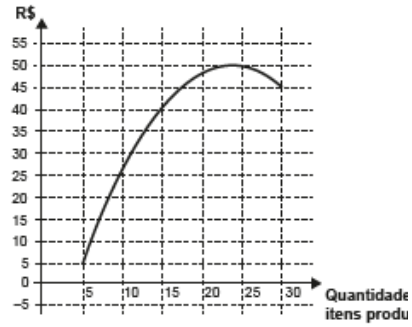
O gráfico que representa o lucro dessa empresa, em função da quantidade de itens produzidos, é

A)


B)


C)


D)


E)


Resolução **Resposta: A**

Em cada quantidade produzida, calcule a diferença vertical entre receita e custo. Até aproximadamente 15 itens, o custo supera a receita e o lucro é negativo; depois, fica positivo, alcança um máximo e diminui. O gráfico dessa diferença é A.

Item 101

2020 | R1-311

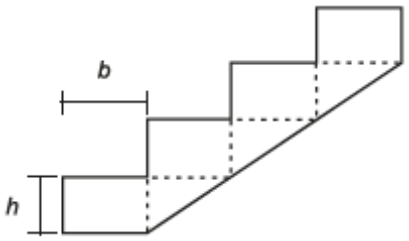
Fonte: referência 1, página 142.

Questão 311 (H21 | ENEM 2020) **Dificuldade 786,2**

Uma casa de dois andares está sendo projetada. É necessário incluir no projeto a construção de uma escada para o acesso ao segundo andar. Para o cálculo das dimensões dos degraus utilizam-se as regras:

$$|2h + b - 63{,}5| \leq 1{,}5 \text{ e } 16 \leq h \leq 19$$

nas quais h é a altura do degrau (denominada espelho) e b é a profundidade da pisada, como mostra a figura. Por conveniência, escolheu-se a altura do degrau como sendo h = 16. As unidades de h e b estão em centímetro.



Nesse caso, o mais amplo intervalo numérico ao qual a profundidade da pisada (b) deve pertencer, para que as regras sejam satisfeitas é

(A) $30 \leq b$.

(B) $30 \leq b \leq 31{,}5$.

(C) $30 \leq b \leq 33$.

(D) $31{,}5 \leq b \leq 33$.

(E) $b \leq 33$.

Resolução **Resposta: C**

Com $h = 16$, a regra é $|b - 31{,}5| \leq 1{,}5$. Logo, $-1{,}5 \leq b - 31{,}5 \leq 1{,}5$, de onde $30 \leq b \leq 33$ cm.

Item 102

2020 | R1-320

Fonte: referência 1, página 145.

Questão 320 (H22 | ENEM 2020) **Dificuldade 678,2**

Enquanto um ser está vivo, a quantidade de carbono 14 nele existente não se altera. Quando ele morre, essa quantidade vai diminuindo. Sabe-se que a meia-vida do carbono 14 é de 5 730 anos, ou seja, num fóssil de um organismo que morreu há 5 730 anos haverá metade do carbono 14 que existia quando ele estava vivo. Assim, cientistas e arqueólogos usam a seguinte fórmula para saber a idade de um fóssil encontrado: $Q(t) = Q_0 \cdot 2^{\frac{-t}{5730}}$ em que t é o tempo, medido em ano, Q(t) é a quantidade de carbono 14 medida no instante t e Q_0 é a quantidade de carbono 14 no ser vivo correspondente.

Um grupo de arqueólogos, numa de suas expedições, encontrou 5 fósseis de espécies conhecidas e mediram a quantidade de carbono 14 neles existente. Na tabela temos esses valores juntamente com a quantidade de carbono 14 nas referidas espécies vivas.

Fóssil	Q_0	$Q(t)$
1	128	32
2	256	8
3	512	64
4	1 024	512
5	2 048	128

O fóssil mais antigo encontrado nessa expedição foi

A 1.

B 2.

C 3.

D 4.

E 5.

Resolução **Resposta: B**

As frações restantes são 1/4, 1/32, 1/8, 1/2 e 1/16. O fóssil mais antigo é o que preserva a menor fração inicial: o fóssil 2, com cinco meias-vidas transcorridas.

Item 103

Fonte: referência 1, página 102.

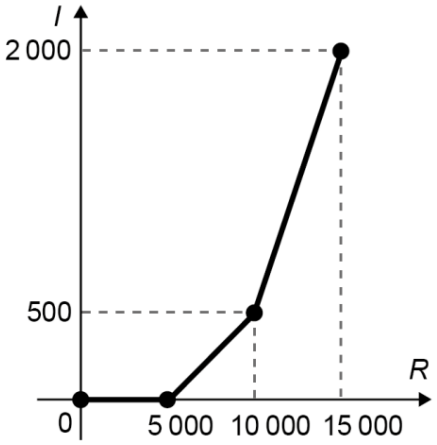
Questão 216 (H15 | ENEM 2021) **Dificuldade 627,9**

O quadro representa a relação entre o preço de um produto (*R*) e seu respectivo imposto devido (I).

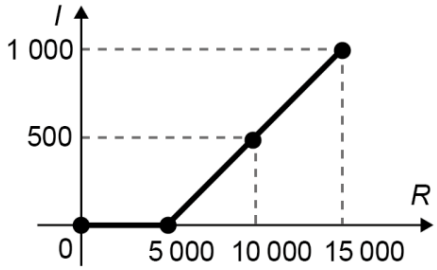
Preço do produto *(R)*	**Imposto devido *(I)***
R ≤ 5 000	isento
5 000 < R ≤ 10 000	10% de (R – 5 000)
10 000 < R ≤ 15 000	500 + 30% de (R – 10 000)

O gráfico que melhor representa essa relação é

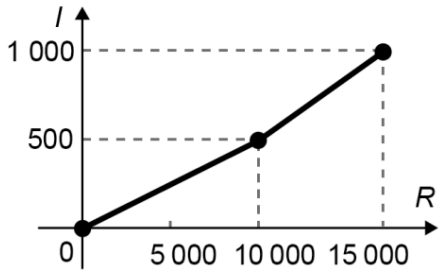
A



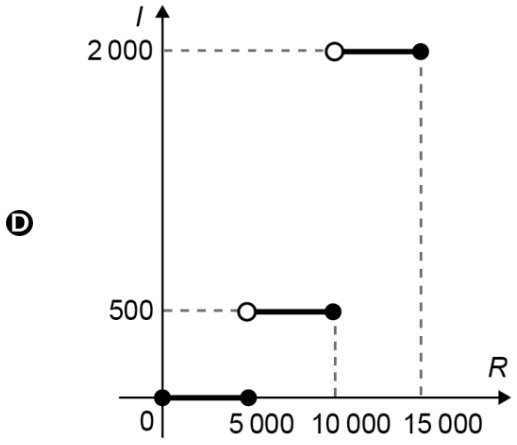
B



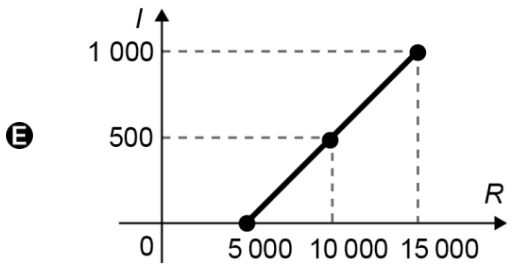
C



D



E



Item 103 – resolução 2021 / R1-216

Resolução **Resposta: A**

O imposto é zero até R$ 5000. De 5000 a 10000, cresce linearmente de 0 até 500 reais, com inclinação 0,1. De 10000 a 15000, cresce de 500 até 2000 reais, com inclinação 0,3. A função é contínua e corresponde ao gráfico A.

Item 104

2021 | R1-220

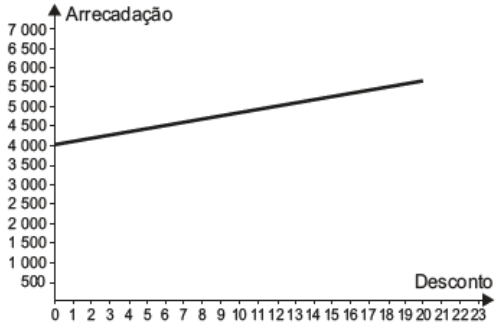
Fonte: referência 1, página 105.

Questão 220 (H15 | ENEM 2021) **Dificuldade 710,5**

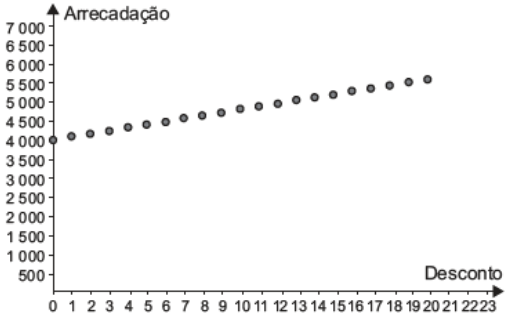
O administrador de um teatro percebeu que, com o ingresso do evento a R$ 20,00, um show conseguia atrair 200 pessoas e que, a cada R$ 1,00 de redução no preço do ingresso, o número de pessoas aumentava em 40. Ele sabe que os donos do teatro só admitem trabalhar com valores inteiros para os ingressos, pela dificuldade de disponibilizar troco, e pretende convencê-los a diminuir o preço do ingresso. Assim, apresentará um gráfico da arrecadação em função do valor do desconto no preço atual do ingresso.

O gráfico que mais se assemelha ao que deve ser elaborado pelo administrador é

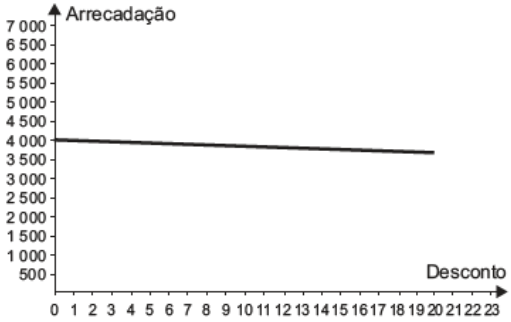
A



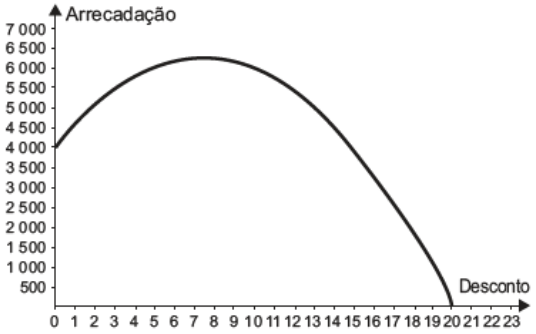
B



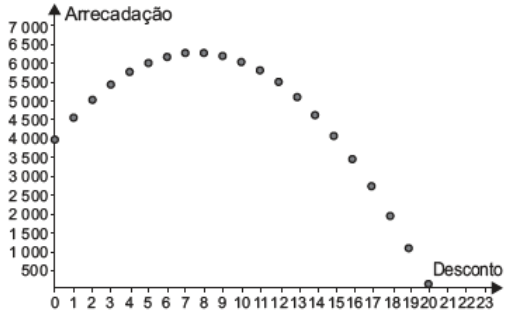
C



D



E



Resolução **Resposta: E**

Para desconto inteiro x, o preço é $20-x$ e o público é $200+40x$. A arrecadação é $A(x)=(20-x)(200+40x)=-40x^2+600x+4000$. O gráfico deve representar pontos de uma parábola côncava para baixo: E.

Item 105

2021 | R1-270

Fonte: referência 1, página 125.

Questão 270 (H19 | ENEM 2021) **Dificuldade 659,3**

Aplicativos que gerenciam serviços de hospedagem têm ganhado espaço no Brasil e no mundo por oferecer opções diferenciadas em termos de localização e valores de hospedagem. Em um desses aplicativos, o preço *P* a ser pago pela hospedagem é calculado considerando um preço por diária *d*, acrescido de uma taxa fixa de limpeza *L* e de uma taxa de serviço. Essa taxa de serviço é um valor percentual *s* calculado sobre o valor pago pelo total das diárias.

Nessa situação, o preço a ser pago ao aplicativo para uma hospedagem de *n* diárias pode ser obtido pela expressão

(A) $P = d \cdot n + L + d \cdot n \cdot s$.

(B) $P = d \cdot n + L + d \cdot s$.

(C) $P = d + L + s$.

(D) $P = d \cdot n \cdot s + L$.

(E) $P = d \cdot n + L + s$.

Resolução **Resposta: A**

As diárias custam dn, a limpeza custa L e o serviço custa a fração s de dn, isto é, dns. Somando: $P = dn + L + dns$.

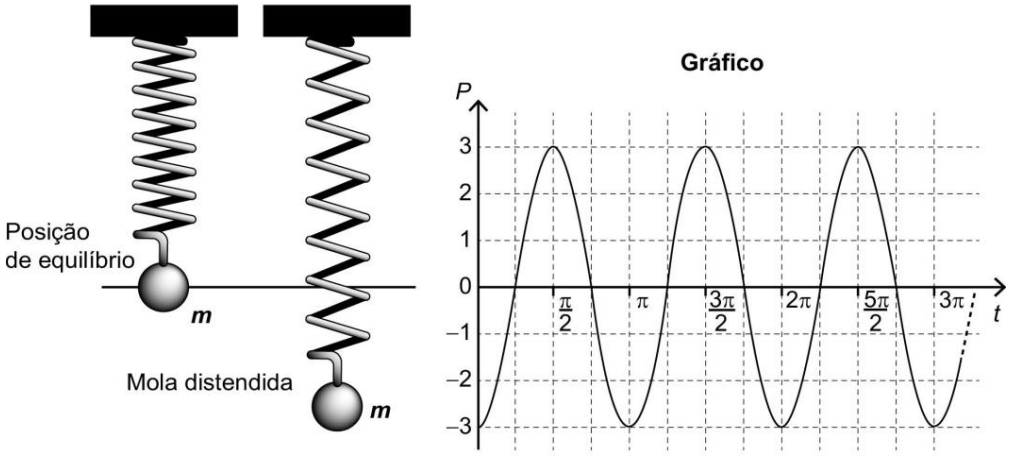
Item 106

2021 | R1-299

Fonte: referência 1, página 137.

Questão 299 (H20 | ENEM 2021) **Dificuldade 733,2**

Uma mola é solta da posição distendida conforme a figura. A figura à direita representa o gráfico da posição *P* (em cm) da massa *m* em função do tempo *t* (em segundo) em um sistema de coordenadas cartesianas. Esse movimento periódico é descrito por uma expressão do tipo $P(t) = \pm A\cos(\omega t)$ ou $P(t) = \pm A\,\text{sen}(\omega t)$, em que $A > 0$ é a amplitude de deslocamento máximo e ω é a frequência, que se relaciona como período *T* pela fórmula $\omega = \frac{2\pi}{T}$. Considere a ausência de quaisquer forças dissipativas.



A expressão algébrica que representa as posições *P(t)* da massa *m*, ao longo do tempo, no gráfico, é

A – 3 cos (2*t*).
B – 3 sen (2*t*).
C 3 cos (2*t*).
D – 6 cos (2*t*).
E 6 sen (2*t*).

Resolução **Resposta: A**

A amplitude é 3 cm, o valor inicial é -3 cm e o período é π s. Logo, $\omega = 2\pi/\pi = 2$. A expressão é $P(t) = -3\cos(2t)$.

Item 107

Fonte: referência 1, página 144.

Questão 317 (H21 | ENEM 2021) **Dificuldade 996,8**

Para a comunicação entre dois navios é utilizado um sistema de codificação com base em valores numéricos. Para isso, são consideradas as operações triângulo Δ e estrela $*$, definidas sobre o conjunto dos números reais por $x\Delta y = x^2 + xy - y^2$ e $x * y = xy + x$.

O navio que deseja enviar uma mensagem deve fornecer um valor de entrada *b*, que irá gerar um valor de saída, a ser enviado ao navio receptor, dado pela soma das duas maiores soluções da equação $(a\Delta b) * (b\Delta a) = 0$. Cada valor possível de entrada e saída representa uma mensagem diferente já conhecida pelos dois navios.

Um navio deseja enviar ao outro a mensagem "ATENÇÃO!". Para isso, deve utilizar o valor de entrada *b* = 1.

Dessa forma, o valor recebido pelo navio receptor será

A $\sqrt{5}$.

B $\sqrt{3}$.

C $\sqrt{1}$.

D $\frac{-1+\sqrt{5}}{2}$.

E $\frac{3+\sqrt{5}}{2}$.

Resolução **Resposta: E**

Para $b = 1$, a equação vira $(a^2+a-1)(2+a-a^2) = 0$. Suas raízes são $(-1 \pm \sqrt{5})/2$, -1 e 2. As duas maiores são $(-1+\sqrt{5})/2$ e 2; a soma é $(3+\sqrt{5})/2$.

Item 108

2021 | R1-318

Fonte: referência 1, página 145.

Questão 318 (H22 | ENEM 2021) **Dificuldade 577,6**

Uma pessoa pretende viajar por uma companhia aérea que despacha gratuitamente uma mala com até 10 kg. Em duas viagens que realizou, essa pessoa utilizou a mesma mala e conseguiu 10 kg com as seguintes combinações de itens:

Viagem	Camisetas	Calças	Sapatos
I	12	4	3
II	18	3	2

Para ter certeza de que sua bagagem terá massa de 10 kg, ela decide levar essa mala com duas calças, um sapato e o máximo de camisetas, admitindo que itens do mesmo tipo têm a mesma massa.

Qual a quantidade máxima de camisetas que essa pessoa poderá levar?

(A) 22 (B) 24 (C) 26 (D) 33 (E) 39

Resolução **Resposta: B**

As duas combinações têm mesma massa, logo seis camisetas equivalem a uma calça mais um sapato. Partindo da viagem II, retire uma calça e um sapato e acrescente seis camisetas. Restam duas calças, um sapato e $18 + 6 = 24$ camisetas, com a mesma massa total.

Item 109

Fonte: referência 1, página 61.

Questão 111 (H7 | ENEM 2022) **Dificuldade 745,1**

Dentre as diversas planificações possíveis para o cubo, uma delas é a que se encontra apresentada na Figura 1.

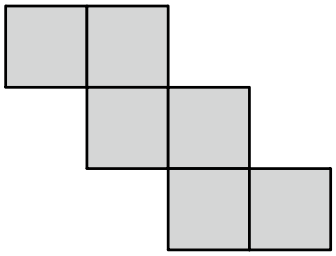


Figura 1

Em um cubo, foram pintados, em três de suas faces, quadrados de cor cinza escura, que ocupam um quarto dessas faces, tendo esses três quadrados um vértice em comum, conforme ilustrado na Figura 2.

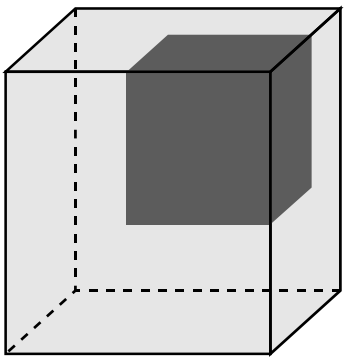
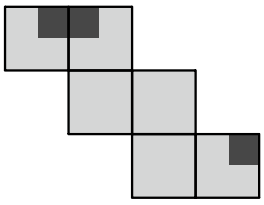


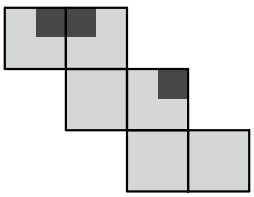
Figura 2

A planificação do cubo da Figura 2, conforme o tipo de planificação apresentada na Figura 1, é

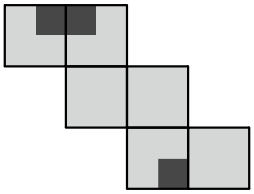
A



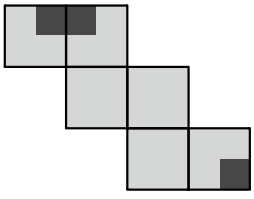
B



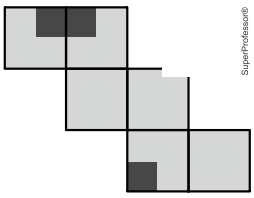
C



D



E



SuperProfessor®

Item 109 – resolução 2022 / R1-111

Resolução **Resposta: D**

As três regiões pintadas devem pertencer a faces adjacentes e seus cantos devem coincidir no mesmo vértice após as dobras. Dobrando a rede apresentada, somente o posicionamento em D reúne os três quartos de face no mesmo vértice.

Item 110

2022 | R1-284

Fonte: referência 1, página 130.

Questão 284 (H19 | ENEM 2022) **Anulada**

O funcionário de uma loja tem seu salário mensal formado por uma parcela fixa de 675 reais mais uma comissão que depende da quantidade de peças vendidas por ele no mês. O cálculo do valor dessa comissão é feito de acordo com estes critérios:

- até a quinquagésima peça vendida, paga-se 5 reais por peça:
- a partir da quinquagésima primeira peça vendida, o valor pago é de 7 reais por peça.

Represente por q a quantidade de peças vendidas no mês por esse funcionário, e por S(q) o seu salário mensal, em real, nesse mês.

A expressão algébrica que descreve S(q) em função de q é

A $S(q) = 675 + 12q$

B $S(q) = 325 + 12q$

C $S(q) = 675 + 7q$

D $S(q) = \begin{cases} 625 + 5q, \text{ se } q \leq 50 \\ 925 + 7q, \text{ se } q > 50 \end{cases}$

E $S(q) = \begin{cases} 625 + 5q, \text{ se } q \leq 50 \\ 575 + 7q, \text{ se } q > 50 \end{cases}$

Resolução **Anulada**

Questão anulada. Pelos dados do texto, a expressão correta seria $S(q) = 675 + 5q$ para $q \leq 50$ e $S(q) = 675 + 250 + 7(q - 50) = 575 + 7q$ para $q > 50$. A combinação correta desses dois trechos não aparece nas alternativas.

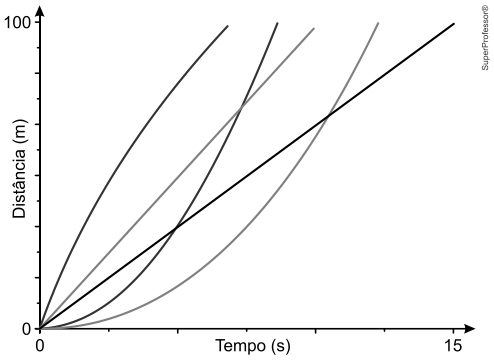
Item 111

2022 | R1-295

Fonte: referência 1, página 135.

Questão 295 (H20 | ENEM 2022) **Dificuldade 677,7**

Em uma competição de velocidade, diz-se que há uma ultrapassagem quando um veículo que está atrás de outro passa à sua frente, com ambos se deslocando no mesmo sentido. Considere uma competição automobilística entre cinco carros em uma pista com 100 m de comprimento, onde todos largam no mesmo instante e da mesma linha. O gráfico mostra a variação da distância percorrida por cada veículo, em função do tempo, durante toda a competição.



Qual o número de ultrapassagens, após o início da competição, efetuadas pelo veículo que chegou em último lugar?

A 0 **B** 1 **C** 2
D 3 **E** 4

Resolução **Resposta: A**

Identifique o último colocado pela curva que atinge 100 m mais tarde. Acompanhe-a desde a largada: ela não cruza nenhuma outra de baixo para cima. Logo, esse veículo não efetuou ultrapassagens: zero.

Item 112

2022 | R1-307

Fonte: referência 1, página 141.

Questão 307 (H21 | ENEM 2022) **Dificuldade 741,5**

Um parque tem dois circuitos de tamanhos diferentes para corridas. Um corredor treina nesse parque e, no primeiro dia, inicia seu treino percorrendo 3 voltas em torno do circuito maior e 2 voltas em torno do menor, perfazendo um total de 1 800 m. Em seguida, dando continuidade a seu treino, corre mais 2 voltas em torno do circuito maior e 1 volta em torno do menor, percorrendo mais 1 100 m.

No segundo dia, ele pretende percorrer 5.000 m nos circuitos do parque, fazendo um número inteiro de voltas em torno deles e de modo que o número de voltas seja o maior possível.

A soma do número de voltas em torno dos dois circuitos, no segundo dia, será

- **A** 10.
- **B** 13.
- **C** 14.
- **D** 15.
- **E** 16.

Resolução **Resposta: E**

Se os circuitos medem a e b, temos $3a + 2b = 1800$ e $2a + b = 1100$. Logo, $a = 400$ m e $b = 300$ m. Para 5000 m, $4x + 3y = 50$. A menor quantidade possível de voltas longas é $x = 2$, dando $y = 14$ e 16 voltas ao todo.

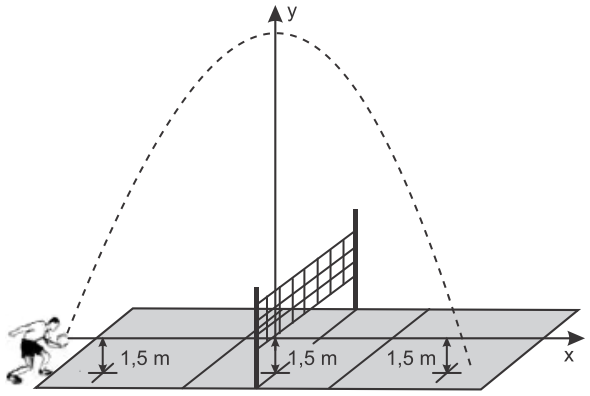
Item 113

2022 | R1-326

Fonte: referência 1, página 148.

Questão 326 (H22 | ENEM 2022) **Dificuldade 822,2**

Em jogos de voleibol, um saque é invalidado se a bola atingir o teto do ginásio onde ocorre o jogo. Um jogador de uma equipe tem um saque que atinge uma grande altura. Seu recorde foi quando a batida do saque se iniciou a uma altura de 1,5 m do piso da quadra, e a trajetória da bola foi descrita pela parábola $y = -\frac{x^2}{6} - \frac{7x}{3} + 12$, em que y representa a altura da bola em relação ao eixo x (das abscissas) que está localizado a 1,5 m do piso da quadra, como representado na figura. Suponha que em todas as partidas algum saque desse jogador atinja a mesma altura do seu recorde.



A equipe desse jogador participou de um torneio de voleibol no qual jogou cinco partidas, cada uma delas em um ginásio diferente. As alturas dos tetos desses ginásios, em relação aos pisos das quadras, são:

- ginásio I: 17 m;
- ginásio II: 18 m;
- ginásio III: 19 m;
- ginásio IV: 21 m;
- ginásio V: 40 m.

O saque desse atleta foi invalidado

A apenas no ginásio I.

B apenas nos ginásios I e II.

C apenas nos ginásios I, II e III.

D apenas nos ginásios I, II, III e IV.

E em todos os ginásios.

Resolução **Resposta: D**

O vértice tem $x_v = -b/(2a) = -7$ e altura $y_v = 121/6$ m acima do eixo. Somando os 1,5 m de elevação do eixo, a altura máxima é $121/6 + 3/2 = 65/3 \approx 21{,}67$ m. O saque atinge os tetos dos ginásios I, II, III e IV.

Item 114

2022 | R1-336

Fonte: referência 1, página 152.

Questão 336 (H23 | ENEM 2022) **Dificuldade 737,3**

Ao analisar os dados de uma epidemia em uma cidade, peritos obtiveram um modelo que avalia a quantidade de pessoas infectadas a cada mês, ao longo de um ano. O modelo é dado por $p(t) = -t^2 + 10t + 24$, sendo t um número natural, variando de 1 a 12, que representa os meses do ano, e p(t) a quantidade de pessoas infectadas no mês t do ano. Para tentar diminuir o número de infectados no próximo ano, a Secretaria Municipal de Saúde decidiu intensificar a propaganda oficial sobre os cuidados com a epidemia. Foram apresentadas cinco propostas (I, II, III, IV e V) com diferentes períodos de intensificação das propagandas:

- I: $1 \leq t \leq 2$;
- II: $3 \leq t \leq 4$;
- III: $5 \leq t \leq 6$;
- IV: $7 \leq t \leq 9$;
- V: $10 \leq t \leq 12$.

A sugestão dos peritos é que seja escolhida a proposta cujo período de intensificação da propaganda englobe o mês em que, segundo o modelo, há a maior quantidade de infectados. A sugestão foi aceita.

A proposta escolhida foi a

(A) I.

(B) II.

(C) III.

(D) IV.

(E) V.

Resolução **Resposta: C**

A parábola tem concavidade para baixo e vértice no mês $t = -10/[2(-1)] = 5$. A proposta que inclui maio é a III, que abrange os meses 5 e 6.

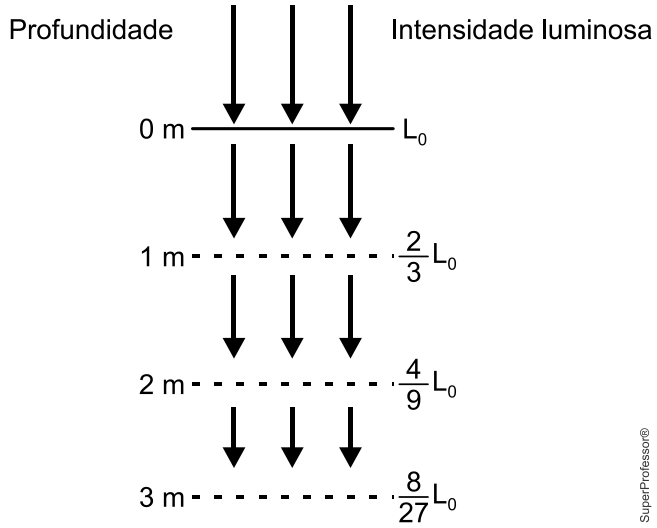
Item 115

2023 | R1-456

Fonte: referência 1, página 213.

Questão 456 (Habilidade 2) **Dificuldade 577,8**

O esquema mostra como a intensidade luminosa decresce com o aumento da profundidade em um rio, sendo L_0 a intensidade na sua superfície.



Considere que a intensidade luminosa diminui, a cada metro acrescido na profundidade, segundo o mesmo padrão do esquema.

A intensidade luminosa correspondente à profundidade de 6 m é igual a

(A) $\frac{1}{9}L_0$.

(B) $\frac{16}{27}L_0$.

(C) $\frac{32}{243}L_0$.

(D) $\frac{64}{729}L_0$.

(E) $\frac{128}{2187}L_0$.

Resolução **Resposta: D**

A cada metro, permanece 2/3 da luminosidade anterior. Após seis metros, $L = L_0(2/3)^6 = (64/729)L_0$.

Item 116

2023 | R1-457

Fonte: referência 1, página 213.

Questão 457 (Habilidade 19) **Dificuldade 586,0**

Para concretar a laje de sua residência, uma pessoa contratou uma construtora. Tal empresa informa que o preço y do concreto bombeado é composto de duas partes: uma fixa, chamada de taxa de bombeamento, e uma variável, que depende do volume x de concreto utilizado.

Sabe-se que a taxa de bombeamento custa R$ 500,00 e que o metro cúbico do concreto bombeado é de R$ 250,00.

A expressão que representa o preço y em função do volume x, em metro cúbico, é

(A) y = 250x.

(B) y = 500x.

(C) y = 750x.

(D) y = 250x + 500.

(E) y = 500x + 250.

Resolução **Resposta: D**

O preço total é a soma da taxa fixa de 500 reais com 250 reais por metro cúbico utilizado: $y = 250x + 500$.

Item 117

2023 | R1-462

Fonte: referência 1, página 215.

Questão 462 (Habilidade 23) **Dificuldade 627,7**

Um agricultor é informado sobre um método de proteção para sua lavoura que consiste em inserir larvas específicas, de rápida reprodução. A reprodução dessas larvas faz com que sua população multiplique-se por 10 a cada 3 dias e, para evitar eventuais desequilíbrios, é possível cessar essa reprodução aplicando-se um produto X.

O agricultor decide iniciar esse método com 100 larvas e dispõe de 5 litros do produto X, cuja aplicação recomendada é de exatamente 1 litro para cada população de 200 000 larvas. A quantidade total do produto X de que ele dispõe deverá ser aplicada de uma única vez.

Quantos dias após iniciado esse método o agricultor deverá aplicar o produto X?

A 2

B 4

C 6

D 12

E 18

Resolução **Resposta: D**

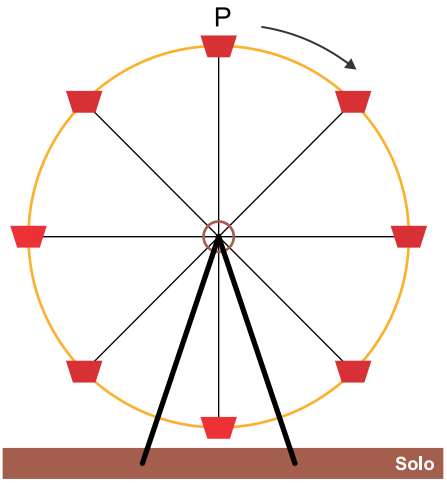
Os 5 litros tratam $5 \cdot 200000 = 1000000$ larvas. A população é $100 \cdot 10^{d/3}$. Igualando a 10^6, vem $10^{d/3} = 10^4$, de onde $d = 12$ dias.

Item 118

Fonte: referência 1, página 217.

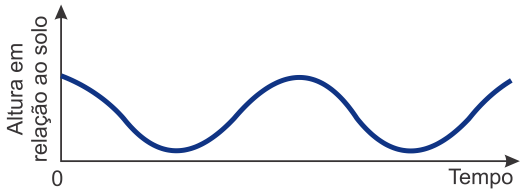
Questão 467 (Habilidade 15) **Dificuldade 652,4**

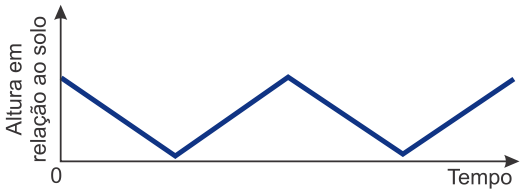
A figura ilustra uma roda-gigante no exato instante em que a cadeira onde se encontra a pessoa P está no ponto mais alto dessa roda-gigante.

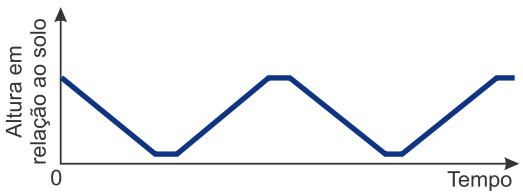


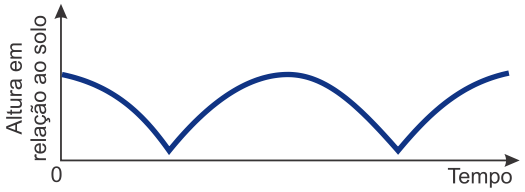
Com o passar do tempo, à medida que a roda-gigante gira, com velocidade angular constante e no sentido horário, a altura da cadeira onde se encontra a pessoa P, em relação ao solo, vai se alterando.

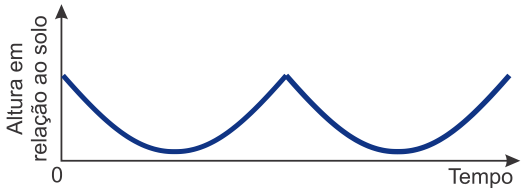
O gráfico que melhor representa a variação dessa altura, em função do tempo, contado a partir do instante em que a cadeira da pessoa P se encontra na posição mais alta da roda-gigante, é

A


B


C


D


E


Item 118 – resolução 2023 / R1-467

Resolução **Resposta: A**

Com giro uniforme, a altura varia periodicamente como uma função cosseno. No instante inicial, ela é máxima e passa a diminuir suavemente, alcançando mínimos e máximos de forma repetida. O gráfico com essas características é A.

Item 119

2023 | R1-472

Fonte: referência 1, página 218.

Questão 472 (Habilidade 21) **Dificuldade 683,0**

O metrô de um município oferece dois tipos de tíquetes com colorações diferentes, azul e vermelha, sendo vendidos em cartelas, cada qual com nove tíquetes da mesma cor e mesmo valor unitário. Duas cartelas de tíquetes azuis e uma cartela de tíquetes vermelhos são vendidas por R$ 32,40. Sabe-se que o preço de um tíquete azul menos o preço de um tíquete vermelho é igual ao preço de um tíquete vermelho mais cinco centavos.

Qual o preço, em real, de uma cartela de tíquetes vermelhos?

A 4,68

B 6,30

C 9,30

D 10,50

E 10,65

Resolução **Resposta: B**

Se os tíquetes azul e vermelho valem a e r, então $18a + 9r = 32{,}40$ e $a - r = r + 0{,}05$. Logo, $a = 2r + 0{,}05$ e $45r = 31{,}50$, dando $r = 0{,}70$. Uma cartela vermelha custa $9 \cdot 0{,}70 = 6{,}30$ reais.

Item 120

Fonte: referência 1, página 224.

Questão 488 (Habilidade 5) **Dificuldade 755,6**

Um pescador tem um custo fixo diário de R$ 900,00 com combustível, iscas, manutenção de seu barco e outras pequenas despesas. Ele vende cada quilograma de peixe por R$ 5,00. Sua meta é obter um lucro mínimo de R$ 800,00 por dia. Sozinho, ele consegue, ao final de um dia de trabalho, pescar 180 kg de peixe, o que é suficiente apenas para cobrir o custo fixo diário. Portanto, precisa contratar ajudantes, pagando para cada um R$ 250,00 por dia de trabalho. Além desse valor, 4% da receita obtida pela venda de peixe é repartida igualmente entre os ajudantes. Considerando o tamanho de seu barco, ele pode contratar até 5 ajudantes. Ele sabe que com um ajudante a pesca diária é de 300 kg e que, a partir do segundo ajudante contratado, aumenta-se em 100 kg a quantidade de peixe pescada por ajudante em um dia de trabalho.

A quantidade mínima de ajudantes que esse pescador precisa contratar para conseguir o lucro diário pretendido é

A 1.

B 2.

C 3.

D 4.

E 5.

Resolução **Resposta: D**

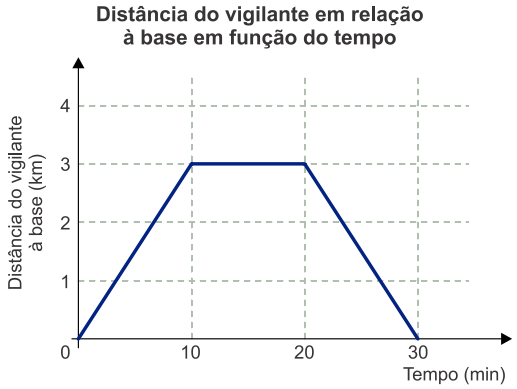
Com $n \geq 1$ ajudantes, a pesca é $300+100(n-1) = 200+100n$ kg e a receita, $1000+500n$. O lucro é $0{,}96(1000+500n) - 900 - 250n = 60+230n$. Para obter pelo menos 800 reais, $n \geq 740/230 \approx 3{,}22$. São necessários 4 ajudantes.

Item 121

Fonte: referência 1, página 225.

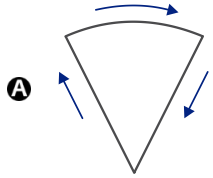
Questão 489 (Habilidade 6) **Dificuldade 757,7**

Uma empresa de segurança domiciliar oferece o serviço de patrulha noturna, no qual vigilantes em motocicletas fazem o monitoramento periódico de residências. A empresa conta com uma base, de onde acompanha o trajeto realizado pelos vigilantes durante as patrulhas e orienta o deslocamento de equipes de reforço quando necessário. Numa patrulha rotineira, sem ocorrências, um vigilante conduziu sua motocicleta a uma velocidade constante durante todo o itinerário estabelecido, levando 30 minutos para conclusão. De acordo com os registros do GPS alocado na motocicleta, a distância da posição do vigilante à base, ao longo do tempo de realização do trajeto, é descrita pelo gráfico.

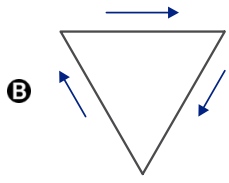


A vista superior da trajetória realizada pelo vigilante durante a patrulha registrada no gráfico é descrita pela representação

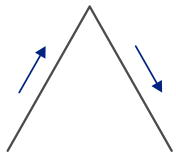
A



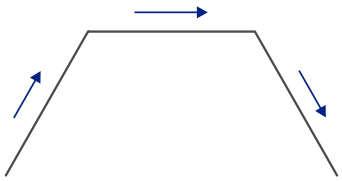
B



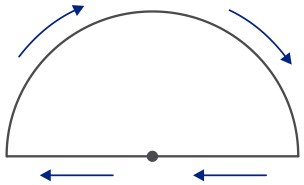
C



D



E



Item 121 – resolução 2023 / R1-489

Resolução **Resposta: A**

O gráfico registra a distância à base, não a distância percorrida. Os trechos crescentes correspondem a afastamento; o patamar, a um arco centrado na base; os trechos decrescentes, ao retorno. Com velocidade constante, a trajetória que combina essas partes nos tempos indicados é A.

Item 122

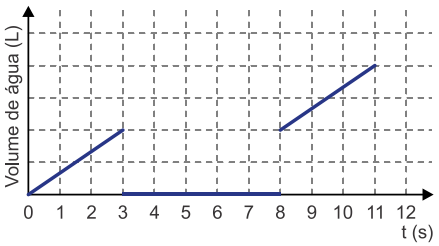
Fonte: referência 1, página 226.

Questão 491 (Habilidade 15) **Dificuldade 784,3**

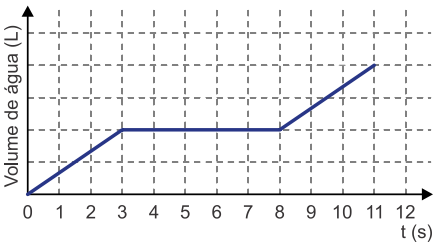
Estudantes trabalhando com robótica criaram uma "torneira inteligente" que automatiza sua abertura e seu fechamento durante a limpeza das mãos. A tecnologia funciona da seguinte forma: ao se colocarem as mãos sob a torneira, ela libera água durante 3 segundos para que a pessoa possa molhá-las. Em seguida, interrompe o fornecimento de água por 5 segundos, enquanto a pessoa ensaboa suas mãos, e finaliza o ciclo liberando água para o enxágue por mais 3 segundos. Considere o tempo (t), em segundo, contado a partir do instante em que se inicia o ciclo. A vazão de água nessa torneira é constante.

Um esboço de gráfico que descreve o volume de água acumulado, em litro, liberado por essa torneira durante um ciclo de lavagem das mãos, em função do tempo (t), em segundo, é

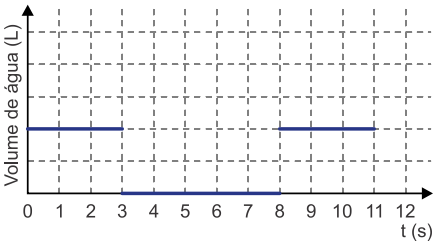
A



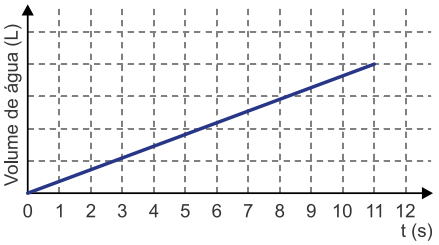
B



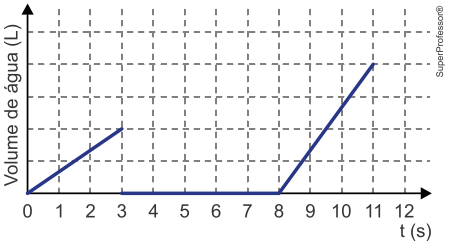
C



D



E



Item 122 – resolução 2023 / R1-491

Resolução **Resposta: B**

O volume acumulado cresce linearmente nos primeiros 3 s, fica constante de 3 a 8 s e volta a crescer com a mesma inclinação de 8 a 11 s. O gráfico é contínuo e nunca diminui: alternativa B.

Item 123

Fonte: referência 1, página 227.

Questão 493 (Habilidade 22) **Dificuldade 800,1**

A exposição a alguns níveis sonoros pode causar lesões auditivas. Por isso, em uma indústria, são adotadas medidas preventivas de acordo com a máquina que o funcionário opera e o nível N de intensidade do som, medido em decibel (dB), a que o operário é exposto, sendo $N = \log_{10} I^{10} - \log_{10} I_0^{10}$, I a intensidade do som e $I_0 = 10^{-12}\ W/m^2$.

Disponível em: www.sofisica.com.br. Acesso em: 8 jul. 2015 (adaptado).

Quando o som é considerado baixo, ou seja, N = 48 dB ou menos, deve ser utilizada a medida preventiva I. No caso de o som ser moderado, quando N está no intervalo (48 dB, 55 dB), deve ser utilizada a medida preventiva II. Quando o som é moderado alto, que equivale a N no intervalo (55 dB, 80 dB), a medida preventiva a ser usada é a III. Se N estiver no intervalo (80 dB, 115 dB), quando o som é considerado alto, deve ser utilizada a medida preventiva IV. E se o som é considerado muito alto, com N maior que 115 dB, deve-se utilizar a medida preventiva V.

Uma nova máquina, com $I = 8 \times 10^{-8}\ W/m^2$, foi adquirida e será classificada de acordo com o nível de ruido que produz.

Considere 0,3 como aproximação para $\log_{10} 2$.

O funcionário que operará a nova máquina deverá adotar a medida preventiva

A I.

B II.

C III.

D IV.

E V.

Resolução **Resposta: B**

A expressão corresponde a $N = 10 \log_{10}(I/I_0)$. Com $I/I_0 = 8 \cdot 10^4$, temos $N = 10(\log 8 + 4) \approx 10(0{,}9 + 4) = 49$ dB. Esse nível pertence ao intervalo entre 48 e 55 dB: medida II.

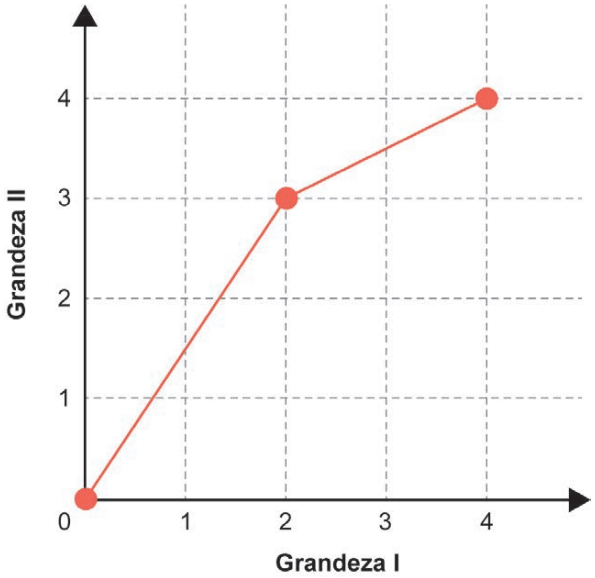
Item 124

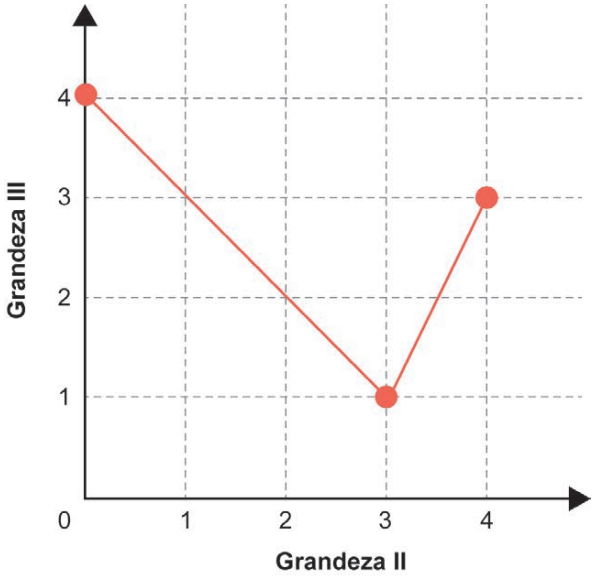
2024 | O2024-141

Fonte: INEP, caderno azul, página 17; questão 141.

QUESTÃO 141

Três grandezas (I, II e III) se relacionam entre si. Os gráficos a seguir, formados por segmentos de reta, descrevem as relações de dependência existentes entre as grandezas I e II, e entre as grandezas II e III.





O valor máximo assumido pela grandeza III, quando a grandeza I varia de 1 a 3, é

A 1,0.
B 2,5.
C 3,0.
D 3,5.
E 4,0.

Resolução **Resposta: B**

Quando I vai de 1 a 3, o primeiro gráfico faz II variar de 1,5 a 3,5. No segundo, III vale 2,5 em II = 1,5, cai até 1 e depois sobe até 2 em II = 3,5. Portanto, o máximo nesse intervalo é 2,5.

Item 125

2024 | O2024-146

Fonte: INEP, caderno azul, página 19; questão 146.

QUESTÃO 146

Um fazendeiro pretende construir um galinheiro ocupando uma região plana de formato retangular, com lados de comprimentos *L* metro e *C* metro. Os lados serão cercados por telas de tipos diferentes. Nos lados de comprimento *L* metro, será utilizada uma tela cujo metro linear custa R$ 20,00, enquanto, nos outros dois lados, uma que custa R$ 15,00. O fazendeiro quer gastar, no máximo, R$ 6 000,00 na compra de toda a tela necessária para o galinheiro, e deseja que o galinheiro tenha a maior área possível.

Qual será a medida, em metro, do maior lado do galinheiro?

A 85
B 100
C 175
D 200
E 350

Resolução **Resposta: B**

O custo da cerca é $40L + 30C = 6000$, logo $C = 200 - 4L/3$. A área é $A = 200L - 4L^2/3$, máxima em $L = 75$ m. Assim, $C = 100$ m, que é o lado maior.

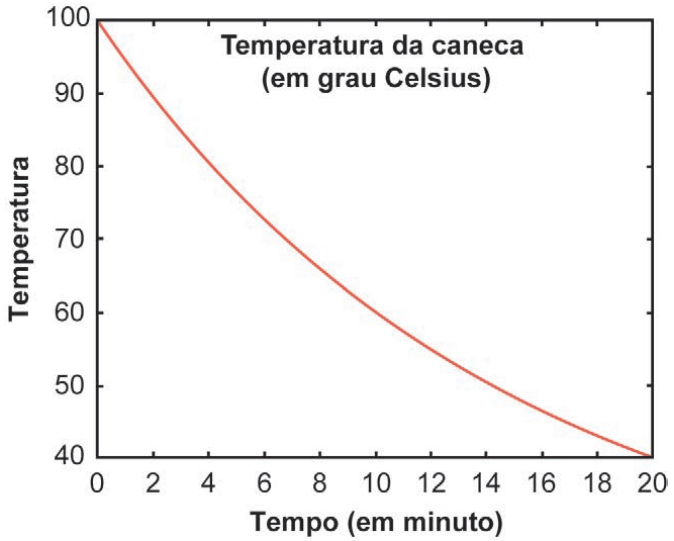
Item 126

2024 | O2024-148

Fonte: INEP, caderno azul, página 19; questão 148.

QUESTÃO 148

Uma caneca com água fervendo é retirada de um forno de micro-ondas. A temperatura T, em grau Celsius, da caneca, em função do tempo t, em minuto, pode ser modelada pela função $T(t) = a + 80\,b^t$, representada no gráfico a seguir.



Os valores das constantes a e b são

A $a = 20;\ b = \log(0{,}5)$

B $a = 100;\ b = 0{,}5$

C $a = 20;\ b = (0{,}5)^{\frac{1}{10}}$

D $a = 20;\ b = \dfrac{(40)^{\frac{1}{10}}}{80}$

E $a = 20;\ b = 40$

Resolução **Resposta: C**

Em $t = 0$, $100 = a + 80$, logo $a = 20$. Pelo ponto $(20, 40)$, $40 = 20 + 80b^{20}$, dando $b^{20} = 1/4$. Portanto, $b = (1/2)^{1/10}$.

Item 127

2024 | O2024-156

Fonte: INEP, caderno azul, página 21; questão 156.

QUESTÃO 156

O uso de aplicativos de transporte tem sido uma alternativa à população que busca preços mais competitivos para se locomover, principalmente nas grandes cidades. As formas usadas para determinar o valor cobrado por cada viagem variam de um aplicativo para outro, mas, em geral, o valor V a ser pago, em real, varia em função de:

- tarifa base F: valor fixo, em real, cobrado no início da viagem;
- tempo T: tempo, em minuto, de duração da viagem;
- distância D: distância percorrida, em quilômetro.

Um desses aplicativos cobra R$ 2,00 de valor fixo, acrescido de R$ 0,26 por minuto de viagem e de R$ 1,40 por quilômetro rodado.

Nessas condições, a expressão que fornece o valor V a ser pago por uma viagem desse aplicativo é

A $2{,}00F + 0{,}26T + 1{,}40D$
B $2{,}00 + 0{,}26T + 1{,}40D$
C $2{,}00 + 0{,}26T + D$
D $0{,}26T + 1{,}40D$
E $F + T + D$

Resolução **Resposta: B**

Some o valor fixo de 2 reais, a cobrança de $0{,}26T$ pelo tempo e a de $1{,}40D$ pela distância: $V = 2{,}00 + 0{,}26T + 1{,}40D$.

Item 128

2024 | O2024-168

Fonte: INEP, caderno azul, página 26; questão 168.

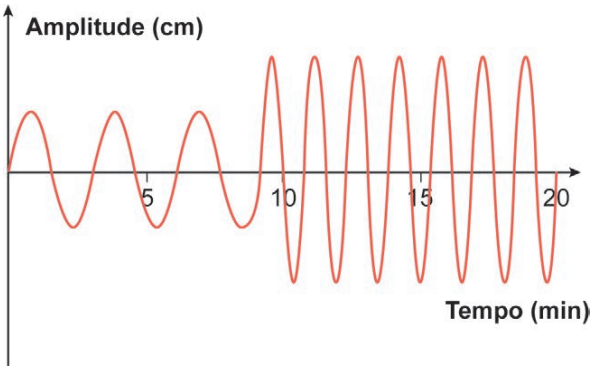
QUESTÃO 168

Projetistas de uma fábrica de amortecedores realizaram uma série de experimentos que produziram oscilações semelhantes ao comportamento do gráfico de uma senoide, para qualquer tipo de estrada. Cada experimento teve duração de 20 minutos, sendo os 9 primeiros minutos em superfície que simula uma rodovia asfaltada, e os 11 minutos restantes em superfície que simula uma estrada de chão.

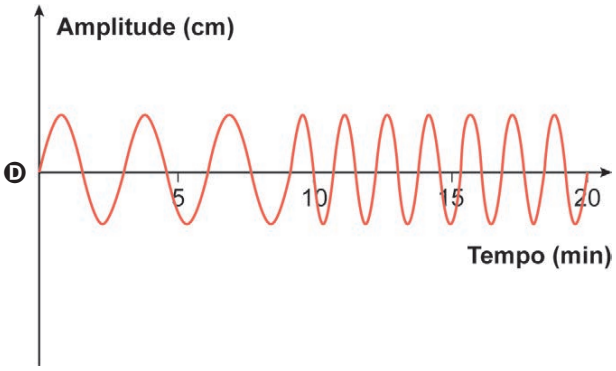
Para os amortecedores serem aprovados no experimento, exige-se que as amplitudes das ondas oscilatórias, em cada tipo de superfície, sejam constantes e, ainda, que a amplitude da oscilação do amortecedor no asfalto seja menor do que sua amplitude da oscilação na estrada de chão.

O tipo de gráfico que descreve o comportamento oscilatório de um amortecedor aprovado nesse experimento é

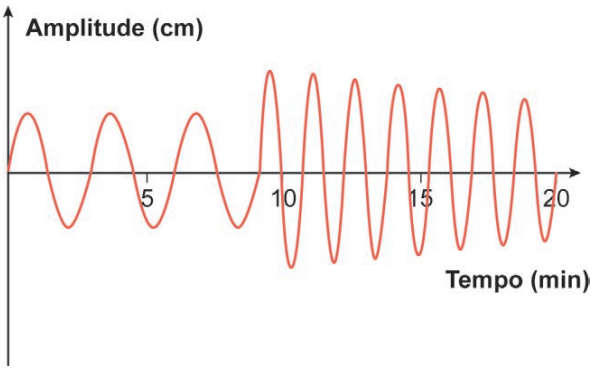
A



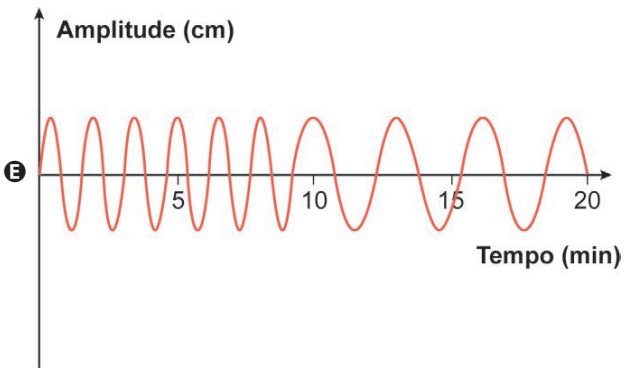
D



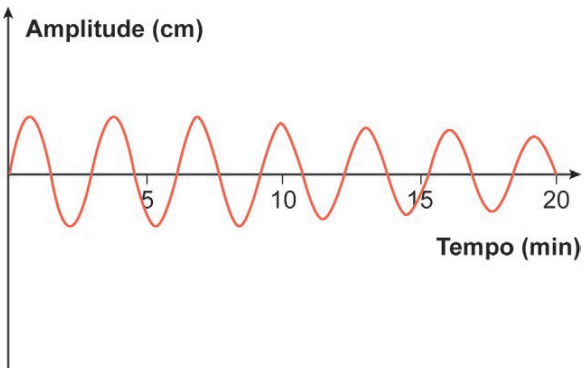
B



E



C



Item 128 – resolução 2024 / O2024-168

Resolução **Resposta: A**

A amplitude das oscilações representa o volume de ar movimentado. Nos primeiros 9 minutos ela deve ser constante e menor; nos 11 minutos seguintes, constante e maior. A frequência das oscilações pode continuar igual. O gráfico A apresenta essas duas etapas.

Item 129

2024 | O2024-170

Fonte: INEP, caderno azul, página 27; questão 170.

QUESTÃO 170

Em uma região com grande incidência de terremotos, observou-se que dois terremotos ocorridos apresentaram magnitudes M_1 e M_2, medidos segundo a escala Richter, e liberaram energias iguais a E_1 e E_2, respectivamente. Entre os estudiosos do assunto, é conhecida uma expressão algébrica relacionando esses valores dada por

$$M_2 - M_1 = \frac{2}{3} log\left(\frac{E_2}{E_1}\right)$$

Estudos mais abrangentes observaram que o primeiro terremoto apresentou a magnitude $M_1 = 6{,}9$ e a energia liberada foi um décimo da observada no segundo terremoto.

O valor aproximado da magnitude M_2 do segundo terremoto, expresso com uma casa decimal, é igual a

A 5,4.
B 6,2.
C 7,6.
D 8,2.
E 8,4.

Resolução **Resposta: C**

Subtraindo as expressões das magnitudes, $M_2 - M_1 = (2/3)\log(E_2/E_1)$. Como a energia aumenta dez vezes, a diferença é $(2/3)\log 10 = 2/3$. Assim, $M_2 = 6{,}9 + 2/3 \approx 7{,}6$.

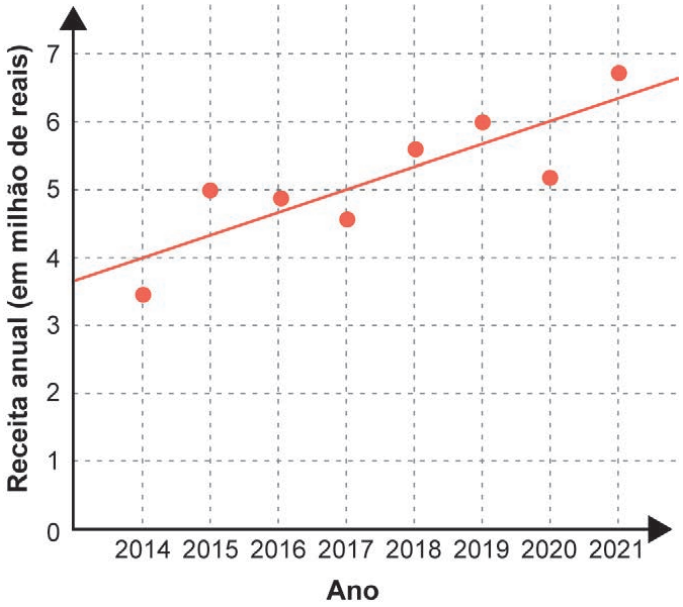
Item 130

2024 | O2024-176

Fonte: INEP, caderno azul, página 30; questão 176.

QUESTÃO 176

As receitas anuais obtidas por uma indústria no período de 2014 a 2021, em milhão de reais, foram registradas, por pontos, em um gráfico. Nele, também está representada a reta que descreve a tendência de evolução das receitas. Essa reta pode ser utilizada para estimar as receitas dos anos seguintes.



A estimativa da receita, em milhão de reais, dessa indústria, para o ano de 2026, obtida a partir dessa reta de tendência, é

A) 7.
B) 8.
C) 9.
D) 10.
E) 11.

Resolução **Resposta: B**

A reta de tendência passa por 5 milhões em 2017 e 6 milhões em 2020. O aumento é de 1/3 de milhão por ano. De 2020 a 2026 são 6 anos, correspondendo a mais 2 milhões. A projeção é de 8 milhões.

Item 131

2024 | O2024-177

Fonte: INEP, caderno azul, página 31; questão 177.

QUESTÃO 177

Uma empresa produz mochilas escolares sob encomenda. Essa empresa tem um custo total de produção, composto por um custo fixo, que não depende do número de mochilas, mais um custo variável, que é proporcional ao número de mochilas produzidas. O custo total cresce de forma linear, e a tabela apresenta esse custo para três quantidades de mochilas produzidas.

Quantidade de mochilas	30	50	100
Custo total (R$)	1 050,00	1 650,00	3 150,00

O custo total, em real, para a produção de 80 mochilas será

A 2 400,00.
B 2 520,00.
C 2 550,00.
D 2 700,00.
E 2 800,00.

Resolução **Resposta: C**

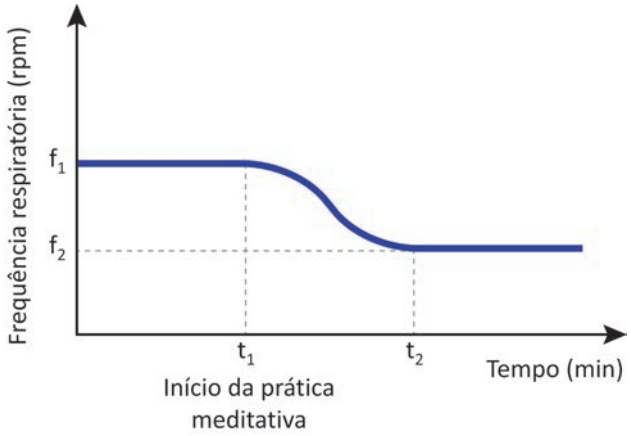
O custo variável por unidade é $(1650-1050)/(50-30) = 30$ reais. O custo fixo é $1050 - 30 \cdot 30 = 150$ reais. Para 80 unidades, $C(80) = 150 + 30 \cdot 80 = 2550$ reais.

Item 132

Fonte: INEP, caderno azul, página 19; questão 145.

QUESTÃO 145

Pesquisas na área de neurobiologia confirmam que a prática meditativa é responsável por diminuir consideravelmente a frequência respiratória para praticantes avançados, que, após iniciarem a meditação, têm suas frequências respiratórias reduzidas até se estabilizarem em um nível mais baixo. O gráfico apresenta a relação da frequência respiratória, em incursões de respirações por minuto (rpm), em relação ao tempo, em minuto, de um praticante avançado, em que (f_1) representa a frequência no instante t_1, no qual se inicia a prática meditativa; e (f_2), a frequência no instante t_2, a partir do qual esta se estabiliza durante a meditação.



Disponível em: www.redepsi.com.br. Acesso em: 3 dez. 2018 (adaptado).

A partir do instante t_1, em que se inicia a prática meditativa, o comportamento da frequência respiratória, em relação ao tempo,

A) mantém-se constante.
B) é diretamente proporcional ao tempo.
C) é inversamente proporcional ao tempo.
D) diminui até o instante t_2, a partir do qual se torna constante.
E) diminui de forma proporcional ao tempo, tanto entre t_1 e t_2 quanto após t_2.

Resolução **Resposta: D**

A frequência respiratória é o número de ciclos por unidade de tempo. No intervalo de redução da frequência, os ciclos ficam progressivamente mais espaçados; depois, o espaçamento se mantém constante. Esse padrão aparece no gráfico D.

Item 133

2025 | O2025-160

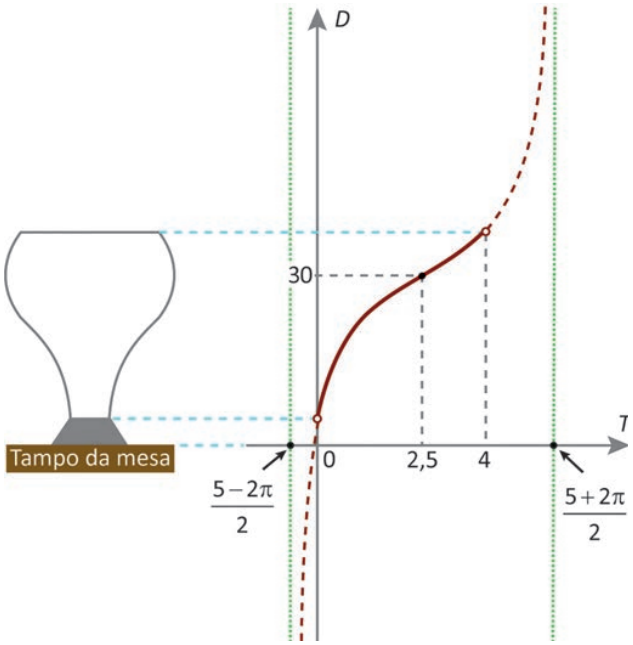
Fonte: INEP, caderno azul, página 24; questão 160.

QUESTÃO 160

Um recipiente tem um formato que faz com que, ao se enchido de água com uma vazão constante, a distância D da lâmina de água ao tampo da mesa, em centímetro, aumente em relação ao tempo T, em minuto, de acordo com uma função do tipo

$$D = k + \text{tg}[p(T + m)],$$

sendo os parâmetros k, p e m números reais, para T variando entre 0 e 4 minutos, conforme ilustrado na figura, na qual estão apresentadas assíntotas verticais da função tangente utilizada na definição de D.



A expressão algébrica que representa a relação entre D e T é

A $D = 2{,}5 + \text{tg}\left[30\left(T - \frac{5-2\pi}{2}\right)\right]$

B $D = 4 + \text{tg}\left[30\left(T + \frac{5}{2}\right)\right]$

C $D = 4 + \text{tg}\left[2{,}5\left(T + \frac{5+2\pi}{2}\right)\right]$

D $D = 30 + \text{tg}\left[\frac{1}{2}(T - 5)\right]$

E $D = 30 + \text{tg}\left[\frac{1}{2}\left(T - \frac{5}{2}\right)\right]$

Resolução **Resposta: E**

O centro da tangente está em $(T, D) = (2{,}5, 30)$, logo $k = 30$ e $m = -2{,}5$. As assíntotas estão em $T = 2{,}5 \pm \pi$, separadas por 2π. Como o período de $\tan(pT)$ é π/p, temos $p = 1/2$. Assim, $D = 30 + \tan[\frac{1}{2}(T - \frac{5}{2})]$, alternativa E.

Item 134

2025 | O2025-162

Fonte: INEP, caderno azul, página 24; questão 162.

QUESTÃO 162

Uma empresa produziu, em um determinado mês, 110 toneladas de plástico a partir de derivados de petróleo e 80 toneladas a partir de plásticos reciclados. O custo para reciclar uma tonelada de plástico é de R$ 500,00, que equivale a 5% do custo para produzir a mesma quantidade de plástico a partir de derivados de petróleo. Para o mês seguinte, a meta dessa empresa é produzir a mesma quantidade de plástico que foi produzida nesse mês, mas com redução de, pelo menos, 50% no custo de produção.

Para que no mês seguinte a empresa atinja a meta, a quantidade mínima de toneladas de plástico que devem ser produzidas a partir de reciclagem deverá ser

A 135.
B 140.
C 155.
D 160.
E 175.

Resolução **Resposta: B**

Produzir uma tonelada de plástico novo custa $500/0{,}05 = 10000$ reais. O custo atual é $110 \cdot 10000 + 80 \cdot 500 = 1140000$ reais; a meta é no máximo 570000. Se x das 190 toneladas forem recicladas, $500x + 10000(190 - x) \leq 570000$. Logo, $9500x \geq 1330000$ e $x \geq 140$. São necessárias pelo menos 140 toneladas recicladas.

Item 135

2025 | O2025-172

Fonte: INEP, caderno azul, página 29; questão 172.

QUESTÃO 172

Um empresário utiliza máquinas cuja pressão interna P, em atmosfera, depende do tempo contínuo de utilização t, em hora, e de um parâmetro positivo K, que define o modelo da máquina, segundo a expressão:

$$P = 4 \cdot \log[-K \cdot (t+1) \cdot (t-19)]$$

O fabricante dessas máquinas recomenda ao usuário que a pressão interna desse tipo de máquina não ultrapasse 10 atmosferas durante seu funcionamento.

O empresário pretende comprar novas máquinas desse tipo que deverão funcionar, diariamente, por um período contínuo de 10 horas. Para isso, precisa definir o modelo de máquina a ser adquirida escolhendo o maior valor possível do parâmetro K, atendendo à recomendação do fabricante.

O maior valor a ser escolhido para K é

A $10^{0,5}$

B 10^{8}

C $\dfrac{10^{2,5}}{84}$

D $\dfrac{10^{2,5}}{99}$

E 25×10^{-2}

Resolução **Resposta: A**

No intervalo $0 \leq t \leq 10$, o produto $-(t+1)(t-19) = 100 - (t-9)^2$ tem máximo 100, em $t = 9$. Para a pressão nunca superar 10, basta e é necessário que $4\log(100K) \leq 10$. Logo, $100K \leq 10^{2,5}$ e $K \leq 10^{0,5}$. O maior valor permitido é $10^{0,5}$.

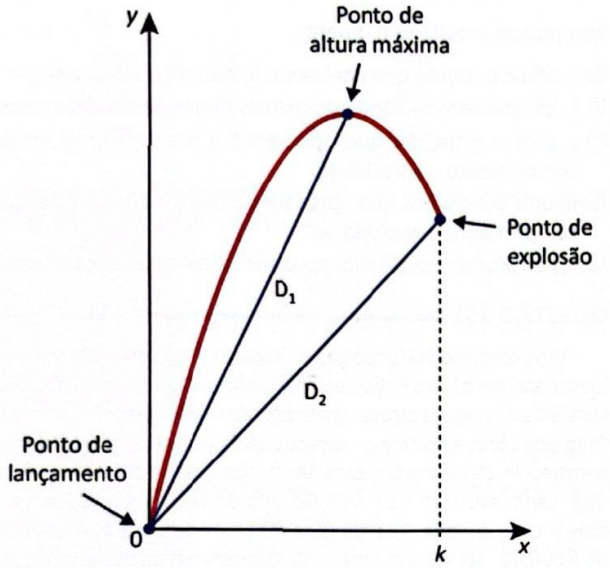
Item 136

2026 | O2026-152

Fonte: INEP, caderno amarelo, página 20; questão 152.

QUESTÃO 152

Uma empresa que produz sinalizadores realiza um teste de segurança de seus produtos. Esse teste consiste em registrar em um plano cartesiano, com os eixos graduados em metro, a trajetória parabólica do projétil lançado pelo sinalizador, e calcular os valores de dois parâmetros, D_1 (distância entre o ponto de lançamento e o ponto de altura máxima, em metro) e D_2 (distância entre o ponto de lançamento e o ponto de explosão, em metro), conforme representado na figura.



O nível de segurança do sinalizador é classificado de 1 (nível mínimo) a 5 (nível máximo), segundo os valores apurados para D_1 e D_2, conforme os critérios apresentados na tabela.

Nível de segurança	D_1	D_2
1	$D_1 < 23$	$D_2 < 23$
2	$23 \leq D_1 < 25$	$D_2 < 23$
3	$23 \leq D_1 < 25$	$23 \leq D_2 < 25$
4	$D_1 \geq 25$	$23 \leq D_2 < 25$
5	$D_1 \geq 25$	$D_2 \geq 25$

Em um teste de segurança, a trajetória do projétil lançado por um sinalizador foi modelada pela função $y = -0{,}24x^2 + 4{,}8x$ e apurou-se que $k = 15$.

De acordo com essa classificação, o nível de segurança desse sinalizador foi

A 1.
B 2.
C 3.
D 4.
E 5.

Item 136 – resolução 2026 / O2026-152

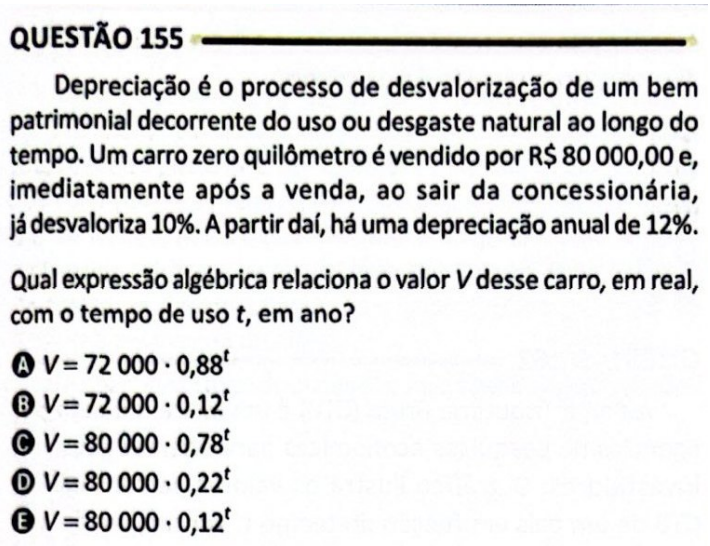
Resolução **Resposta: D**

O vértice de $y = -0{,}24x^2 + 4{,}8x$ tem $x_v = 4{,}8/0{,}48 = 10$ e $y_v = -24 + 48 = 24$; $D_1 = \sqrt{10^2 + 24^2} = 26 \geq 25$. Para $k = 15$: $y = -0{,}24 \cdot 225 + 72 = 18$; $D_2 = \sqrt{15^2 + 18^2} = \sqrt{549} \approx 23{,}4$, entre 23 e 25. A combinação $D_1 \geq 25$ e $23 \leq D_2 < 25$ é o nível 4.

Item 137

2026 | O2026-155

Fonte: INEP, caderno amarelo, página 21; questão 155.



QUESTÃO 155

Depreciação é o processo de desvalorização de um bem patrimonial decorrente do uso ou desgaste natural ao longo do tempo. Um carro zero quilômetro é vendido por R$ 80 000,00 e, imediatamente após a venda, ao sair da concessionária, já desvaloriza 10%. A partir daí, há uma depreciação anual de 12%.

Qual expressão algébrica relaciona o valor V desse carro, em real, com o tempo de uso t, em ano?

A $V = 72\,000 \cdot 0{,}88^t$
B $V = 72\,000 \cdot 0{,}12^t$
C $V = 80\,000 \cdot 0{,}78^t$
D $V = 80\,000 \cdot 0{,}22^t$
E $V = 80\,000 \cdot 0{,}12^t$

Resolução **Resposta: A**

Ao sair da loja, o carro vale $0{,}9 \cdot 80\,000 = 72\,000$. Depois perde 12% ao ano, isto é, é multiplicado por 0,88 a cada ano: $V = 72\,000 \cdot 0{,}88^t$.

Item 138

2026 | O2026-159

Fonte: INEP, caderno amarelo, página 21; questão 159.

QUESTÃO 159

Uma loja de roupas femininas vende apenas blusas e vestidos. O lucro é de R$ 10,00 em cada blusa e de R$ 30,00 em cada vestido, se estes forem comprados com dinheiro em espécie. Contudo, o lucro é 10% menor em cada peça que for comprada utilizando-se um cartão de crédito para o pagamento. Neste mês a loja conseguiu vender um total de 1 800 peças, sendo que todas as blusas e apenas um terço dos vestidos vendidos foram pagos com dinheiro.

Se x é a quantidade de blusas vendidas, a expressão que representa o lucro total obtido com as vendas do referido mês é

A) $21\,600 - 2x$
B) $48\,600 - 18x$
C) $50\,400 - 18x$
D) $52\,200 - 19x$
E) $54\,000 - 20x$

Resolução **Resposta: C**

Vestidos: $1800 - x$. Blusas (todas em dinheiro): $10x$. Vestidos em dinheiro, um terço: $30 \cdot \frac{1800-x}{3} = 10(1800 - x)$. Vestidos no cartão, dois terços, com lucro $0{,}9 \cdot 30 = 27$: $27 \cdot \frac{2(1800-x)}{3} = 18(1800 - x)$. Total: $10x + 28(1800 - x) = 50\,400 - 18x$.

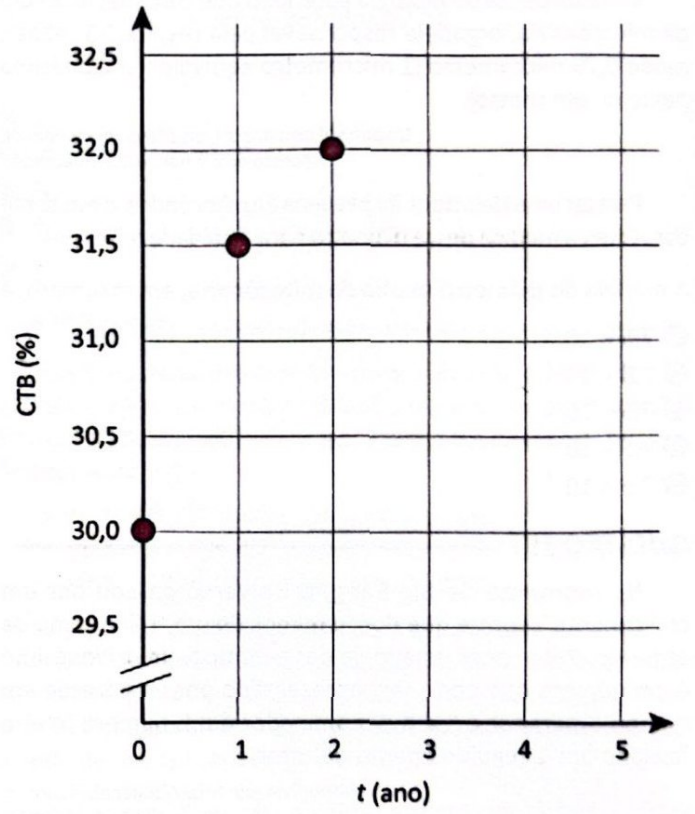
Item 139

2026 | O2026-162

Fonte: INEP, caderno amarelo, página 22; questão 162.

QUESTÃO 162

A Carga Tributária Bruta (CTB) é um índice utilizado por agências de pesquisas econômicas para orientar possíveis investidores. O gráfico ilustra os valores percentuais da CTB de um país em função do tempo t, em ano, sendo que $t = 0$ corresponde a 2021, $t = 1$ a 2022, $t = 2$ a 2023, e assim sucessivamente.



Com base nesses dados, uma agência fez uma extrapolação para estimar o valor percentual da CTB para 2026, considerando que esse índice varia segundo uma função quadrática.

O valor percentual da CTB estimado para 2026, obtido por essa agência, foi

A) 25,5.
B) 27,5.
C) 30,0.
D) 33,5.
E) 35,0.

Resolução **Resposta: B**

Seja $f(t) = at^2 + bt + c$ com $f(0) = 30$, $f(1) = 31{,}5$ e $f(2) = 32$. Então $a + b = 1{,}5$ e $4a + 2b = 2$, de onde $a = -0{,}5$ e $b = 2$. Para 2026, $t = 5$: $f(5) = -12{,}5 + 10 + 30 = 27{,}5$.

Item 140

2026 | O2026-163

Fonte: INEP, caderno amarelo, página 23; questão 163.

QUESTÃO 163

Uma padaria vende pizzas de calabresa e de frango. Há 3 funcionários nessa padaria: Ana, Carla e José. No sábado, Ana vendeu 6 pizzas de calabresa e 15 de frango, tendo recebido 780 reais por essas vendas; Carla vendeu 5 pizzas de calabresa e 8 de frango, pelas quais recebeu 470 reais; e José vendeu 4 pizzas de calabresa, porém não anotou a quantidade de pizzas de frango que vendeu, mas sabe que recebeu um total de 520 reais pela venda de pizzas.

Qual a quantidade total de pizzas que José vendeu nesse sábado?

A 4
B 5
C 13
D 14
E 18

Resolução **Resposta: D**

Sejam c e f os preços: $6c + 15f = 780$ e $5c + 8f = 470$. Da primeira, $2c + 5f = 260$; resolvendo, $f = 40$ e $c = 30$. José: $4 \cdot 30 = 120$; restam $520 - 120 = 400$, ou seja, $400/40 = 10$ pizzas de frango. Total: $4 + 10 = 14$.

Item 141

2026 | O2026-174

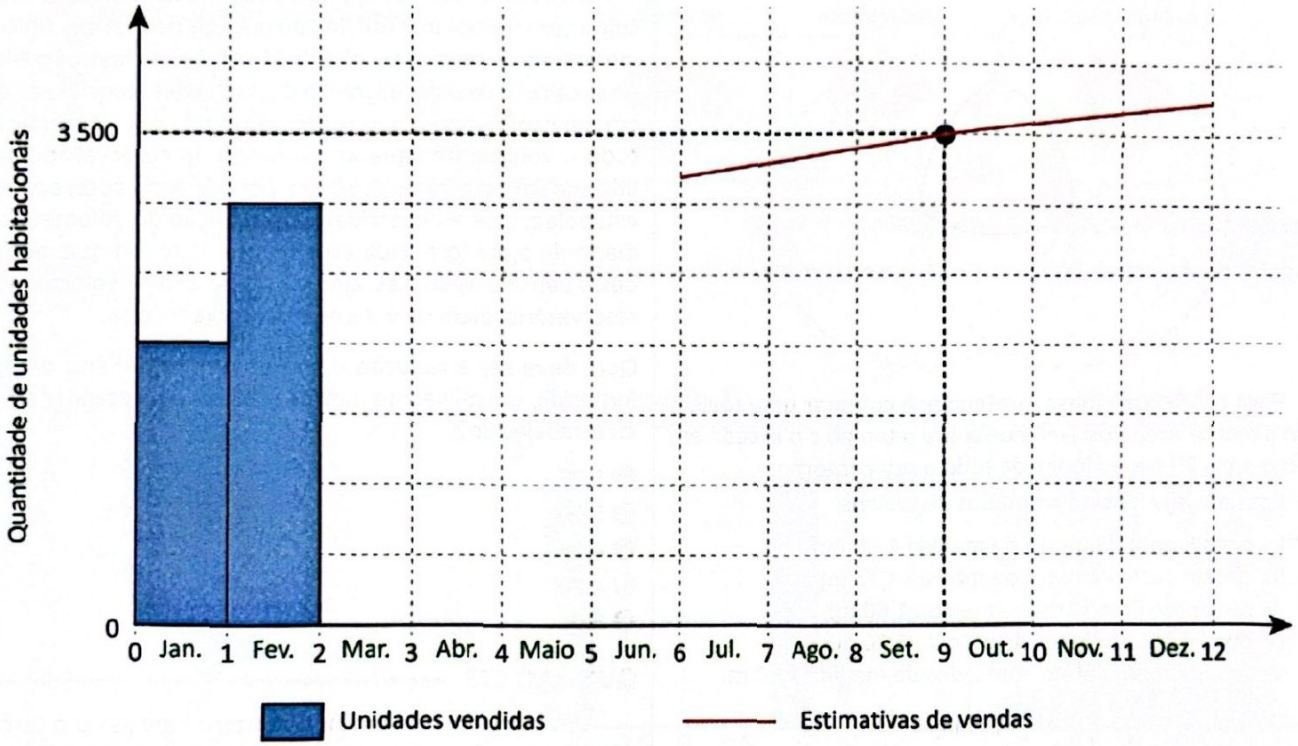
Fonte: INEP, caderno amarelo, página 28; questão 174.

QUESTÃO 174

O gráfico registra, sobre uma malha quadriculada, as quantidades de unidades habitacionais vendidas em um município, nos dois primeiros meses do ano, e a curva que fornece a estimativa E da quantidade de unidades vendidas nesse município, para o segundo semestre do mesmo ano, descrita pela função

$$E(n) = 1\,500 + 2\,000 \times \log_{10}(1 + n), \text{ com } 6 \leq n \leq 12,$$

sendo n o número que identifica o mês. Por exemplo, a estimativa da quantidade de unidades vendidas ao longo do mês de agosto é $E(8) = 1\,500 + 2\,000 \times \log_{10}(1 + 8)$.



Ao final do primeiro bimestre, calculou-se a média mensal de unidades vendidas nesse período e, para projetar o crescimento das vendas nesse ano, estimou-se a média mensal de unidades habitacionais que serão vendidas no último bimestre desse ano comparando-se essas duas médias.

Utilize $\log_{10} 12 = 1{,}079$ e $\log_{10} 13 = 1{,}114$.

Em quantas unidades a média de vendas estimada para o último bimestre superou a média calculada do primeiro bimestre?

A) 1 079
B) 1 193
C) 3 688
D) 10 000
E) 20 000

Item 141 – resolução 2026 / O2026-174

Resolução **Resposta: B**

Na malha, cada divisão vale 500 unidades: janeiro 2000 e fevereiro 3000; média do 1º bimestre: 2500. Último bimestre: $E(11) = 1500 + 2000 \cdot 1{,}079 = 3658$ e $E(12) = 1500 + 2000 \cdot 1{,}114 = 3728$; média 3693. Diferença: $3693 - 2500 = 1193$.

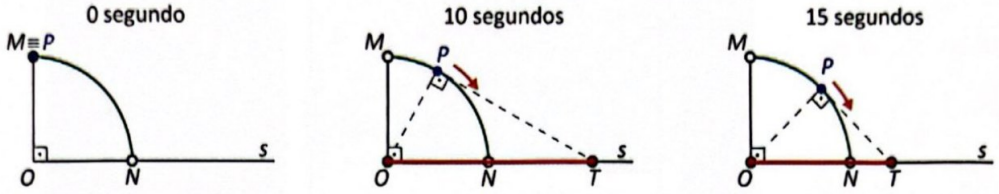
Item 142

2026 | O2026-175

Fonte: INEP, caderno amarelo, página 29; questão 175.

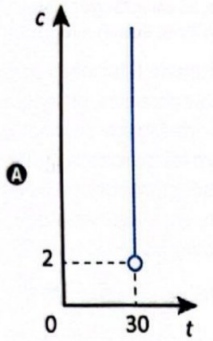
QUESTÃO 175

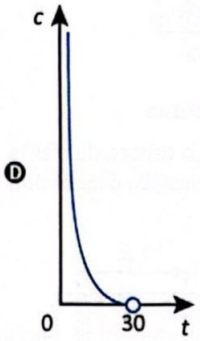
Uma câmera *P*, com ângulo de visão de 90°, leva 30 segundos para se deslocar do ponto *M* ao ponto *N*, no sentido horário e em velocidade angular constante, sobre um trilho em formato de um quarto de circunferência, com 2 m de raio e centro no ponto *O*. Ao iniciar o movimento, ela é ligada e inicia a captura da imagem do segmento *OT*, que é parte da semirreta *s*, que tem origem no ponto *O* e é perpendicular ao segmento *OM*, conforme os esquemas.

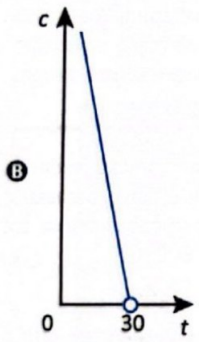


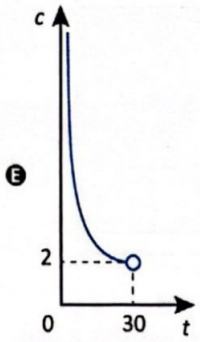
A câmera é desligada no instante em que chega ao ponto *N*.

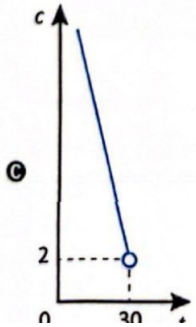
O gráfico que descreve a relação entre o comprimento *c*, em metro, do segmento *OT*, e o tempo *t*, em segundo, durante o período em que a câmera fica ligada é











Item 142 – resolução 2026 / O2026-175

Resolução **Resposta: E**

Com velocidade angular constante, P percorre 90° em 30 s; após t s, $\theta = \angle MOP = 3t$ graus. Como o ângulo de visão é reto em P e um lado passa por O, o triângulo OPT é retângulo em P, com $\angle POT = 90^\circ - \theta$: $c = OT = \dfrac{2}{\cos(90^\circ - \theta)} = \dfrac{2}{\operatorname{sen}\theta}$. Para $t \to 0$, c cresce sem limite; c decresce e tende a 2 quando $t \to 30$ (instante excluído). Gráfico E.

Sequências, PA e PG

Tema 06 | 20 itens com resoluções.

Item 001

2008 | R3-08-07

Fonte: referência 3, página 69.

7. (Enem 2008) Fractal (do latim *fractus*, fração, quebrado) - objeto que pode ser dividido em partes que possuem semelhança com o objeto inicial. A geometria fractal, criada no século XX, estuda as propriedades e o comportamento dos fractais - objetos geométricos formados por repetições de padrões similares.
O triângulo de Sierpinski, uma das formas elementares da geometria fractal, pode ser obtido por meio dos seguintes passos:

1. comece com um triângulo equilátero (figura 1);
2. construa um triângulo em que cada lado tenha a metade do tamanho do lado do triângulo anterior e faça três cópias;
3. posicione essas cópias de maneira que cada triângulo tenha um vértice comum com um dos vértices de cada um dos outros dois triângulos, conforme ilustra a figura 2;
4. repita sucessivamente os passos 2 e 3 para cada cópia dos triângulos obtidos no passo 3 (figura 3).

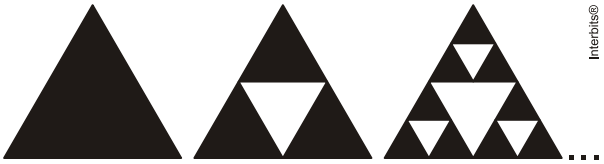


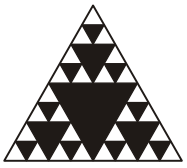
Figura 1 Figura 2 Figura 3

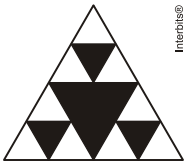
De acordo com o procedimento descrito, a figura 4 da sequência apresentada acima é

a) 

b) 

c) 

d) 

e) 

Resolução

Resposta: C

Resposta da questão 7:
[C]

O número de triângulos pretos em cada passo constitui a PG $(1, 3, 9, 27, \ldots)$.

A alternativa (C) é a única que apresenta 27 triângulos pretos.

Resolução reproduzida da referência 3.

Item 002

2010 | R3-08-04

Fonte: referência 3, página 68.

4. (Enem 2ª aplicação 2010) Nos últimos anos, a corrida de rua cresce no Brasil. Nunca se falou tanto no assunto como hoje, e a quantidade de adeptos aumenta progressivamente, afinal, correr traz inúmeros benefícios para a saúde física e mental, além de ser um esporte que não exige um alto investimento financeiro.

Disponível em:http://www.webrun.com.br. Acesso em: 28 abr. 2010.

Um corredor estipulou um plano de treinamento diário, correndo 3 quilômetros no primeiro dia e aumentando 500 metros por dia, a partir do segundo. Contudo, seu médico cardiologista autorizou essa atividade até que o corredor atingisse, no máximo, 10 km de corrida em um mesmo dia de treino. Se o atleta cumprir a recomendação médica e praticar o treinamento estipulado corretamente em dias consecutivos, pode-se afirmar que esse planejamento de treino só poderá ser executado em, exatamente,

a) 12 dias.
b) 13 dias.
c) 14 dias.
d) 15 dias.
e) 16 dias.

Resolução

Resposta: D

Resposta da questão 4:
[D]

As distâncias percorridas pelo corredor constituem a progressão aritmética $(3; 3{,}5; 4; \ldots; 10)$.

Se n denota o número de dias para que o planejamento seja executado, temos que

$$10 = 3 + (n-1)\cdot 0{,}5 \Leftrightarrow 7\cdot 2 = n - 1 \Leftrightarrow n = 15.$$

Resolução reproduzida da referência 3.

Item 003

2010 | R3-08-05

Fonte: referência 3, página 68.

5. (Enem 2010) Uma professora realizou uma atividade com seus alunos utilizando canudos de refrigerante para montar figuras, onde cada lado foi representado por um canudo. A quantidade de canudos (C) de cada figura depende da quantidade de quadrados (Q) que formam cada figura. A estrutura de formação das figuras está representada a seguir.



Figura I Figura II Figura III

Que expressão fornece a quantidade de canudos em função da quantidade de quadrados de cada figura?

a) C = 4Q
b) C = 3Q + 1
c) C = 4Q – 1
d) C = Q + 3
e) C = 4Q – 2

Resolução

Resposta: B

Resposta da questão 5:
[B]

P.A.(4,7,10,...) r = 3
Sendo Q a quantia de quadrados e C a quantia de canudos, temos:

$C = Q_1 + (Q - 1).r$
$C = 4 + (Q - 1).3$
$C = 3.Q + 1$

Resolução reproduzida da referência 3.

Item 004

2010 | R3-08-06

Fonte: referência 3, página 69.

6. (Enem 2ª aplicação 2010) O trabalho em empresas de exige dos profissionais conhecimentos de diferentes áreas. Na semana passada, todos os funcionários de uma dessas empresas estavam envolvidos na tarefa de determinar a quantidade de estrelas que seriam utilizadas na confecção de um painel de Natal.
Um dos funcionários apresentou um esboço das primeiras cinco linhas do painel, que terá, no total, 150 linhas.



Após avaliar o esboço, cada um dos funcionários esboçou sua resposta:

Funcionário I: aproximadamente 200 estrelas.
Funcionário II: aproximadamente 6 000 estrelas.
Funcionário III: aproximadamente 12 000 estrelas.
Funcionário IV: aproximadamente 22 500 estrelas.
Funcionário V: aproximadamente 22 800 estrelas.

Qual funcionário apresentou um resultado mais próximo da quantidade de estrelas necessária?
a) I
b) II
c) III
d) IV
e) V

Resolução

Resposta: C

Resposta da questão 6:
[C]

O número de estrelas em cada linha constitui uma progressão aritmética em que o termo geral é dado por $a_n = n$, sendo n $(n \geq 1)$ o número da linha.

A soma dos 150 primeiros termos da progressão é dada por $S_{150} = \frac{(a_1 + a_{150})}{2} \cdot 150 = \frac{(1+150)}{2} \cdot 150 = 11.325.$

Portanto, como 12.000 é o número mais próximo de 11.325, segue que o funcionário III apresentou o melhor palpite.

Resolução reproduzida da referência 3.

Item 005

2010 | O2010-179

Fonte: INEP, caderno azul, página 31; questão 179.

Questão 179

Ronaldo é um garoto que adora brincar com números. Numa dessas brincadeiras, empilhou caixas numeradas de acordo com a sequência conforme mostrada no esquema a seguir.

```
                    1
                1   2   1
            1   2   3   2   1
        1   2   3   4   3   2   1
                   ...
```

Ele percebeu que a soma dos números em cada linha tinha uma propriedade e que, por meio dessa propriedade, era possível prever a soma de qualquer linha posterior às já construídas.

A partir dessa propriedade, qual será a soma da 9ª linha da sequência de caixas empilhadas por Ronaldo?

- (A) 9
- (B) 45
- (C) 64
- (D) 81
- (E) 285

Resolução **Resposta: D**

A linha n contém $1+2+\cdots+n+(n-1)+\cdots+1$. Sua soma é $n(n+1)/2 + n(n-1)/2 = n^2$. Para $n = 9$, o resultado é 81, alternativa D.

Item 006

2011 | R3-08-03

Fonte: referência 3, página 68.

3. (Enem 2011) O número mensal de passagens de uma determinada empresa aérea aumentou no ano passado nas seguintes condições: em janeiro foram vendidas 33 000 passagens; em fevereiro, 34 500; em março, 36 000. Esse padrão de crescimento se mantém para os meses subsequentes.
Quantas passagens foram vendidas por essa empresa em julho do ano passado?
a) 38 000
b) 40 500
c) 41 000
d) 42 000
e) 48 000

Resolução

Resposta: D

Resposta da questão 3:
[D]

P.A, onde a_1= 33 000 e razão r = 1500.

a_7 = número de passagens vendidas em julho do ano passado.

Logo,
$a_7 = a_1 + 6.\ r$
a_7 = 33 000 + 6.1500
a_7 = 42 000.

Resolução reproduzida da referência 3.

Item 007

2012 | R3-08-02

Fonte: referência 3, página 68.

2. (Enem 2012) Jogar baralho é uma atividade que estimula o raciocínio. Um jogo tradicional é a Paciência, que utiliza 52 cartas. Inicialmente são formadas sete colunas com as cartas. A primeira coluna tem uma carta, a segunda tem duas cartas, a terceira tem três cartas, a quarta tem quatro cartas, e assim sucessivamente até a sétima coluna, a qual tem sete cartas, e o que sobra forma o monte, que são as cartas não utilizadas nas colunas.
A quantidade de cartas que forma o monte é
a) 21.
b) 24.
c) 26.
d) 28.
e) 31.

Resolução **Resposta: B**

Resposta da questão 2:
[B]

A quantidade de cartas que forma o monte é dada por

$$52 - (1 + 2 + 3 + 4 + 5 + 6 + 7) = 24.$$

Resolução reproduzida da referência 3.

Item 008

2013 | R1-051

Fonte: referência 1, página 36.

Questão 051 (H3 | ENEM 2013) **Dificuldade 774,4**

O ciclo de atividade magnética do Sol tem um período de 11 anos. O início do primeiro ciclo registrado se de uno começo de 1 755 e se estendeu até o final de 1 765. Desde então, todos os ciclos de atividade magnética do Sol têm sido registrados.

Disponível em: http://g1.globo.com. Acesso em: 27 fev. 2013.

No ano de 2101, o Sol estará no ciclo de atividade magnética de número

(A) 32.

(B) 34.

(C) 33.

(D) 35.

(E) 31.

Resolução **Resposta: A**

A diferença entre os anos é $2101 - 1755 = 346 = 31 \cdot 11 + 5$. Já se completaram 31 ciclos desde o início do primeiro; portanto, 2101 pertence ao ciclo 32.

Item 009

2013 | R3-08-01

Fonte: referência 3, página 68.

1. (Enem 2013) As projeções para a produção de arroz no período de 2012–2021, em uma determinada região produtora, apontam para uma perspectiva de crescimento constante da produção anual. O quadro apresenta a quantidade de arroz, em toneladas, que será produzida nos primeiros anos desse período, de acordo com essa projeção.

Ano	Projeção da produção (t)
2012	50,25
2013	51,50
2014	52,75
2015	54,00

A quantidade total de arroz, em toneladas, que deverá ser produzida no período de 2012 a 2021 será de
a) 497,25.
b) 500,85.
c) 502,87.
d) 558,75.
e) 563,25.

Resolução

Resposta: D

Resposta da questão 1:
[D]

Como
$51{,}50 - 50{,}25 = 52{,}75 - 51{,}50 = 54 - 52{,}75 = 1{,}25,$
podemos concluir que a sequência
$50{,}25; 51{,}50; 52{,}75; 54{,}00; \ldots$ é uma progressão aritmética de primeiro termo $a_1 = 50{,}25$ e razão $r = 1{,}25.$
Portanto, queremos calcular a soma dos 10 primeiros termos dessa progressão aritmética, ou seja,

$$\begin{aligned} S_{10} &= \left(\frac{2a_1 + 9r}{2}\right) \cdot 10 \\ &= \left(\frac{2 \cdot 50{,}25 + 9 \cdot 1{,}25}{2}\right) \cdot 10 \\ &= 558{,}75. \end{aligned}$$

Resolução reproduzida da referência 3.

Item 010

2016 | R1-052

Fonte: referência 1, página 36.

Questão 052 (H3 | ENEM 2016) **Dificuldade 781,5**

Sob a orientação de um mestre de obras, João e Pedro trabalharam na reforma de um edifício. João efetuou reparos na parte hidráulica nos andares 1, 3, 5, 7, e assim, sucessivamente, de dois em dois andares. Pedro trabalhou na parte elétrica nos andares 1, 4, 7, 10, e assim sucessivamente, de três em três andares. Coincidentemente, terminaram seus trabalhos no último andar. Na conclusão da reforma, o mestre de obras informou, em seu relatório, o número de andares do edifício. Sabe-se que, ao longo da execução da obra, em exatamente 20 andares, foram realizados reparos nas partes hidráulica e elétrica por João e Pedro.

Qual é o número de andares desse edifício?

(A) 40

(B) 60

(C) 100

(D) 115

(E) 120

Resolução **Resposta: D**

Os andares comuns são $1, 7, 13, \ldots$, uma PA de razão $\text{mmc}(2, 3) = 6$. O vigésimo andar comum é $1 + 19 \cdot 6 = 115$. Como ambos terminam no último andar, o edifício tem 115 andares.

Item 011

2018 | R1-049

Fonte: referência 1, página 36.

Questão 049 (H3 | ENEM 2018) **Dificuldade 766,8**

A prefeitura de um pequeno município do interior decide colocar postes para iluminação ao longo de uma estrada retilínea, que inicia em uma praça central e termina numa fazenda na zona rural. Como a praça já possui iluminação, o primeiro poste será colocado a 80 metros da praça, o segundo, a 100 metros, o terceiro, a 120 metros, e assim sucessivamente, mantendo-se sempre uma distância de vinte metros entre os postes, até que o último poste seja colocado a uma distância de 1 380 metros da praça.

Se a prefeitura pode pagar, no máximo, R$ 8 000,00 por poste colocado, o maior valor que poderá gastar com a colocação desses postes é

(A) R$ 512 000,00.

(B) R$ 520 000,00.

(C) R$ 528 000,00.

(D) R$ 552 000,00.

(E) R$ 584 000,00.

Resolução **Resposta: C**

As posições formam uma PA: $1380 = 80+20(n-1)$. Logo, $n = 66$ postes. O gasto máximo é $66 \cdot 8000 = 528000$ reais.

Item 012

2019 | R1-032

Fonte: referência 1, página 31.

Questão 032 (H2 | ENEM 2019) **Dificuldade 878,1**

Após o Fórum Nacional Contra a Pirataria (FNCP) incluir a linha de autopeças em campanha veiculada contra a falsificação, as agências fiscalizadoras divulgaram que os cinco principais produtos de autopeças falsificados são: rolamento, pastilha de freio, caixa de direção, catalisador e amortecedor.

Após uma grande apreensão, as peças falsas foram cadastradas utilizando-se a codificação:

Disponível em: www.oficinabrasil.com.br.
Acesso em: 25 ago. 2014 (adaptado).

1: rolamento, 2: pastilha de freio, 3: caixa de direção, 4: catalisador e 5: amortecedor.

Ao final obteve-se a sequência: 5, 4, 3, 2, 1, 2, 3, 4, 5, 4, 3, 2, 1, 2, 3, 4, 5, 4, 3, 2, 1, 2, 3, 4, ... que apresenta um padrão de formação que consiste na repetição de um bloco de números. Essa sequência descreve a ordem em que os produtos apreendidos foram cadastrados.

O 2 015º item cadastrado foi um(a)

(A) rolamento.

(B) catalisador.

(C) amortecedor.

(D) pastilha de freio.

(E) caixa de direção.

Resolução **Resposta: E**

O bloco periódico é $5, 4, 3, 2, 1, 2, 3, 4$, com 8 termos. Como $2015 = 8 \cdot 251 + 7$, busca-se o sétimo termo, que é 3: caixa de direção.

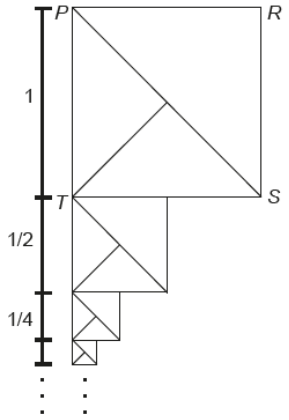
Item 013

2020 | R1-017

Fonte: referência 1, página 26.

Questão 017 (H2 | ENEM 2020) **Dificuldade 634,0**

O artista gráfico holandês Maurits Cornelius Escher criou belíssimas obras nas quais as imagens se repetiam, com diferentes tamanhos, induzindo ao raciocínio de repetição infinita das imagens. Inspirado por ele, um artista fez um rascunho de uma obra na qual propunha a ideia de construção de uma sequência de infinitos quadrados, cada vez menores, uns sob os outros, conforme indicado na figura.



O quadrado *PRST*, com lado de medida 1, é o ponto de partida. O segundo quadrado é construído sob ele tomando-se o ponto médio da base do quadrado anterior e criando-se um novo quadrado, cujo lado corresponde à metade dessa base. Essa sequência de construção se repete recursivamente.

Qual é a medida do lado do centésimo quadrado construído de acordo com esse padrão?

A $\left(\frac{1}{2}\right)^{100}$

B $\left(\frac{1}{2}\right)^{99}$

C $\left(\frac{1}{2}\right)^{97}$

D $\left(\frac{1}{2}\right)^{-98}$

E $\left(\frac{1}{2}\right)^{-99}$

Resolução **Resposta: B**

Os lados formam uma progressão geométrica com primeiro termo 1 e razão $1/2$. Logo, $a_n = (1/2)^{n-1}$ e o centésimo lado mede $(1/2)^{99}$.

Item 014

2021 | R1-019

Fonte: referência 1, página 26.

Questão 019 (H2 | ENEM 2021) **Dificuldade 673,9**

Um segmento de reta está dividido em duas partes na proporção áurea quando o todo está para uma das partes na mesma razão em que essa parte está para a outra. Essa constante de proporcionalidade é comumente representada pela letra grega φ, e seu valor é dado pela solução positiva da equação $\varphi^2 = \varphi + 1$.

Assim como a potência φ^2, as potências superiores de φ podem ser expressas da forma aφ + b, em que a e b são inteiros positivos, como apresentado no quadro.

φ^2	φ^3	φ^4	φ^5	φ^6	φ^7
$\varphi + 1$	$2\varphi + 1$	$3\varphi + 2$	$5\varphi + 3$	$8\varphi + 5$	...

A potência φ^7, escrita na forma aφ + b (a e b são inteiros positivos), é

A 5φ + 3.

B 7φ + 2.

C 9φ + 6.

D 11φ + 7.

E 13φ + 8.

Resolução **Resposta: E**

Usando $\varphi^2 = \varphi + 1$, multiplicar $a\varphi + b$ por φ produz $(a + b)\varphi + a$. Assim, as potências sucessivas são $2\varphi + 1, 3\varphi + 2, 5\varphi + 3, 8\varphi + 5, 13\varphi + 8$. A última é φ^7.

Item 015

2022 | R1-027

Fonte: referência 1, página 29.

Questão 027 (H2 | ENEM 2022) **Dificuldade 754,2**

Um atleta iniciou seu treinamento visando as competições de fim de ano. Seu treinamento consiste em cinco tipos diferentes de treinos: treino T_1, treino T_2, treino T_3, treino T_4, e treino T_5. A sequência dos treinamentos deve seguir esta ordem:

Dia	1º	2º	3º	4º	5º	6º	7º	8º	9º	10º	11º	12º	13º
Treino	T_1	R	R	T_2	R	R	T_3	R	T_4	R	R	T_5	R

A letra R significa repouso. Após completar a sequência de treinamentos, o atleta começa novamente a sequência a partir do treino T_1, e segue a ordem descrita. Após 24semanascompletas de treinamento, se dará o início das competições.

A sequência de treinamentos que o atleta realizará na 24ª semana de treinos é

(A) T_3 R T_4 R R T_5 R.

(B) R T_3 R T_4 R R T_5.

(C) R T_4 R R T_5 R T_1.

(D) R R T_5 R T_1 R R

(E) R T_5 R T_1 R R T_2.

Resolução **Resposta: B**

O ciclo dura 13 dias. A 24ª semana abrange os dias 162 a 168. Como $162 = 12 \cdot 13 + 6$, ela corresponde às posições 6 a 12 do ciclo: R, T3, R, T4, R, R, T5.

Item 016

2023 | R1-469

Fonte: referência 1, página 218.

Questão 469 (Habilidade 3) **Dificuldade 653,9**

O calendário maia apresenta duas contagens simultâneas de anos, o chamado ano Tzolkim, composto por 260 dias e que determinava o calendário religioso, e o ano Haab, composto por 365 dias e que determinava o calendário agrícola. Um historiador encontrou evidências de que gerações de uma mesma família governaram certa comunidade maia pelo período de 20 ciclos, sendo cada ciclo formado por 52 anos Haab.

Disponível em: www.suapesquisa.com. Acesso em: 20 ago. 2014.

De acordo com as informações fornecidas, durante quantos anos Tzolkim aquela comunidade maia foi governada por tal família?

A 741 B 1 040 C 1 460
D 2 100 E 5 200

Resolução **Resposta: C**

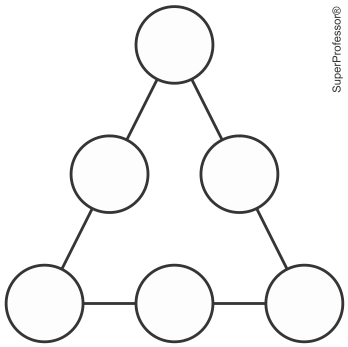
O período tem $20 \cdot 52 \cdot 365$ dias. Dividindo pelos 260 dias do ano Tzolkim: $20 \cdot 52 \cdot 365/260 = 1460$ anos Tzolkim.

Item 017

Fonte: referência 1, página 219.

Questão 473 (Habilidade 4) **Dificuldade 688,7**

O triângulo da figura é denominado triângulo mágico. Nos círculos, escrevem-se os números de 1 a 6, sem repetição, com um número em cada círculo. O objetivo é distribuir os números de forma que as somas dos números em cada lado do triângulo sejam iguais.



Considere que os números colocados nos vértices do triângulo estejam em progressão aritmética de razão igual a 2.

Nas condições propostas, quais as possíveis soluções para as somas dos números que formam os lados do triângulo?

A Há somente uma solução possível, e as somas em cada lado do triângulo são iguais a 7.

B Há somente uma solução possível, e as somas em cada lado do triângulo são iguais a 9.

C Há somente duas soluções possíveis, uma em que as somas em cada lado do triângulo são iguais a 7 e outra em que as somas são iguais a 9.

D Há somente duas soluções possíveis, uma em que as somas em cada lado do triângulo são iguais a 9 e outra em que as somas são iguais a 12.

E Há somente duas soluções possíveis, uma em que as somas em cada lado do triângulo são iguais a 10 e outra em que as somas são iguais a 11.

Resolução **Resposta: E**

Os vértices em PA de razão 2 podem ser $1, 3, 5$ ou $2, 4, 6$. Somando os três lados, cada vértice é contado duas vezes e os demais números uma: $3S = 21 +$ (soma dos vértices). Assim, $S = 10$ ou $S = 11$; ambas as distribuições são realizáveis.

Item 018

2024 | O2024-142

Fonte: INEP, caderno azul, página 18; questão 142.

QUESTÃO 142

Uma criança, utilizando um aplicativo, escreveu uma mensagem para enviar a um amigo. Essa mensagem foi escrita seguindo estas etapas:

Etapas	Visor de escrita
1ª etapa: inseriu três figuras do tipo ☺ no visor de escrita da mensagem;	
2ª etapa: copiou o que havia inserido anteriormente e colou (inseriu o que havia copiado) ao lado;	
3ª etapa: copiou o que tinha no visor na 2ª etapa e colou ao lado.	

A criança seguiu copiando e colando, em cada etapa, o que tinha no visor na etapa imediatamente anterior, até concluir a 20ª etapa. Em seguida, enviou a mensagem.

Qual foi o total de figuras contidas na mensagem enviada?

A 3×2^{19}
B 3×2^{20}
C 3×2^{21}
D $3 \times 2^{20} - 1$
E $3 \times 2^{20} - 3$

Resolução **Resposta: A**

A primeira etapa tem três figuras, e cada etapa seguinte duplica a quantidade anterior. Na etapa n, são $3 \cdot 2^{n-1}$. Na vigésima, $3 \cdot 2^{19}$.

Item 019

2024 | O2024-162

Fonte: INEP, caderno azul, página 24; questão 162.

QUESTÃO 162

Uma imobiliária iniciou uma campanha de divulgação para promover a venda de apartamentos que podem ser pagos em 100 parcelas mensais. O valor da primeira delas é fixado no momento da compra, com o pagamento dessa primeira parcela. A partir da segunda parcela, o valor é determinado pela aplicação de um acréscimo percentual fixo ao valor da parcela anterior. Como atrativo, a imobiliária fará o pagamento de todas as parcelas correspondentes ao mês de aniversário do comprador.

Um cliente, que faz aniversário no mês de maio, decidiu comprar um desses apartamentos por meio do financiamento oferecido pela imobiliária, e pretende escolher o mês mais adequado para realizar essa compra, de modo que o valor total dos pagamentos seja o menor possível.

Qual é o mês que esse cliente deverá escolher para realizar a compra do apartamento?

A Fevereiro.
B Abril.
C Maio.
D Junho.
E Agosto.

Resolução **Resposta: A**

As parcelas crescem de R$ 100,00 em R$ 100,00. Convém que a última parcela gratuita seja a de número 100 e que haja nove parcelas gratuitas: números $4, 16, \ldots, 100$. A quarta parcela precisa vencer em maio; portanto, a primeira vence em fevereiro. Começar em março, abril ou maio também pode dar nove gratuidades, mas com valores menores. Nos demais meses há somente oito.

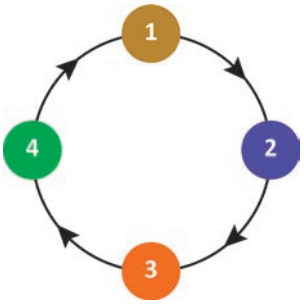
Item 020

2025 | O2025-180

Fonte: INEP, caderno azul, página 31; questão 180.

QUESTÃO 180

Quatro amigos, cada um com 100 moedas, criaram um jogo, no qual cada um assume uma das quatro posições, 1, 2, 3 ou 4, indicadas na figura, e nela permanece até o final.



O desenvolvimento do jogo se dá em rodadas e, em todas elas, cada jogador transfere e recebe uma quantidade de moedas, da seguinte maneira:

- o jogador na posição 1 transfere 1 moeda para o jogador na posição 2;
- o jogador na posição 2 transfere 2 moedas para o jogador na posição 3;
- o jogador na posição 3 transfere 3 moedas para o jogador na posição 4;
- o jogador na posição 4 transfere 4 moedas para o jogador na posição 1, completando a rodada.

Ao final da rodada n, qual é a expressão algébrica que representa o número de moedas do jogador na posição 1?

A $103 + 4n$
B $103 + 3n$
C $100 + 4n$
D $100 + 3n$
E $99 + 4n$

Resolução **Resposta: D**

A cada rodada, o jogador 1 entrega uma moeda e recebe quatro. Seu saldo aumenta em $4 - 1 = 3$ moedas. Partindo de 100 moedas, após n rodadas ele terá $100 + 3n$ moedas.

Geometria plana e trigonometria

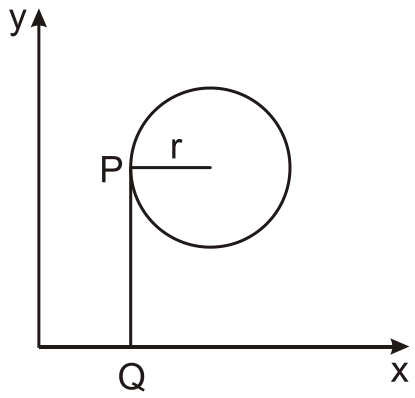
Tema 07 | 110 itens com resoluções.

Item 001

2009 | R3-02-05

Fonte: referência 3, página 26.

5. (Enem 2009) Considere um ponto P em uma circunferência de raio r no plano cartesiano. Seja Q a projeção ortogonal de P sobre o eixo x, como mostra a figura, e suponha que o ponto P percorra, no sentido anti-horário, uma distância d ≤ r sobre a circunferência.



Então, o ponto Q percorrerá, no eixo *x*, uma distância dada por

a) $r\left(1-\operatorname{sen}\frac{d}{r}\right)$.

b) $r\left(1-\cos\frac{d}{r}\right)$.

c) $r\left(1-\operatorname{tg}\frac{d}{r}\right)$.

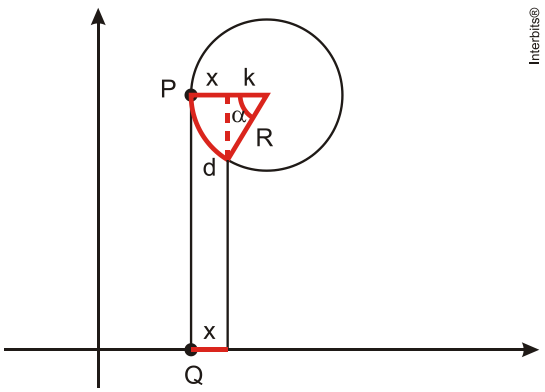
d) $r\operatorname{sen}\left(\frac{r}{d}\right)$.

e) $r\cos\left(\frac{r}{d}\right)$.

Resolução **Resposta: B**

Resposta da questão 5:
[B]

α = d/r (rad)
K = r.cos(d/R)
X = R – k
X = R – R.cos(d/r)
X= R(1-cos(d/R))



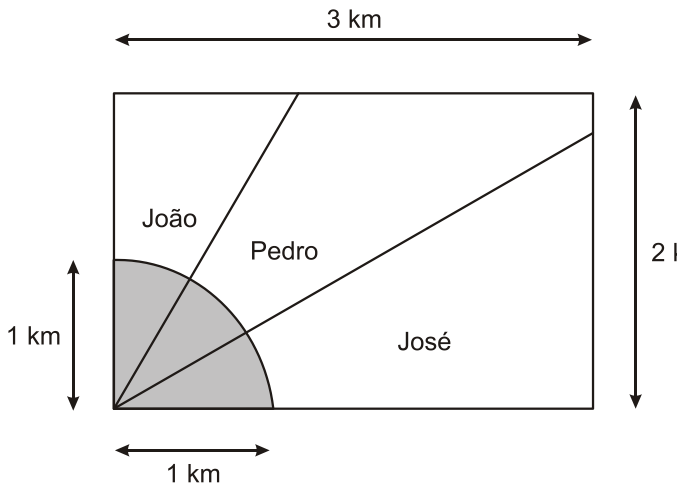
Resolução reproduzida da referência 3.

Item 002

2009 | R3-02-06

Fonte: referência 3, página 26.

6. (Enem 2009) Ao morrer, o pai de João, Pedro e José deixou como herança um terreno retangular de 3 km x 2 km que contém uma área de extração de ouro delimitada por um quarto de círculo de raio 1 km a partir do canto inferior esquerdo da propriedade. Dado o maior valor da área de extração de ouro, os irmãos acordaram em repartir a propriedade de modo que cada um ficasse com a terça parte da área de extração, conforme mostra a figura.



Em relação à partilha proposta, constata-se que a porcentagem da área do terreno que coube a João corresponde, aproximadamente, a

(considere $\frac{\sqrt{3}}{3} = 0{,}58$)

a) 50%.
b) 43%.
c) 37%.
d) 33%.
e) 19%.

Item 002 – resolução 2009 / R3-02-06

Resolução **Resposta: E**

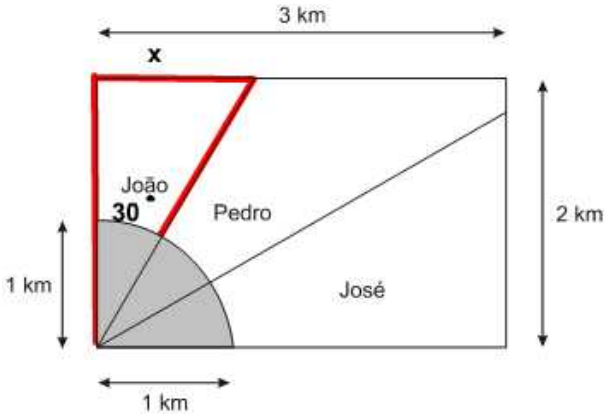
Resposta da questão 6:
[E]

No triângulo assinalado (João) temos:

$$tg30^o = \frac{x}{2} \Leftrightarrow x = 2\frac{\sqrt{3}}{3} = 2.0{,}58 = 1{,}16$$

$$A = \frac{1{,}16.2}{2} = 1{,}16$$

$$Em\ porcentagem\ \frac{1{,}16}{6} \approx 19\%$$



Funções Polinomiais

Resolução reproduzida da referência 3.

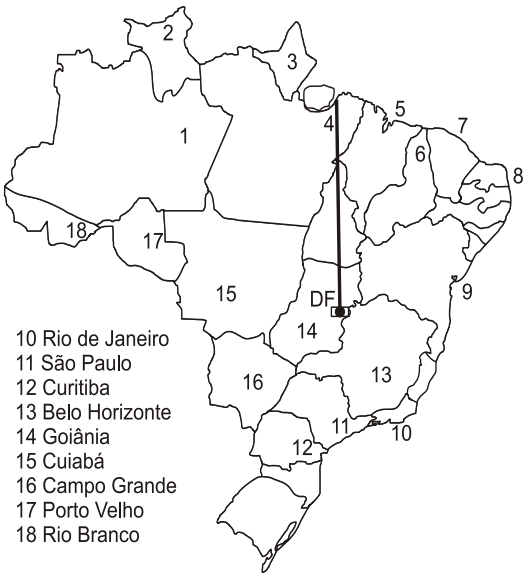
Item 003

2009 | R3-04-19

Fonte: referência 3, página 41.

19. (Enem 2009) Rotas aéreas são como pontes que ligam cidades, estados ou países. O mapa a seguir mostra os estados brasileiros e a localização de algumas capitais identificadas pelos números. Considere que a direção seguida por um avião AI que partiu de Brasília – DF, sem escalas, para Belém, no Pará, seja um segmento de reta com extremidades em DF e em 4.

Mapa do Brasil e algumas Capitais

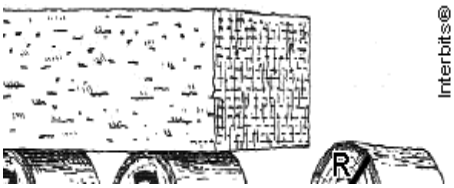


1 Manaus	10 Rio de Janeiro
2 Boa Vista	11 São Paulo
3 Macapá	12 Curitiba
4 Belém	13 Belo Horizonte
5 São Luís	14 Goiânia
6 Teresina	15 Cuiabá
7 Fortaleza	16 Campo Grande
8 Natal	17 Porto Velho
9 Salvador	18 Rio Branco

SIQUEIRA, S. *Brasil Regiões*. Disponível em: www.santiagosiqueira.pro.br. Acesso em: 28 jul. 2009 (adaptado).

Suponha que um passageiro de nome Carlos pegou um avião AII, que seguiu a direção que forma um ângulo de 135° graus no sentido horário com a rota Brasília – Belém e pousou em alguma das capitais brasileiras. Ao desembarcar, Carlos fez uma conexão e embarcou em um avião AIII, que seguiu a direção que forma um ângulo reto, no sentido anti-horário, com a direção seguida pelo avião AII ao partir de Brasília-DF. Considerando que a direção seguida por um avião é sempre dada pela semirreta com origem na cidade de partida e que passa pela cidade destino do avião, pela descrição dada, o passageiro Carlos fez uma conexão em

a) Belo Horizonte, e em seguida embarcou para Curitiba.
b) Belo Horizonte, e em seguida embarcou para Salvador.
c) Boa Vista, e em seguida embarcou para Porto Velho.
d) Goiânia, e em seguida embarcou para o Rio de Janeiro.
e) Goiânia, e em seguida embarcou para Manaus.

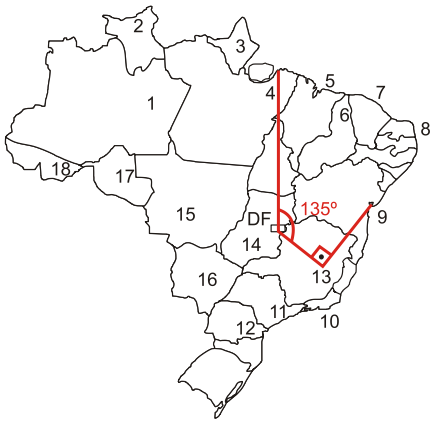


Resolução

Resposta: B

Resposta da questão 19:
[B]

De acordo com o desenho a seguir, Belo Horizonte e Salvador.



Resolução reproduzida da referência 3.

Item 004

2009 | R3-04-20

Fonte: referência 3, página 41.



BOLT, Brian. *Atividades matemáticas*. Ed. Gradiva.

20. (Enem 2009) A rampa de um hospital tem na sua parte mais elevada uma altura de 2,2 metros. Um paciente ao caminhar sobre a rampa percebe que se deslocou 3,2 metros e alcançou uma altura de 0,8 metro.

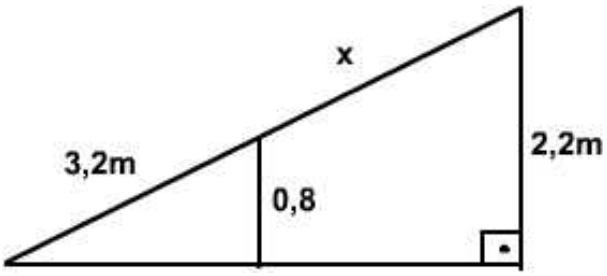
A distância em metros que o paciente ainda deve caminhar para atingir o ponto mais alto da rampa é

a) 1,16 metros.
b) 3,0 metros.
c) 5,4 metros.
d) 5,6 metros.
e) 7,04 metros.

Resolução **Resposta: D**

Resposta da questão 20:
[D]

$$\frac{3,2}{3,2+x} = \frac{0,8}{2,2} \Leftrightarrow 0,8(3,2+x) = 2,2.3,2 \Leftrightarrow x = 5,6m$$



Resolução reproduzida da referência 3.

Item 005

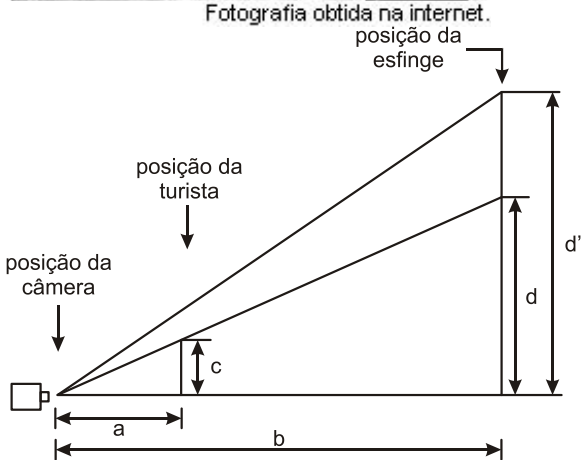
2009 | R3-04-21

Fonte: referência 3, página 41.

21. (Enem cancelado 2009) A fotografia mostra uma turista aparentemente beijando a esfinge de Gizé, no Egito. A figura a seguir mostra como, na verdade, foram posicionadas a câmera fotográfica, a turista e a esfinge.



Fotografia obtida na internet.



Medindo-se com uma régua diretamente na fotografia, verifica-se que a medida do queixo até o alto da cabeça da turista é igual a $\frac{2}{3}$ da medida do queixo da esfinge até o alto da sua cabeça. Considere que essas medidas na realidade são representadas por d e d', respectivamente, que a distância da esfinge à lente da câmera fotográfica, localizada no plano horizontal do queixo da turista e da esfinge, é representada por b, e que a distância da turista à mesma lente, por a.
A razão entre b e a será dada por

a) $\frac{b}{a} = \frac{d'}{c}$

b) $\frac{b}{a} = \frac{2d}{3c}$

c) $\frac{b}{a} = \frac{3d'}{2c}$

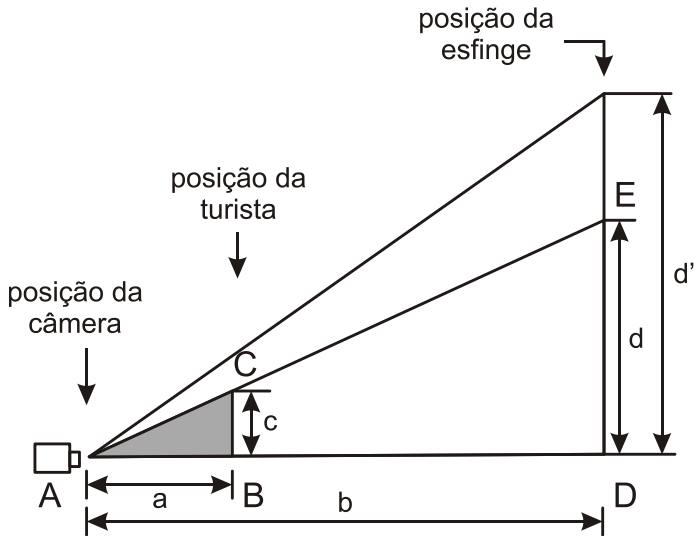
d) $\frac{b}{a} = \frac{2d'}{3c}$

e) $\frac{b}{a} = \frac{2d'}{c}$

Item 005 – resolução 2009 / R3-04-21

Resolução **Resposta: D**

Resposta da questão 21:
[D]



Na figura o $\Delta BC \sim \Delta ADE$ logo

$$\frac{b}{a} = \frac{d}{c} \text{ como } d = \frac{2}{3}.d'$$

Temos $\frac{b}{a} = \frac{2d'}{2c}$

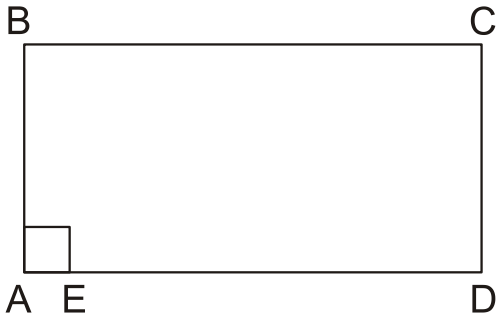
Resolução reproduzida da referência 3.

Item 006

2009 | R3-04-22

Fonte: referência 3, página 42.

22. (Enem 2009) O governo cedeu terrenos para que famílias construíssem suas residências com a condição de que no mínimo 94% da área do terreno fosse mantida como área de preservação ambiental. Ao receber o terreno retangular ABCD, em que AB = $\frac{BC}{2}$, Antônio demarcou uma área quadrada no vértice A, para a construção de sua residência, de acordo com o desenho, no qual AE = $\frac{AB}{5}$ é lado do quadrado.



Nesse caso, a área definida por Antônio atingiria exatamente o limite determinado pela condição se ele
a) duplicasse a medida do lado do quadrado.
b) triplicasse a medida do lado do quadrado.
c) triplicasse a área do quadrado.
d) ampliasse a medida do lado do quadrado em 4%.
e) ampliasse a área do quadrado em 4%.

Resolução

Resposta: C

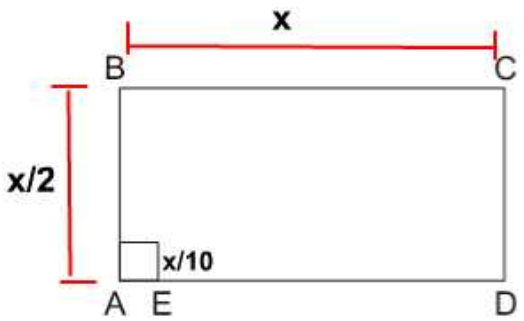
Resposta da questão 22:
[C]

$AB = \frac{x}{2}$ e $AE = \frac{\frac{x}{2}}{5} = \frac{x}{10}$

Área da residência = $\left(\frac{x}{10}\right)^2 = \frac{x^2}{100}$

Área máxima permitida = $\frac{6}{100} \cdot \frac{x}{2} \cdot x = \frac{3x^2}{100}$ logo

A(máxima) = 3.A(construída)



Resolução reproduzida da referência 3.

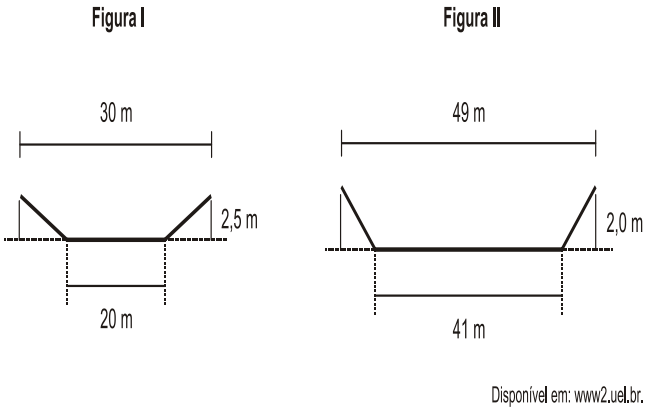
Item 007

2009 | R3-04-23

Fonte: referência 3, página 42.

23. (Enem 2009) A vazão do rio Tietê, em São Paulo, constitui preocupação constante nos períodos chuvosos. Em alguns trechos, são construídas canaletas para controlar o fluxo de água. Uma dessas canaletas, cujo corte vertical determina a forma de um trapézio isósceles, tem as medidas especificadas na figura I. Neste caso, a vazão da água é de 1.050 m^3/s. O cálculo da vazão, Q em m^3/s, envolve o produto da área A do setor transversal (por onde passa a água), em m^2, pela velocidade da água no local, v, em m/s, ou seja, Q = Av.

Planeja-se uma reforma na canaleta, com as dimensões especificadas na figura II, para evitar a ocorrência de enchentes.



Disponível em: www2.uel.br.

Na suposição de que a velocidade da água não se alterará, qual a vazão esperada para depois da reforma na canaleta?

a) 90 m^3/s.
b) 750 m^3/s.
c) 1.050 m^3/s.
d) 1.512 m^3/s.
e) 2.009 m^3/s.

Resolução

Resposta: D

Resposta da questão 23:
[D]

Área da figura I = $\frac{(30+20)2,5}{2} = 62,5m^2$ e seja v a velocidade da água.

$1050 = v.62,5 \Leftrightarrow v = 16,8$ m/s

Área da figura II = $\frac{(49+41)2}{2} = 90m^2$

Nova vazão = $90.16,8 = 1512 m^3/s$

Resolução reproduzida da referência 3.

Item 008

2009 | R3-04-24

Fonte: referência 3, página 42.

24. (Enem cancelado 2009) Uma fotografia tirada em uma câmera digital é formada por um grande número de pontos, denominados pixels. Comercialmente, a resolução de uma câmera digital é especificada indicando os milhões de pixels, ou seja, os megapixels de que são constituídas as suas fotos.
Ao se imprimir uma foto digital em papel fotográfico, esses pontos devem ser pequenos para que não sejam distinguíveis a olho nu. A resolução de uma impressora é indicada pelo termo dpi (*dot per inch*), que é a quantidade de pontos que serão impressos em uma linha com uma polegada de comprimento. Uma foto impressa com 300 dpi, que corresponde a cerca de 120 pontos por centímetro, terá boa qualidade visual, já que os pontos serão tão pequenos, que o olho não será capaz de vê-los separados e passará a ver um padrão contínuo.

Para se imprimir uma foto retangular de 15 cm por 20 cm, com resolução de pelo menos 300 dpi, qual é o valor aproximado de megapixels que a foto terá?
a) 1,00 megapixel.
b) 2,52 megapixels.
c) 2,70 megapixels.
d) 3,15 megapixels.
e) 4,32 megapixels.

Resolução

Resposta: E

Resposta da questão 24:
[E]

12.120 = 1800 pontos
20.120 = 2400 pontos

No retângulo todo 1800.2400 = 4320000 = $4{,}32.10^6$ pixels
ou seja 4,32 megapixels

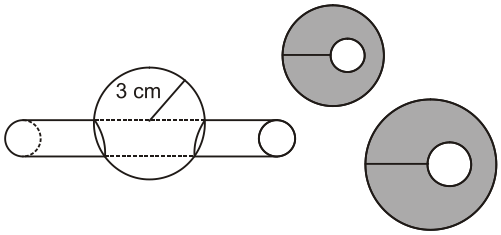
Resolução reproduzida da referência 3.

Item 009

2009 | R3-04-25

Fonte: referência 3, página 42.

25. (Enem cancelado 2009) Um chefe de cozinha utiliza um instrumento cilíndrico afiado para retirar parte do miolo de uma laranja. Em seguida, ele fatia toda a laranja em secções perpendiculares ao corte feito pelo cilindro. Considere que o raio do cilindro e da laranja sejam iguais a 1 cm e a 3 cm, respectivamente.



A área da maior fatia possível é
a) duas vezes a área da secção transversal do cilindro.
b) três vezes a área da secção transversal do cilindro.
c) quatro vezes a área da secção transversal do cilindro.
d) seis vezes a área da secção transversal do cilindro.
e) oito vezes a área da secção transversal do cilindro.

Resolução **Resposta: E**

Resposta da questão 25:
[E]

Área da secção transversal do cilindro: $A_1 = \pi.1^2 = \pi$ cm^2
Área da maior fatia: $A_2 = \pi.3^2 - \pi.1^2 = 8\pi$ cm^2
Logo a área da maior fatia será 8 vezes a área da secção transversal do cilindro.

Resolução reproduzida da referência 3.

Item 010

Fonte: referência 3, página 43.

26. (Enem 2009) O quadro apresenta informações da área aproximada de cada bioma brasileiro.

biomas continentais brasileiros	área aproximada (Km^2)	Área / total Brasil
Amazônia	4.196.943	49,29%
Cerrado	2.036.448	23,92%
Mata atlântica	1.110.182	13,04%
Caantiga	844.453	9,92%
Pampa	176.496	2,07%
Pantanal	150.355	1,76%
Área Total Brasil	8.514.877	

Disponível em: www.ibge.gov.br. Acesso em: 10 jul. 2009 (adaptado).

É comum em conversas informais, ou mesmo em noticiários, o uso de múltiplos da área de um campo de futebol (com as medidas de 120 m x 90 m) para auxiliar a visualização de áreas consideradas extensas. Nesse caso, qual é o número de campos de futebol correspondente à área aproximada do bioma Pantanal?

a) 1.400
b) 14.000
c) 140.000
d) 1.400.000
e) 14.000.000

Resolução

Resposta: E

Resposta da questão 26:
[E]

Área de um campo de futebol (km^2) 0,12km . 0,09 km = 0,0108km^2 número de campos de futebol para a área do Pantanal = 150.355 dividido por 0,0108 = 13.921759 aproximadamente 14 000 000 km^2

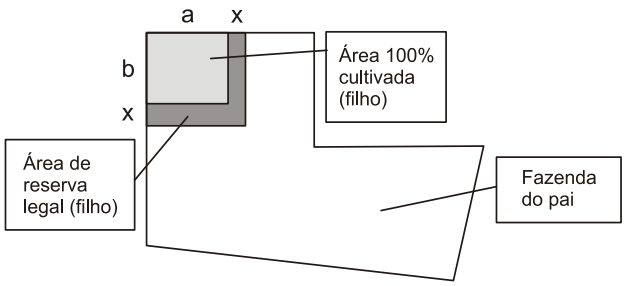
Resolução reproduzida da referência 3.

Item 011

2009 | R3-04-27

Fonte: referência 3, página 43.

27. (Enem cancelado 2009) Um fazendeiro doa, como incentivo, uma área retangular de sua fazenda para seu filho, que está indicada na figura como 100% cultivada. De acordo com as leis, deve-se ter uma reserva legal de 20% de sua área total. Assim, o pai resolve doar mais uma parte para compor a reserva para o filho, conforme a figura.



De acordo com a figura anterior, o novo terreno do filho cumpre a lei, após acrescentar uma faixa de largura x metros contornando o terreno cultivado, que se destinará à reserva legal (filho). O dobro da largura x da faixa é

a) $10\%(a + b)^2$

b) $10\%(a \,.\, b)^2$

c) $\sqrt{a+b} - (a + b)$

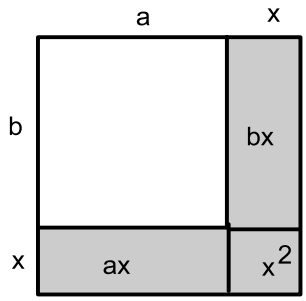
d) $\sqrt{(a+b)^2 + ab} - (a+b)$

e) $\sqrt{(a+b)^2 + ab} + (a+b)$

Resolução

Resposta: D

Resposta da questão 27:
[D]



$0{,}2\,(a + x) \,.\, (b + x) = ax + bx + x^2$

Desenvolvendo, temos a equação:

$0{,}8x^2 + 0{,}8\,(a + b)x - 0{,}2ab = 0$ (multiplicando por 5)
$4x^2 + 4\,(a+b)x - ab = 0$

$$\Delta = 16((a + b)^2 + ab)$$

$$x = \frac{-4(a+b) \pm 4\sqrt{(a+b)^2 + ab}}{8}$$

$$x = \frac{-(a+b) + \sqrt{(a+b)^2 + ab}}{2}$$

$$\log o \;\; 2x = -(a+b) + \sqrt{(a+b)^2 + ab}$$

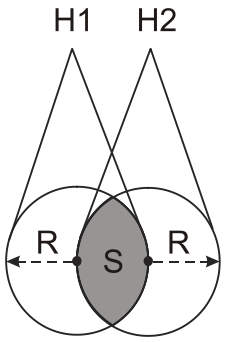
Resolução reproduzida da referência 3.

Item 012

2009 | R3-04-28

Fonte: referência 3, página 43.

28. (Enem cancelado 2009) Dois holofotes iguais, situados em H_1 e H_2, respectivamente, iluminam regiões circulares, ambas de raio R. Essas regiões se sobrepõem e determinam uma região S de maior intensidade luminosa, conforme figura.



Área do setor circular: $A_{SC} = \frac{\alpha R^2}{2}$, á em radianos.

A área da região S, em unidades de área, é igual a

a) $\frac{2\pi R^2}{3} - \frac{\sqrt{3}R^2}{2}$

b) $\frac{\left(2\pi - 3\sqrt{3}\right)R^2}{12}$

c) $\frac{\pi R^2}{12} - \frac{R^2}{8}$

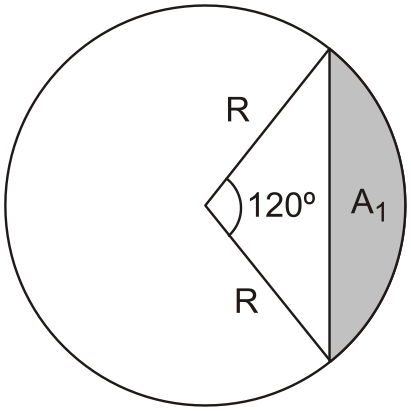
d) $\frac{\pi R^2}{2}$

e) $\frac{\pi R^2}{3}$

Item 012 – resolução 2009 / R3-04-28

Resolução **Resposta: A**

Resposta da questão 28:
[A]



$$A_1 = \frac{\pi.R^2.120}{360} - \frac{1}{2}R.R.sen120^o$$

$$S = 2.A_1 = 2.\left(\frac{\pi.R^2}{3} - \frac{1}{2}R^2.\frac{\sqrt{3}}{2}\right)$$

$$S = \frac{2\pi R^2}{3} - \frac{\sqrt{3}R^2}{2}$$

Resolução reproduzida da referência 3.

Item 013

2009 | O2009-147

Fonte: INEP, caderno azul, página 23; questão 147.

Questão 147

As figuras a seguir exibem um trecho de um quebra-cabeças que está sendo montado. Observe que as peças são quadradas e há 8 peças no tabuleiro da figura A e 8 peças no tabuleiro da figura B. As peças são retiradas do tabuleiro da figura B e colocadas no tabuleiro da figura A na posição correta, isto é, de modo a completar os desenhos.

Figura A

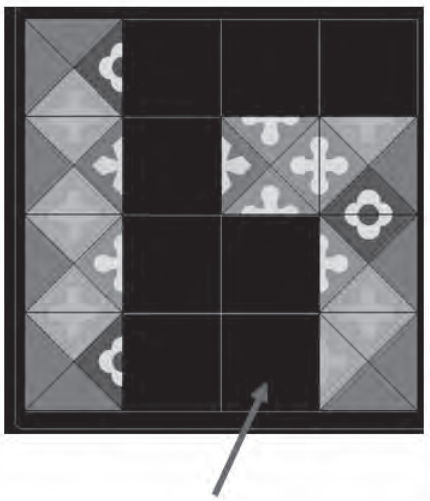
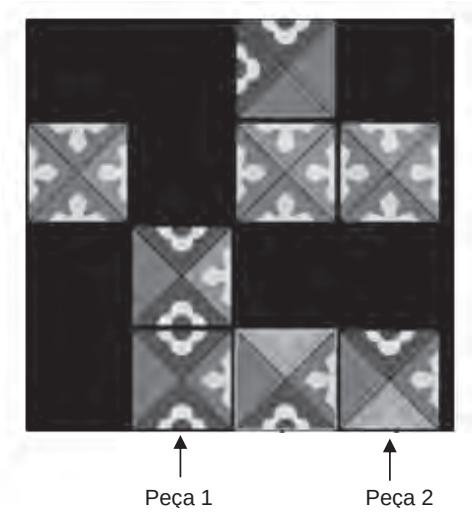


Figura B



Disponível em: http://pt.eternityii.com. Acesso em: 14 jul. 2009.

É possível preencher corretamente o espaço indicado pela seta no tabuleiro da figura A colocando a peça

A 1 após girá-la 90° no sentido horário.
B 1 após girá-la 180° no sentido anti-horário.
C 2 após girá-la 90° no sentido anti-horário.
D 2 após girá-la 180° no sentido horário.
E 2 após girá-la 270° no sentido anti-horário.

Resolução **Resposta: C**

Compare as quatro bordas do espaço vazio com as da peça, mantendo os desenhos em continuidade. A peça 2, girada 90° no sentido anti-horário, encaixa seus quatro motivos nas bordas correspondentes. É a alternativa C.

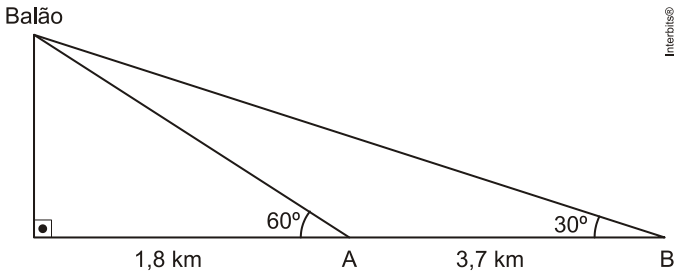
Item 014

2010 | R3-02-03

Fonte: referência 3, página 25.

3. (Enem 2010) Um balão atmosférico, lançado em Bauru (343 quilômetros a Noroeste de São Paulo), na noite do último domingo, caiu nesta segunda-feira em Cuiabá Paulista, na região de Presidente Prudente, assustando agricultores da região. O artefato faz parte do programa Projeto Hibiscus, desenvolvido por Brasil, Franca, Argentina, Inglaterra e Itália, para a medição do comportamento da camada de ozônio, e sua descida se deu após o cumprimento do tempo previsto de medição.

Disponível em: http://www.correiodobrasil.com.br. Acesso em: 02 maio 2010.



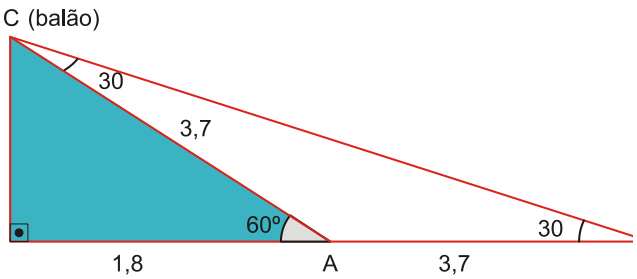
Na data do acontecido, duas pessoas avistaram o balão. Uma estava a 1,8 km da posição vertical do balão e o avistou sob um ângulo de 60°; a outra estava a 5,5 km da posição vertical do balão, alinhada com a primeira, e no mesmo sentido, conforme se vê na figura, e o avistou sob um ângulo de 30°.

Qual a altura aproximada em que se encontrava o balão?
a) 1,8 km
b) 1,9 km
c) 3,1 km
d) 3,7 km
e) 5,5 km

Resolução

Resposta: C

Resposta da questão 3:
[C]



$tg60$

$\sqrt{3} = \frac{H}{1,8}$

$H = 1,8.\sqrt{3}$

$H \approx 3,1m$

Resolução reproduzida da referência 3.

Item 015

2010 | R3-02-04

Fonte: referência 3, página 25.

4. (Enem 2010) Um satélite de telecomunicações, *t* minutos após ter atingido sua órbita, está a *r* quilômetros de distância do centro da Terra. Quando *r* assume seus valores máximo e mínimo, diz-se que o satélite atingiu o *apogeu* e o *perigeu*, respectivamente. Suponha que, para esse satélite, o valor de *r* em função de *t* seja dado por

$$r(t) = \frac{5865}{1 + 0{,}15.\cos(0{,}06t)}$$

Um cientista monitora o movimento desse satélite para controlar o seu afastamento do centro da Terra. Para isso, ele precisa calcular a soma dos valores de *r*, no *apogeu* e no *perigeu*, representada por S.

O cientista deveria concluir que, periodicamente, S atinge o valor de
a) 12 765 km.
b) 12 000 km.
c) 11 730 km.
d) 10 965 km.
e) 5 865 km.

Resolução **Resposta: B**

Resposta da questão 4:
[B]

Maior valor (cos (0,06t) = -1) $\Rightarrow$

$$r(t) = \frac{5865}{1 + 0{,}15.(-1)} = 6900$$

Menor valor(cos(0,06t) = 1) $\Rightarrow$ $r(t) = \frac{5865}{1 + 0{,}15.(1)} = 5100$

Somando, temos:
6900 + 5100 = 12000

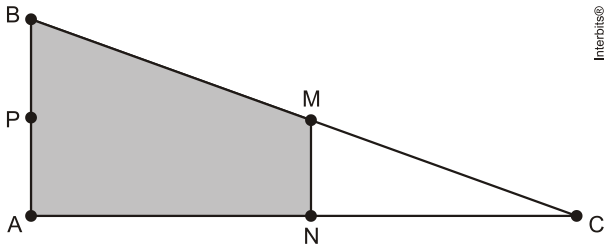
Resolução reproduzida da referência 3.

Item 016

2010 | R3-04-15

Fonte: referência 3, página 40.

15. (Enem 2010) Em canteiros de obras de construção civil é comum perceber trabalhadores realizando medidas de comprimento e de ângulos e fazendo demarcações por onde a obra deve começar ou se erguer. Em um desses canteiros foram feitas algumas marcas no chão plano. Foi possível perceber que, das seis estacas colocadas, três eram vértices de um triângulo retângulo e as outras três eram os pontos médios dos lados desse triângulo, conforme pode ser visto na figura, em que as estacas foram indicadas por letras.



A região demarcada pelas estacas A, B, M e N deveria ser calçada com concreto.
Nessas condições, a área a ser calcada corresponde
a) a mesma área do triângulo AMC.
b) a mesma área do triângulo BNC.
c) a metade da área formada pelo triângulo ABC.
d) ao dobro da área do triângulo MNC.
e) ao triplo da área do triângulo MNC.

Resolução

Resposta: E

Resposta da questão 15:
[E]

$$\frac{S_{MNC}}{S_{ABC}} = \left(\frac{1}{2}\right)^2 \Leftrightarrow S_{ABC} = 4.S_{MNC}$$

$S_{ABMN} = S_{ABC} - S_{MNC} =$

$S_{ABMN} = 4.S_{MNC} - S_{MNC}$

$S_{ABMN} = 3.\ S_{CMN}$ (TRIPLO)

Resolução reproduzida da referência 3.

Item 017

2010 | R3-04-16

Fonte: referência 3, página 40.

16. (Enem 2010) A loja Telas & Molduras cobra 20 reais por metro quadrado de tela, 15 reais por metro linear de moldura, mais uma taxa fixa de entrega de 10 reais.

Uma artista plástica precisa encomendar telas e molduras a essa loja, suficientes para 8 quadros retangulares (25 cm x 50 cm). Em seguida, fez uma segunda encomenda, mas agora para 8 quadros retangulares (50 cm x 100 cm).

O valor da segunda encomenda será
a) o dobro do valor da primeira encomenda, porque a altura e a largura dos quadros dobraram.
b) maior do que o valor da primeira encomenda, mas não o dobro.
c) a metade do valor da primeira encomenda, porque a altura e a largura dos quadros dobraram.
d) menor do que o valor da primeira encomenda, mas não a metade.
e) igual ao valor da primeira encomenda, porque o custo de entrega será o mesmo.

Resolução

Resposta: B

Resposta da questão 16:
[B]

Valor da primeira encomenda = 8.0,25.0,50.20 + 8.2(0,25 + 0,50).15 + 10 = 20 + 180 + 10 = 210,00
Valor da segunda encomenda = 8.0,50.1.20 + 8.2(1 + 0,5). 15 + 10 = 80 + 360 + 10 = 450,0

Logo, o valor da segunda encomenda será maior que o valor da primeira encomenda, mas não o dobro.

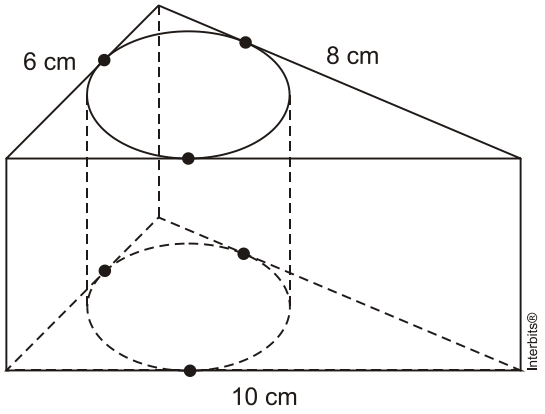
Resolução reproduzida da referência 3.

Item 018

2010 | R3-04-17

Fonte: referência 3, página 40.

17. (Enem 2010) Uma metalúrgica recebeu uma encomenda para fabricar, em grande quantidade, uma peça com o formato de um prisma reto com base triangular, cujas dimensões da base são 6 cm, 8 cm e 10 cm e cuja altura é 10 cm. Tal peça deve ser vazada de tal maneira que a perfuração na forma de um cilindro circular reto seja tangente as suas faces laterais, conforme mostra a figura.



O raio da perfuração da peça é igual a
a) 1 cm.
b) 2 cm.
c) 3 cm.
d) 4 cm.
e) 5 cm.

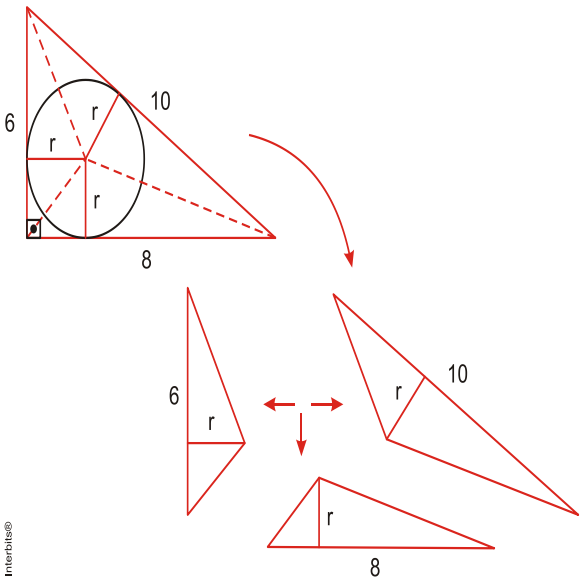
Item 018 – resolução

2010 / R3-04-17

Resolução

Resposta: B

Resposta da questão 17:
[B]



Seja r o raio da base do cilindro
O triângulo é retângulo, pois $6^2 + 8^2 = 10^2$

Logo, sua área será $A = \frac{6.8}{2} = 24$

Portanto: $\frac{6.r}{2} + \frac{8.r}{2} + \frac{10.r}{2} = 24$

$12r = 24$
$r = 2$

Resolução reproduzida da referência 3.

Item 019

2010 | R3-04-18

Fonte: referência 3, página 40.

18. (Enem 2010) A ideia de usar rolos circulares para deslocar objetos pesados provavelmente surgiu com os antigos egípcios ao construírem as pirâmides.

Representando por R o raio da base dos rolos cilíndricos, em metros, a expressão do deslocamento horizontal y do bloco de pedra em função de R, após o rolo ter dado uma volta completa sem deslizar, é
a) y = R.
b) y = 2R.
c) y = ðR.
d) y = 2ðR.
e) y = 4ðR.

Resolução

Resposta: E

Resposta da questão 18:
[E]

Deslocamento do rolo em relação ao solo: $2\pi.R$.
Deslocamento do bloco em relação ao rolo: $2\pi.R$.
Deslocamento do bloco em relação ao solo: $4\pi.R$.

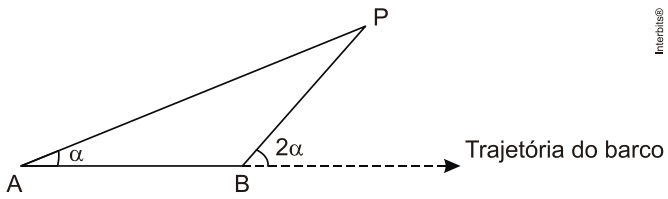
Resolução reproduzida da referência 3.

Item 020

2011 | R3-02-02

Fonte: referência 3, página 25.

2. (Enem 2011) Para determinar a distância de um barco até a praia, um navegante utilizou o seguinte procedimento: a partir de um ponto A, mediu o ângulo visual a fazendo mira em um ponto fixo P da praia. Mantendo o barco no mesmo sentido, ele seguiu até um ponto B de modo que fosse possível ver o mesmo ponto P da praia, no entanto sob um ângulo visual 2α. A figura ilustra essa situação:



Suponha que o navegante tenha medido o ângulo $\alpha = 30^\circ$ e, ao chegar ao ponto B, verificou que o barco havia percorrido a distância $AB = 2000$ m. Com base nesses dados e mantendo a mesma trajetória, a menor distância do barco até o ponto fixo P será

a) 1000 m.

b) $1000\sqrt{3}$ m.

c) $2000\dfrac{\sqrt{3}}{3}$ m.

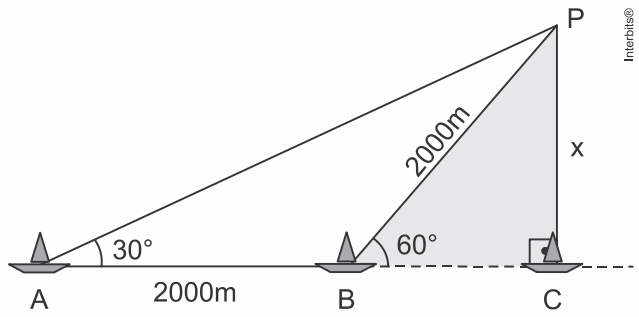
d) 2000 m.

e) $2000\sqrt{3}$ m.

Resolução

Resposta: B

Resposta da questão 2:
[B]



ΔABP é isósceles $(AB = BP = 2000)$

No ΔPBC temos:

$$\operatorname{sen}60^\circ = \frac{d}{2000}$$

$$\frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{d}{2000}$$

$$d = 1000\sqrt{3} \text{ m}$$

Resolução reproduzida da referência 3.

Item 021

2011 | R3-04-12

Fonte: referência 3, página 39.

12. (Enem 2011) Em uma certa cidade, os moradores de um bairro carente de espaços de lazer reinvidicam à prefeitura municipal a construção de uma praça. A prefeitura concorda com a solicitação e afirma que irá construí-la em formato retangular devido às características técnicas do terreno. Restrições de natureza orçamentária impõem que sejam gastos, no máximo, 180 m de tela para cercar a praça. A prefeitura apresenta aos moradores desse bairro as medidas dos terrenos disponíveis para a construção da praça:

Terreno 1: 55 m por 45 m
Terreno 2: 55 m por 55 m
Terreno 3: 60 m por 30 m
Terreno 4: 70 m por 20 m
Terreno 5: 95 m por 85 m

Para optar pelo terreno de maior área, que atenda às restrições impostas pela prefeitura, os moradores deverão escolher o terreno
a) 01.
b) 02.
c) 3.
d) 4.
e) 5.

Resolução

Resposta: C

Resposta da questão 12:
[C]

Apenas os terrenos 3 e 4 possuem 180 m de comprimento. Calculando a área de cada um deles, temos:

$A_3 = 60 \cdot 30 = 1800\ m^2$

$A_4 = 70 \cdot 20 = 1400\ m^2$

Logo, o terreno com maior área que possui 180 m de perímetro é o terrenos de nº 3.

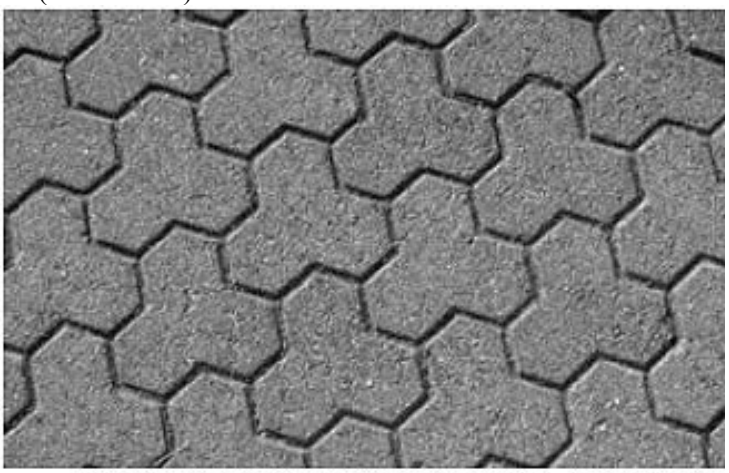
Resolução reproduzida da referência 3.

Item 022

2011 | R3-04-13

Fonte: referência 3, página 39.

13. (Enem 2011)



Disponível em: http://www.diaadia.pr.gov.br. Acesso em: 28

O polígono que dá forma a essa calçada é invariante por rotações, em torno de seu centro, de

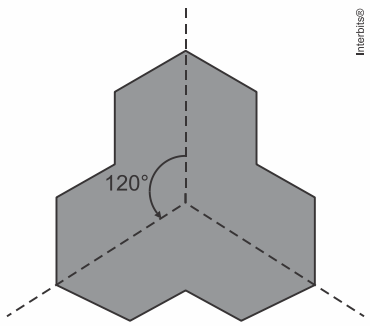
a) 45°.
b) 60°.
c) 90°.
d) 120°.
e) 180°.

Resolução

Resposta: D

Resposta da questão 13:
[D]

360 : 3 = 120°



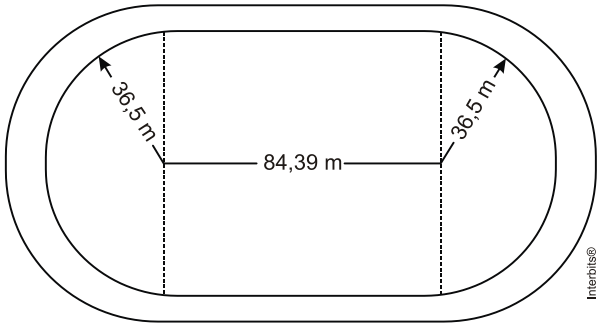
Resolução reproduzida da referência 3.

Item 023

2011 | R3-04-14

Fonte: referência 3, página 39.

14. (Enem 2011) O atletismo é um dos esportes que mais se identificam com o espírito olímpico. A figura ilustra uma pista de atletismo. A pista é composta por oito raias e tem largura de 9,76 m. As raias são numeradas do centro da pista para a extremidade e são construídas de segmentos de retas paralelas e arcos de circunferência. Os dois semicírculos da pista são iguais.



BIEMBENGUT, M. S. *Modelação Matemática como método de ensino-aprendizagem de Matemática em cursos de 1º e 2º graus*. 1990. Dissertação de Mestrado. IGCE/UNESP, Rio Claro, 1990 (adaptado).

Se os atletas partissem do mesmo ponto, dando uma volta completa, em qual das raias o corredor estaria sendo beneficiado?

a) 1
b) 4
c) 5
d) 7
e) 8

Resolução

Resposta: A

Resposta da questão 14:
[A]

Na raia 1, o atleta percorreria a menor distância, pois seu comprimento é menor. Os raios das semicircunferências são menores.

Resolução reproduzida da referência 3.

Item 024

2012 | R3-04-07

Fonte: referência 3, página 38.

7. (Enem 2012) Em 20 de fevereiro de 2011 ocorreu a grande erupção do vulcão Bulusan nas Filipinas. A sua localização geográfica no globo terrestre é dada pelo GPS (sigla em inglês para Sistema de Posicionamento Global) com longitude de 124° 3’ 0” a leste do Meridiano de Greenwich.
Dado: 1° equivale a 60’ e 1’ equivale a 60”.

PAVARIN, G. *Galileu*, fev. 2012 (adaptado)

A representação angular da localização do vulcão com relação a sua longitude da forma decimal é

a) 124,02°.
b) 124,05°.
c) 124,20°.
d) 124,30°.
e) 124,50°.

Resolução

Resposta: B

Resposta da questão 7:
[B]

3’= (3/60)° = 0,05°

124° 3’ 0” = 124,05°

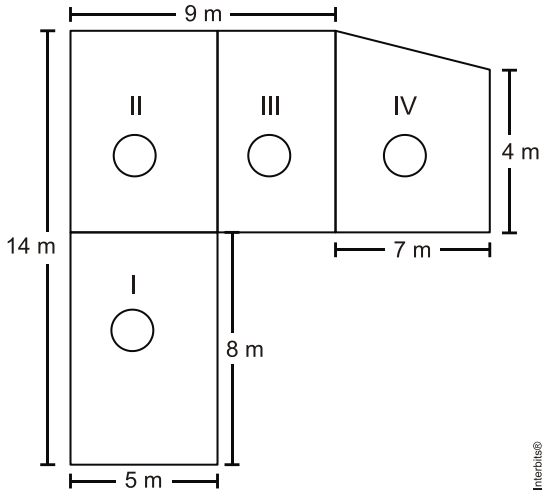
Resolução reproduzida da referência 3.

Item 025

2012 | R3-04-08

Fonte: referência 3, página 38.

8. (Enem 2012) Jorge quer instalar aquecedores no seu salão de beleza para melhorar o conforto dos seus clientes no inverno. Ele estuda a compra de unidades de dois tipos de aquecedores: modelo A, que consome 600 g/h (gramas por hora) de gás propano e cobre 35 m^2 de área, ou modelo B, que consome 750 g/h de gás propano e cobre 45 m^2 de área. O fabricante indica que o aquecedor deve ser instalado em um ambiente com área menor do que a da sua cobertura. Jorge vai instalar uma unidade por ambiente e quer gastar o mínimo possível com gás. A área do salão que deve ser climatizada encontra-se na planta seguinte (ambientes representados por três retângulos é um trapézio).



Avaliando-se todas as informações, serão necessários
a) quatro unidades do tipo A e nenhuma unidade do tipo B.
b) três unidades do tipo A e uma unidade do tipo B.
c) duas unidades do tipo A e duas unidades do tipo B.
d) uma unidade do tipo A e três unidades do tipo B.
e) nenhuma unidade do tipo A e quatro unidades do tipo B.

Resolução

Resposta: C

Resposta da questão 8:
[C]

Calculando as áreas dos ambientes, obtemos

$$S_{I} = 8 \cdot 5 = 40\ m^2,$$

$$S_{II} = (14 - 8) \cdot 5 = 30\ m^2,$$

$$S_{III} = (14 - 8) \cdot (9 - 5) = 24\ m^2$$

e

$$S_{IV} = \frac{(14 - 8) + 4}{2} \cdot 7 = 35\ m^2.$$

Desse modo, como Jorge quer gastar o mínimo com gás, ele deverá instalar duas unidades do tipo A (ambientes II e III) e duas unidades do tipo B (ambientes I e IV).

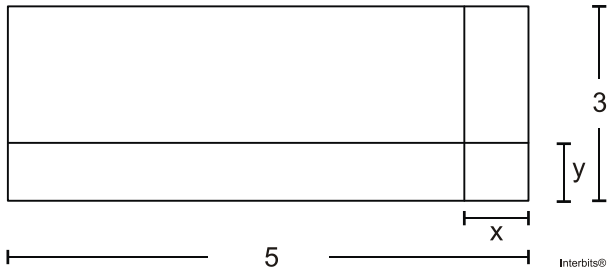
Resolução reproduzida da referência 3.

Item 026

2012 | R3-04-09

Fonte: referência 3, página 38.

9. (Enem 2012) Um forro retangular de tecido traz em sua etiqueta a informação de que encolherá após a primeira lavagem, mantendo, entretanto, seu formato. A figura a seguir mostra as medidas originais do forro e o tamanho do encolhimento (x) no comprimento e (y) na largura. A expressão algébrica que representa a área do forro após ser lavado é (5 – x) (3 – y).



Nessas condições, a área perdida do forro, após a primeira lavagem, será expressa por:
a) 2xy
b) 15 – 3x
c) 15 – 5y
d) –5y – 3x
e) 5y + 3x – xy

Resolução

Resposta: E

Resposta da questão 9:
[E]

Como o retângulo de dimensões $x \times y$ está contido nos retângulos de dimensões $5 \times y$ e $3 \times x$, segue que a área perdida do forro, após a primeira lavagem, será expressa por $3x + 5y - xy$.

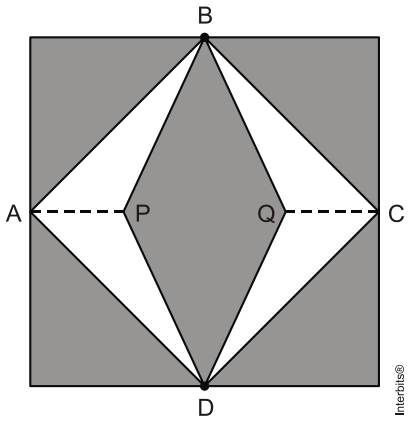
Resolução reproduzida da referência 3.

Item 027

2012 | R3-04-10

Fonte: referência 3, página 39.

10. (Enem 2012) Para decorar a fachada de um edifício, um arquiteto projetou a colocação de vitrais compostos de quadrados de lado medindo 1 m, conforme a figura a seguir.



Nesta figura, os pontos A, B, C e D são pontos médios dos lados do quadrado e os segmentos AP e QC medem 1/4 da medida do lado do quadrado. Para confeccionar um vitral, são usados dois tipos de materiais: um para a parte sombreada da figura, que custa R$ 30,00 o m^2, e outro para a parte mais clara (regiões ABPDA e BCDQB), que custa R$ 50,00 o m^2.

De acordo com esses dados, qual é o custo dos materiais usados na fabricação de um vitral?
a) R$ 22,50
b) R$ 35,00
c) R$ 40,00
d) R$ 42,50
e) R$ 45,00

Resolução

Resposta: B

Resposta da questão 10:
[B]

O custo pedido é dado por

$$\left(1^2 - 4\cdot\frac{\frac{1}{4}\cdot\frac{1}{2}}{2}\right)\cdot 30 + 4\cdot\frac{\frac{1}{4}\cdot\frac{1}{2}}{2}\cdot 50 = \frac{3}{4}\cdot 30 + \frac{1}{4}\cdot 50$$
$$= \text{R\$ } 35{,}00.$$

Resolução reproduzida da referência 3.

Item 028

2012 | R3-04-11

Fonte: referência 3, página 39.

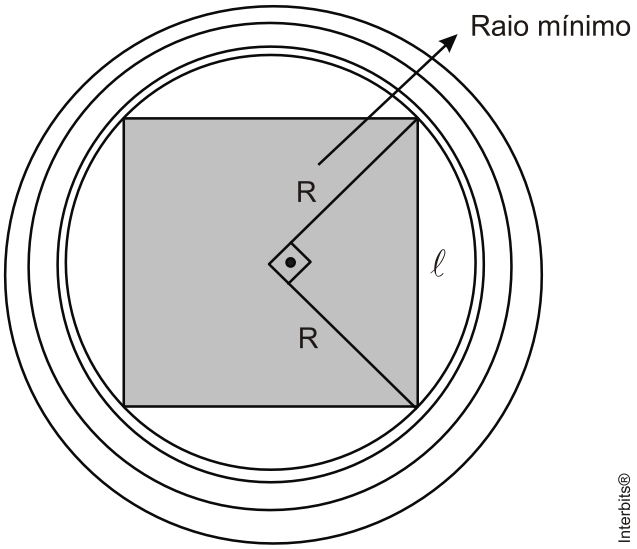
11. (Enem 2012) Em exposições de artes plásticas, é usual que estátuas sejam expostas sobre plataformas giratórias. Uma medida de segurança é que a base da escultura esteja integralmente apoiada sobre a plataforma. Para que se providencie o equipamento adequado, no caso de uma base quadrada que será fixada sobre uma plataforma circular, o auxiliar técnico do evento deve estimar a medida R do raio adequado para a plataforma em termos da medida L do lado da base da estatua.

Qual relação entre R e L o auxiliar técnico deverá apresentar de modo que a exigência de segurança seja cumprida?

a) $R \geq L/\sqrt{2}$
b) $R \geq 2L/\pi$
c) $R \geq L/\sqrt{\pi}$
d) $R \geq L/2$
e) $R \geq L/\left(2\sqrt{2}\right)$

Resolução **Resposta: A**

Resposta da questão 11:
[A]



Considerando R o raio da menor plataforma para se apoiar uma estátua e L o lado da base da estátua, podemos escrever:

$R^2 + R^2 = L^2$

$$R^2 = \frac{L^2}{2}$$

$$R = \frac{L}{\sqrt{2}}$$

Portanto:

$$R \geq \frac{L}{\sqrt{2}}.$$

Resolução reproduzida da referência 3.

Item 029

2012 | O2012-142

Fonte: INEP, caderno azul, página 21; questão 142.

QUESTÃO 142

A capacidade mínima, em BTU/h, de um aparelho de ar-condicionado, para ambientes sem exposição ao sol, pode ser determinada da seguinte forma:

- 600 BTU/h por m^2, considerando-se até duas pessoas no ambiente;
- para cada pessoa adicional nesse ambiente, acrescentar 600 BTU/h;
- acrescentar mais 600 BTU/h para cada equipamento eletroeletrônico em funcionamento no ambiente.

Será instalado um aparelho de ar-condicionado em uma sala, sem exposição ao sol, de dimensões 4 m x 5 m, em que permaneçam quatro pessoas e possua um aparelho de televisão em funcionamento.

A capacidade mínima, em BTU/h, desse aparelho de ar-condicionado deve ser

A 12 000.
B 12 600.
C 13 200.
D 13 800.
E 15 000.

Resolução **Resposta: D**

A área da sala é 20 m^2, exigindo $20 \cdot 600 = 12000$ BTU/h. Acrescente $2 \cdot 600 = 1200$ pelas duas pessoas além das primeiras duas e 600 pela televisão. O mínimo é 13800 BTU/h.

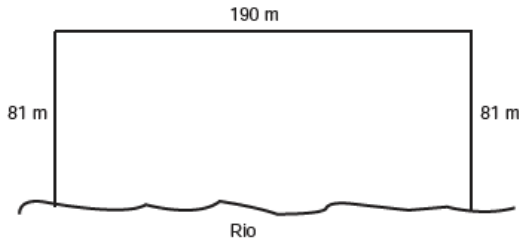
Item 030

2013 | R1-058

Fonte: referência 1, página 39.

Questão 058 (H4 | ENEM 2013) **Dificuldade 599,0**

Para o reflorestamento de uma área, deve-se cercar totalmente, com tela, os lados de um terreno, exceto o lado margeado pelo rio, conforme a figura. Cada rolo de tela que será comprado para confecção da cerca contém 48 metros de comprimento.



A quantidade mínima de rolos que deve ser comprada para cercar esse terreno é

(A) 6.

(B) 7.

(C) 8.

(D) 11.

(E) 12.

Resolução **Resposta: C**

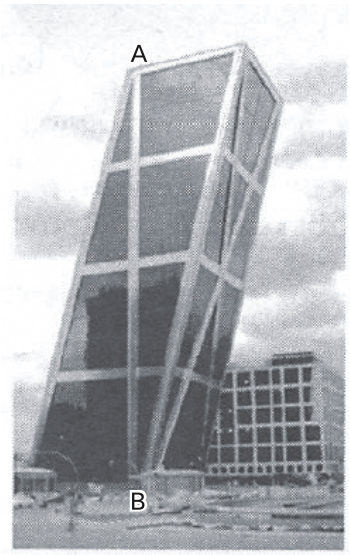
O lado junto ao rio não precisa de tela. O comprimento a cercar é $190 + 81 + 81 = 352$ m. Como $352/48 = 7{,}33\ldots$, devem ser comprados 8 rolos inteiros.

Item 031

2013 | R3-02-01

Fonte: referência 3, página 25.

1. (Enem 2013) As torres Puerta de Europa são duas torres inclinadas uma contra a outra, construídas numa avenida de Madri, na Espanha. A inclinação das torres é de 15° com a vertical e elas têm, cada uma, uma altura de 114 m (a altura é indicada na figura como o segmento AB). Estas torres são um bom exemplo de um prisma oblíquo de base quadrada e uma delas pode ser observada na imagem.



Disponível em: www.flickr.com.
Acesso em: 27 mar. 2012

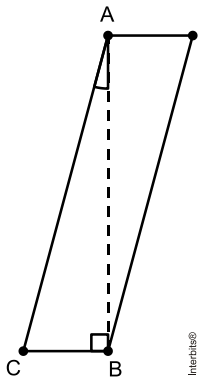
Utilizando 0,26 como valor aproximado para tangente de 15º e duas casas decimais nas operações, descobre-se que a área da base desse prédio ocupa na avenida um espaço
a) menor que $100m^2$.
b) entre $100m^2$ e $300m^2$.
c) entre $300m^2$ e $500m^2$.
d) entre $500m^2$ e $700m^2$.
e) maior que $700m^2$.

Resolução

Resposta: E

Resposta da questão 1:
[E]

Considere a vista lateral de uma das torres Puerta de Europa.



Do triângulo ABC, obtemos

$$\begin{aligned} tgB\hat{A}C = \frac{\overline{BC}}{\overline{AB}} &\Leftrightarrow tg15° = \frac{\overline{BC}}{114} \\ &\Rightarrow \overline{BC} \cong 114 \cdot 0,26 \\ &\Leftrightarrow \overline{BC} \cong 29,64 \text{ m}. \end{aligned}$$

Portanto, como a base é um quadrado, segue-se que sua área é aproximadamente igual a

$$\overline{BC}^2 = (29,64)^2 \cong 878,53 \text{ m}^2.$$

Resolução reproduzida da referência 3.

Item 032

2013 | R3-04-01

Fonte: referência 3, página 36.

1. (Enem 2013) Um programa de edição de imagens possibilita transformar figuras em outras mais complexas. Deseja-se construir uma nova figura a partir da original. A nova figura deve apresentar simetria em relação ao ponto O.

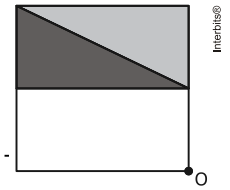
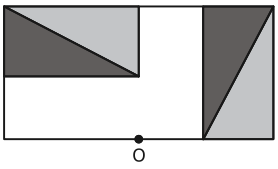
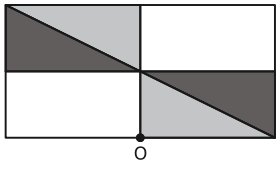
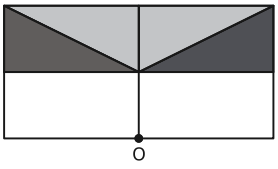


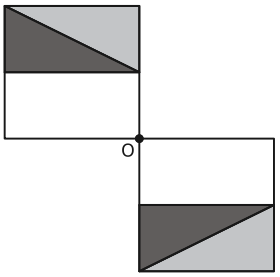
Figura original

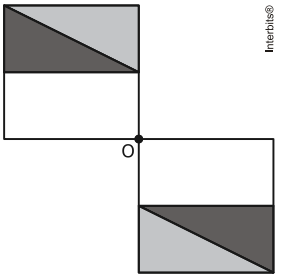
A imagem que representa a nova figura é:

a)


b)


c)


d)


e)


Resolução **Resposta: E**

Resposta da questão 1:
[E]

Como o simétrico de um ponto P do plano, em relação ao ponto O, é o ponto P' tal que $\overline{PO} = \overline{P'O}$ e P' pertence à reta $\overleftrightarrow{PO}$, segue-se que a alternativa correta é a alternativa [E].

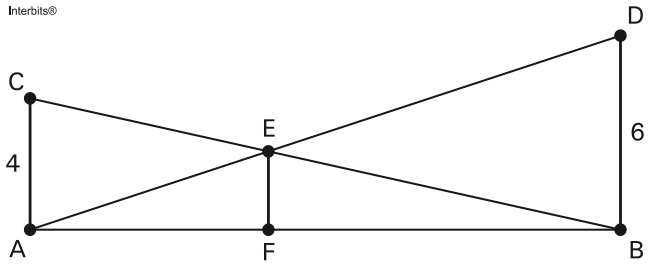
Resolução reproduzida da referência 3.

Item 033

2013 | R3-04-02

Fonte: referência 3, página 37.

2. (Enem 2013) O dono de um sítio pretende colocar uma haste de sustentação para melhor firmar dois postes de comprimentos iguais a 6m e 4m. A figura representa a situação real na qual os postes são descritos pelos segmentos AC e BD e a haste é representada pelo EF, todos perpendiculares ao solo, que é indicado pelo segmento de reta AB. Os segmentos AD e BC representam cabos de aço que serão instalados.



Qual deve ser o valor do comprimento da haste EF?

a) $1\,\text{m}$

b) $2\,\text{m}$

c) $2{,}4\,\text{m}$

d) $3\,\text{m}$

e) $2\sqrt{6}\,\text{m}$

Resolução

Resposta: C

Resposta da questão 2:
[C]

É fácil ver que os triângulos AEC e BED são semelhantes. Logo,

$$\frac{\overline{AF}}{\overline{BF}} = \frac{\overline{AC}}{\overline{BD}} \Leftrightarrow \frac{\overline{AF}}{\overline{BF}} = \frac{4}{6}$$
$$\Leftrightarrow \frac{\overline{AF} + \overline{BF}}{\overline{AF}} = \frac{2+3}{2}$$
$$\Leftrightarrow \frac{\overline{AF}}{\overline{AF} + \overline{BF}} = \frac{2}{5}.$$

Além disso, como os triângulos AEF e ABD também são semelhantes, vem

$$\frac{\overline{AF}}{\overline{AB}} = \frac{\overline{EF}}{\overline{BD}} \Leftrightarrow \frac{\overline{AF}}{\overline{AF} + \overline{BF}} = \frac{\overline{EF}}{6}$$
$$\Leftrightarrow \frac{\overline{EF}}{6} = \frac{2}{5}$$
$$\Leftrightarrow \overline{EF} = 2{,}4\,\text{m}.$$

Resolução reproduzida da referência 3.

Item 034

2013 | R3-04-03

Fonte: referência 3, página 37.

3. (Enem 2013) Uma fábrica de fórmicas produz placas quadradas de lados de medida igual a y centímetros. Essas placas são vendidas em caixas com N unidades e, na caixa, é especificada a área máxima S que pode ser coberta pelas N placas.
Devido a uma demanda do mercado por placas maiores, a fábrica triplicou a medida dos lados de suas placas e conseguiu reuni-las em uma nova caixa, de tal forma que a área coberta S não fosse alterada.

A quantidade X, de placas do novo modelo, em cada nova caixa será igual a:

a) $\frac{N}{9}$
b) $\frac{N}{6}$
c) $\frac{N}{3}$
d) $3N$
e) $9N$

Resolução

Resposta: A

Resposta da questão 3:
[A]

Seja S' a área coberta pelas placas de uma caixa nova.
Como $S = N \cdot y^2$, $S' = X \cdot 9y^2$ e $S' = S$, temos

$$X \cdot 9y^2 = N \cdot y^2 \Leftrightarrow X = \frac{N}{9}.$$

Resolução reproduzida da referência 3.

Item 035

2013 | R3-04-04

Fonte: referência 3, página 37.

4. (Enem 2013) A cerâmica constitui-se em um artefato bastante presente na história da humanidade. Uma de suas várias propriedades é a retração (contração), que consiste na evaporação da água existente em um conjunto ou bloco cerâmico quando submetido a uma determinada temperatura elevada. Essa elevação de temperatura, que ocorre durante o processo de cozimento, causa uma redução de até 20% nas dimensões lineares de uma peça.

Disponível em: www.arq.ufsc.br. Acesso em: 3 mar. 2012.

Suponha que uma peça, quando moldada em argila, possuía uma base retangular cujos lados mediam 30 cm e 15 cm. Após o cozimento, esses lados foram reduzidos em 20%.

Em relação à área original, a área da base dessa peça, após o cozimento, ficou reduzida em
a) 4%.
b) 20%.
c) 36%.
d) 64%.
e) 96%.

Resolução

Resposta: C

Resposta da questão 4:
[C]

Sendo de 20% a redução nas medidas dos lados, tem-se que a redução na área é dada por

$$1 - 0{,}8^2 = 1 - 0{,}64 = 0{,}36 = 36\%.$$

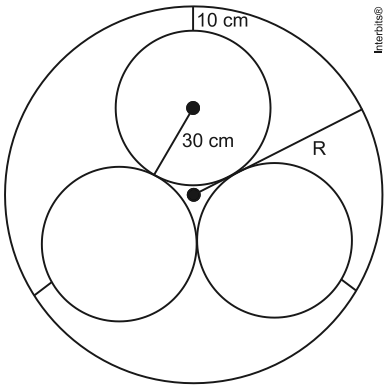
Resolução reproduzida da referência 3.

Item 036

2013 | R3-04-05

Fonte: referência 3, página 37.

5. (Enem 2013) Em um sistema de dutos, três canos iguais, de raio externo 30 cm, são soldados entre si e colocados dentro de um cano de raio maior, de medida R. Para posteriormente ter fácil manutenção, é necessário haver uma distância de 10cm entre os canos soldados e o cano de raio maior. Essa distância é garantida por um espaçador de metal, conforme a figura:



Utilize 1,7 como aproximação para $\sqrt{3}$.

O valor de R, em centímetros, é igual a
a) 64,0.
b) 65,5.
c) 74,0.
d) 81,0.
e) 91,0.

Item 036 – resolução

2013 / R3-04-05

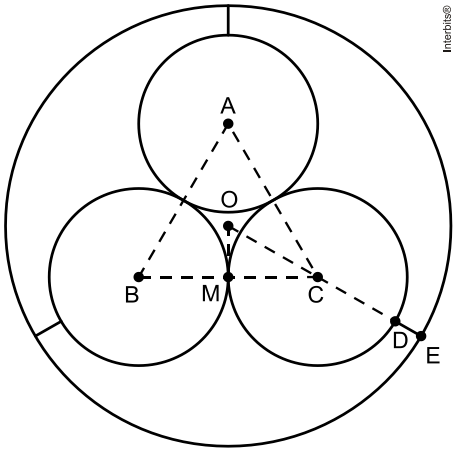
Resolução

Resposta: C

Resposta da questão 5:

[C]

Considere a figura, em que O é o centro do triângulo equilátero ABC de lado $60\,cm$, M é o ponto médio do lado BC e D é a interseção da reta $\overleftrightarrow{OC}$ com o círculo de raio $30\,cm$ e centro em C.



Desse modo, como OC é o raio do círculo circunscrito ao triângulo ABC, segue-se que

$$\overline{OC} = \frac{60\sqrt{3}}{3} \cong 34\,cm.$$

Portanto,

$$\begin{aligned} R &= \overline{OC} + \overline{CD} + \overline{DE} \\ &= 34 + 30 + 10 \\ &= 74\,cm. \end{aligned}$$

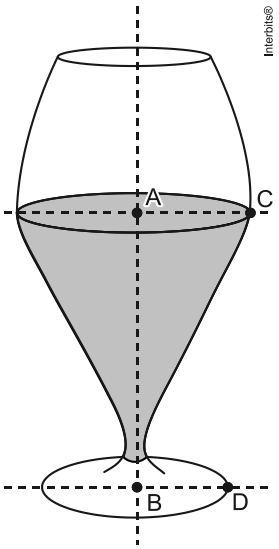
Resolução reproduzida da referência 3.

Item 037

2013 | R3-04-06

Fonte: referência 3, página 38.

6. (Enem 2013) Um restaurante utiliza, para servir bebidas, bandejas com base quadradas. Todos os copos desse restaurante têm o formato representado na figura:



Considere que $\overline{AC} = \frac{7}{5}\overline{BD}$ e que ℓ é a medida de um dos lados da base da bandeja.

Qual deve ser o menor valor da razão $\frac{\ell}{\overline{BD}}$ para que uma bandeja tenha capacidade de portar exatamente quatro copos de uma só vez?

a) 2

b) $\frac{14}{5}$

c) 4

d) $\frac{24}{5}$

e) $\frac{28}{5}$

Item 037 – resolução

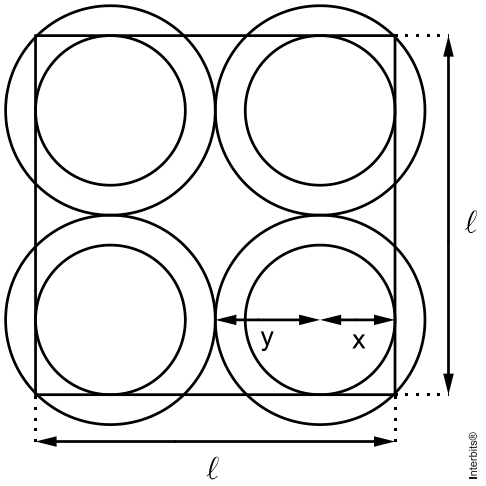
2013 / R3-04-06

Resolução

Resposta: D

Resposta da questão 6:
[D]

Considere a figura, em que $\overline{BD} = x$ e $\overline{AC} = y$.



Para que a bandeja tenha capacidade de portar exatamente quatro copos de uma só vez, deve-se ter

$$\ell = 2\cdot(x+y) = 2\cdot\left(x+\frac{7}{5}x\right) = \frac{24}{5}x.$$

Portanto, o resultado pedido é dado por

$$\frac{\ell}{\overline{BD}} = \frac{\frac{24}{5}x}{x} = \frac{24}{5}.$$

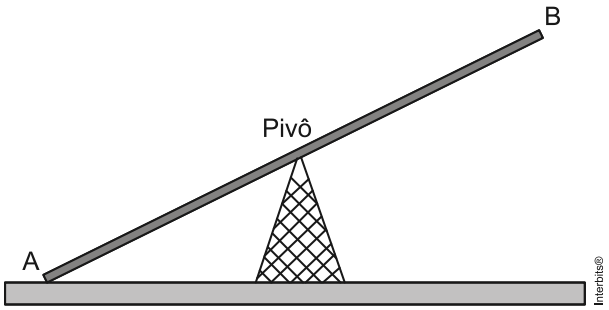
Resolução reproduzida da referência 3.

Item 038

2013 | R3-06-01

Fonte: referência 3, página 51.

1. (Enem 2013) Gangorra é um brinquedo que consiste de uma tábua longa e estreita equilibrada e fixada no seu ponto central (pivô). Nesse brinquedo, duas pessoas sentam-se nas extremidades e, alternadamente, impulsionam-se para cima, fazendo descer a extremidade oposta, realizando, assim, o movimento da gangorra.
Considere a gangorra representada na figura, em que os pontos A e B são equidistantes do pivô:



A projeção ortogonal da trajetória dos pontos A e B, sobre o plano do chão da gangorra, quando esta se encontra em movimento, é:

a)


b)


c)


d)

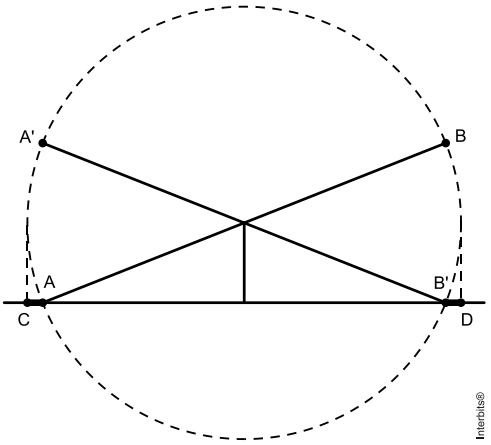

e)


Resolução

Resposta: B

Resposta da questão 1:
[B]

Considere a figura.



De acordo com a figura, segue que a projeção ortogonal da trajetória dos pontos A e B, sobre o plano do chão da gangorra, corresponde aos segmentos AC e $B'D$.

Resolução reproduzida da referência 3.

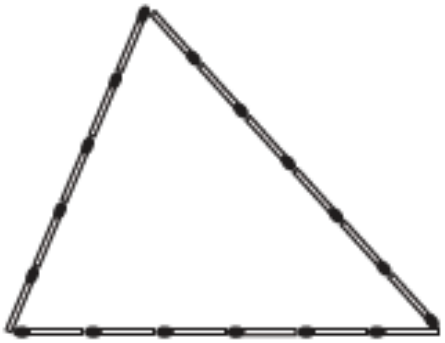
Item 039

2014 | R1-131

Fonte: referência 1, página 69.

Questão 131 (H8 | ENEM 2014) **Dificuldade 1644,0**

Uma criança deseja criar triângulos utilizando palitos de fósforo de mesmo comprimento. Cada triângulo será construído com exatamente 17 palitos e pelo menos um dos lados do triângulo deve ter o comprimento de exatamente 6 palitos. A figura ilustra um triângulo construído com essas características.



A quantidade máxima de triângulos não congruentes dois a dois que podem ser construídos é

- **A** 3.
- **B** 5.
- **C** 6.
- **D** 8.
- **E** 10.

Resolução **Resposta: A**

Fixe um lado em 6 palitos e chame os outros de $b \leq c$. Então $b+c=11$. As desigualdades triangulares exigem $b+6>c$, de onde $b>2{,}5$, e $b \leq 5{,}5$. As possibilidades são $(3,8),(4,7),(5,6)$: 3 triângulos não congruentes.

Item 040

2014 | R1-199

Fonte: referência 1, página 94.

Questão 199 (H13 | ENEM 2014) **Anulada pela TRI**

Uma pessoa possui um espaço retangular de lados 11,5 m e 14 m no quintal de sua casa e pretende fazer um pomar doméstico de maçãs. Ao pesquisar sobre o plantio dessa fruta, descobriu que as mudas de maçã devem ser plantadas em covas com uma única muda e com espaçamento mínimo de 3 metros entre elas e entre elas e as laterais do terreno. Ela sabe que conseguirá plantar um número maior de mudas em seu pomar se dispuser as covas em filas alinhadas paralelamente ao lado de maior extensão.

O número máximo de mudas que essa pessoa poderá plantar no espaço disponível é

(A) 4.

(B) 8.

(C) 9.

(D) 12.

(E) 20.

Resolução **Resposta: C**

Preservando 3 m de margem, as posições disponíveis em cada direção permitem três fileiras de três mudas. Por exemplo, use coordenadas 3, 6 e 9 m em ambos os eixos: são 9 mudas. A resposta matemática é C. A indicação de exclusão pela TRI no material de origem é distinta de uma anulação formal da alternativa.

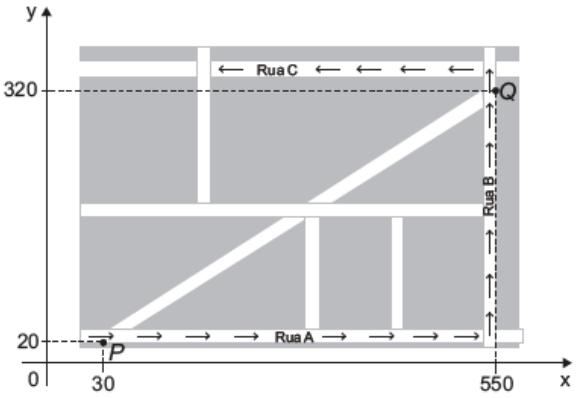
Item 041

2015 | R1-097

Fonte: referência 1, página 55.

Questão 097 (H6 | ENEM 2015) **Dificuldade 754,3**

Devido ao aumento do fluxo de passageiros, uma empresa de transporte coletivo urbano está fazendo estudos para a implantação de um novo ponto de parada em uma determinada rota. A figura mostra o percurso, indicado pelas setas, realizado por um ônibus nessa rota e a localização de dois de seus atuais pontos de parada, representados por P e Q.



Os estudos indicam que o novo ponto T deverá ser instalado, nesse percurso, entre as paradas já existentes P e Q, de modo que as distâncias percorridas pelo ônibus entre os pontos P e T e entre os pontos T e Q sejam iguais.

De acordo com os dados, as coordenadas do novo ponto de parada são

A (290 ; 20).

B (410 ; 0).

C (410 ; 20).

D (440 ; 0).

E (440 ; 20).

Resolução **Resposta: E**

O ponto procurado divide pela metade o comprimento do percurso do ônibus, e não o segmento retilíneo PQ. Somando os trechos da rota e localizando sua metade na poligonal, obtém-se um ponto da rua horizontal $y = 20$, com $x = 440$. Portanto, $T = (440, 20)$.

Item 042

Fonte: referência 1, página 59.

Questão 107 (H7 | ENEM 2015) **Dificuldade 710,0**

Uma família fez uma festa de aniversário e enfeitou o local da festa com bandeirinhas de papel.

Essas bandeirinhas foram feitas da seguinte maneira: inicialmente, recortaram as folhas de papel em forma de quadrado, como mostra a Figura 1.

Em seguida, dobraram as folhas quadradas ao meio sobrepondo os lados BC e AD, de modo que C e D coincidam, e o mesmo ocorra com A e B, conforme ilustrado na Figura 2.

Marcaram os pontos médios O e N, dos lados FG e AF, respectivamente, e o ponto M do lado AD, de modo que AM seja igual a um quarto de AD. A seguir, fizeram cortes sobre as linhas pontilhadas ao longo da folha dobrada.

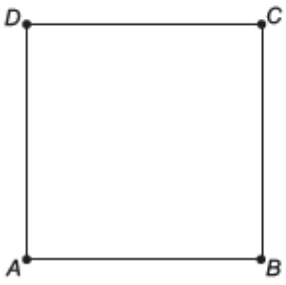


Figura 1



Figura 2

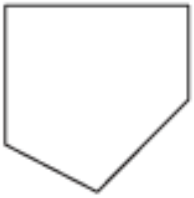
Após os cortes, a folha é aberta e a bandeirinha está pronta.

A figura que representa a forma da bandeirinha pronta é

(A) 

(B) 

(C) 

(D) 

(E) 

Item 042 – resolução 2015 / R1-107

Resolução **Resposta: E**

Desfaça a dobra refletindo o recorte em relação ao eixo de simetria da folha. O trecho MN de uma metade gera o recorte correspondente na outra metade, e os dois lados resultantes têm a mesma inclinação. O contorno simétrico correto é o da alternativa E.

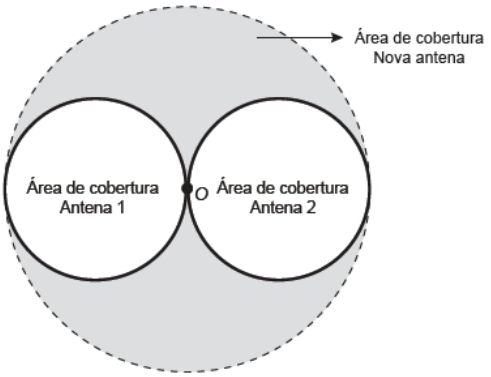
Item 043

2015 | R1-119

Fonte: referência 1, página 65.

Questão 119 (H8 | ENEM 2015) **Dificuldade 680,8**

Uma empresa de telefonia celular possui duas antenas que serão substituídas por uma nova, mais potente. As áreas de cobertura das antenas que serão substituídas são círculos de raio 2 km, cujas circunferências se tangenciam no ponto O, como mostra a figura.



O ponto O indica a posição da nova antena, e sua região de cobertura será um círculo cuja circunferência tangenciará externamente as circunferências das áreas de cobertura menores.

Com a instalação da nova antena, a medida da área de cobertura, em quilômetros quadrados, foi ampliada em

A 8π.

B 12π.

C 16π.

D 32π.

E 64π.

Resolução **Resposta: A**

O novo círculo tem raio 4 km, pois seu centro é O e deve alcançar as extremidades dos círculos de raio 2 km. A área antiga era $2\pi \cdot 2^2 = 8\pi$ km^2 e a nova é $\pi \cdot 4^2 = 16\pi$ km^2. O aumento é 8π km^2.

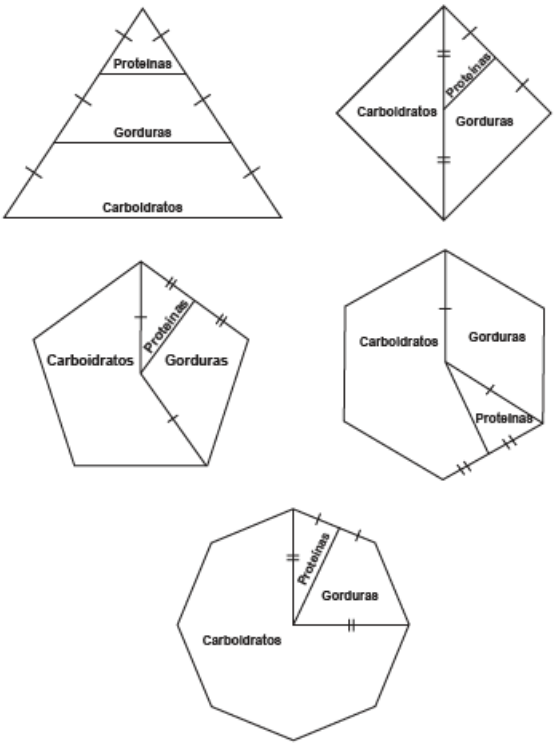
Item 044

2015 | R1-135

Fonte: referência 1, página 71.

Questão 135 (H9 | ENEM 2015) **Dificuldade 656,7**

Para uma alimentação saudável, recomenda-se ingerir, em relação ao total de calorias diárias, 60% de carboidratos, 10% de proteínas e 30% de gorduras. Uma nutricionista, para melhorar a visualização dessas porcentagens, quer dispor esses dados em um polígono. Ela pode fazer isso em um triângulo equilátero, um losango, um pentágono regular, um hexágono regular ou um octógono regular, desde que o polígono seja dividido em regiões cujas áreas sejam proporcionais às porcentagens mencionadas. Ela desenhou as seguintes figuras:



Entre esses polígonos, o único que satisfaz as condições necessárias para representar a ingestão correta de diferentes tipos de alimentos é o

(A) triângulo.

(B) losango.

(C) pentágono.

(D) hexágono.

(E) octógono.

Resolução **Resposta: C**

A divisão deve representar a razão de áreas $60 : 10 : 30 = 6 : 1 : 3$. No pentágono, os triângulos determinados pelo centro e pelos lados têm áreas iguais; a subdivisão desenhada permite reunir 6, 1 e 3 décimos da área. É a alternativa C.

Item 045

2015 | R1-144

Fonte: referência 1, página 75.

Questão 144 (H9 | ENEM 2015) **Dificuldade 731,7**

O tampo de vidro de uma mesa quebrou-se e deverá ser substituído por outro que tenha a forma de círculo. O suporte de apoio da mesa tem o formato de um prisma reto, de base em forma de triângulo equilátero com lados medindo 30 cm.

Uma loja comercializa cinco tipos de tampos de vidro circulares com cortes já padronizados, cujos raios medem 18 cm, 26 cm, 30 cm, 35 cm e 60 cm. O proprietário da mesa deseja adquirir nessa loja o tampo de menor diâmetro que seja suficiente para cobrir base superior do suporte da mesa.

Considere 1,7 como aproximação para $\sqrt{3}$.

O tampo a ser escolhido será aquele cujo raio, em centímetros, é igual a

(A) 18.

(B) 26.

(C) 30.

(D) 35.

(E) 60.

Resolução **Resposta: A**

O menor círculo que cobre um triângulo equilátero é seu circuncírculo, de raio $R = a/\sqrt{3} = 10\sqrt{3} \approx 17$ cm. Entre os tamanhos disponíveis, o primeiro raio suficiente é 18 cm.

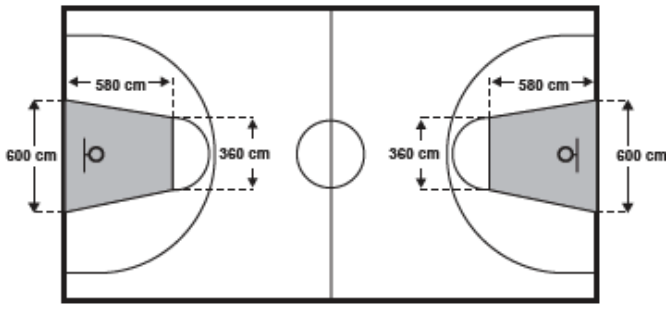
Item 046

2015 | R1-191

Fonte: referência 1, página 92.

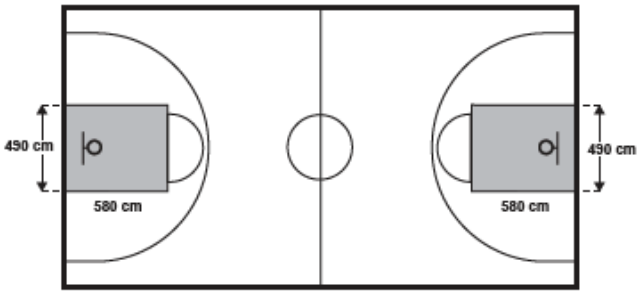
Questão 191 (H13 | ENEM 2015) **Dificuldade 668,4**

O Esquema I mostra a configuração de uma quadra de basquete. Os trapézios em cinza, chamados de garrafões, correspondem a áreas restritivas.



Esquema I: área restritiva antes de 2010

Visando atender as orientações do Comitê Central da Federação Internacional de Basquete (Fiba) em 2010, que unificou as marcações das diversas ligas, foi prevista uma modificação dos garrafões das quadras, que passariam a ser retângulos, como mostra o Esquema II.



Esquema II: área restritiva a partir de 2010

Após executadas as modificações previstas, houve uma alteração na área ocupada por cada garrafão, que corresponde a um(a)

A aumento de 5 800 cm^2.

B aumento de 75 400 cm^2.

C aumento de 214 600 cm^2.

D diminuição de 63 800 cm^2.

E diminuição de 272 600 cm^2.

Resolução **Resposta: A**

Antes, a área do trapézio era $(600+360)\cdot 580/2 = 278400$ cm^2. Depois, a área do retângulo passou a $490\cdot 580 = 284200$ cm^2. A diferença é um aumento de 5800 cm^2.

Item 047

2015 | R1-226

Fonte: referência 1, página 109.

Questão 226 (H16 | ENEM 2015) **Dificuldade 606,7**

Alguns medicamentos para felinos são administrados com base na superfície corporal do animal. Foi receitado a um felino pesando 3,0 kg um medicamento na dosagem diária de 250 mg por metro quadrado de superfície corporal.

O quadro apresenta a relação entre a massa do felino, em quilogramas, e a área de sua superfície corporal, em metros quadrados.

Relação entre a massa de um felino e a área de sua superfície corporal

Massa (kg)	Área (m^2)
1,0	0,100
2,0	0,159
3,0	0,208
4,0	0,252
5,0	0,292

NORSWORTHY, G. D. O paciente felino. São Paulo: Roca, 2009.

A dose diária, em miligramas, que esse felino deverá receber é de

(A) 0,624.

(B) 52,0.

(C) 156,0.

(D) 750,0.

(E) 1 201,9.

Resolução **Resposta: B**

Para 3 kg, a tabela fornece área corporal de 0,208 m^2. A dosagem indicada no problema é $250 \cdot 0{,}208 = 52$ mg por dia.

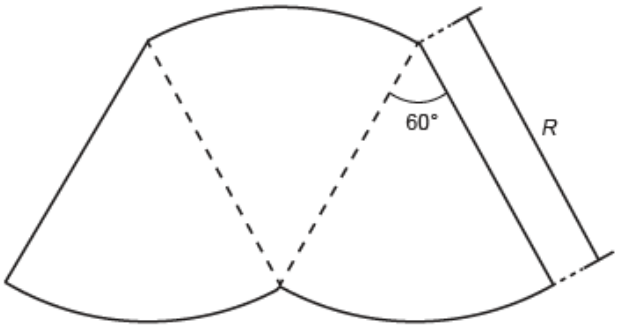
Item 048

2015 | R1-321

Fonte: referência 1, página 146.

Questão 321 (H22 | ENEM 2015) **Dificuldade 740,1**

O proprietário de um parque aquático deseja construir uma piscina em suas dependências. A figura representa a vista superior dessa piscina, que é formada por três setores circulares idênticos, com ângulo central igual a 60°. O raio R deve ser um número natural.



O parque aquático já conta com uma piscina em formato retangular com dimensões 50 m x 24 m.

O proprietário quer que a área ocupada pela nova piscina seja menor que a ocupada pela piscina já existente.

Considere 3,0 como aproximação para π.

O maior valor possível para R, em metros, deverá ser

A 16.

B 28.

C 29.

D 31.

E 49.

Resolução **Resposta: B**

Os três setores somam $3 \cdot \frac{60}{360}\pi R^2 = 1{,}5R^2$. A piscina antiga tem área $50 \cdot 24 = 1200$ m^2. Exigindo $1{,}5R^2 < 1200$, obtém-se $R < \sqrt{800} \approx 28{,}28$. O maior inteiro é 28 m.

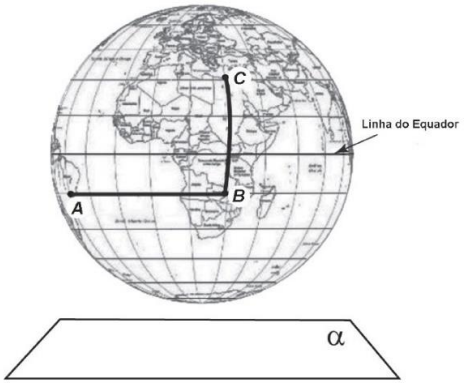
Item 049

2016 | R1-096

Fonte: referência 1, página 54.

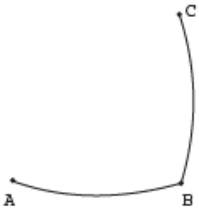
Questão 096 (H6 | ENEM 2016) **Dificuldade 750,9**

A figura representa o globo terrestre e nela estão marcados os pontos A, B e C. Os pontos A e B estão localizados sobre um mesmo paralelo, e os pontos B e C, sobre um mesmo meridiano. É traçado um caminho do ponto A até C, pela superfície do globo, passando por B, de forma que o trecho de A até B se dê sobre o paralelo que passa por A e B e, o trecho de B até C se dê sobre o meridiano que passa por B e C. Considere que o plano α é paralelo à linha do equador na figura.



A projeção ortogonal, no plano α, do caminho traçado no globo pode ser representada por

A



B



C



D



E



Resolução **Resposta: E**

O paralelo projeta-se como arco de circunferência concêntrica ao Equador. O meridiano, contido num plano vertical, projeta-se como segmento radial. A união desses dois trechos com a orientação A–B–C aparece em E.

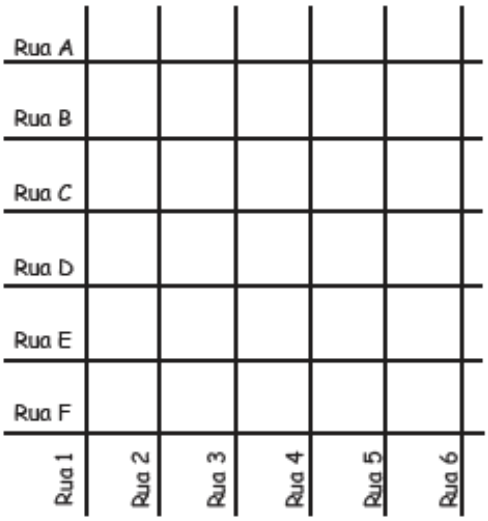
Item 050

2016 | R1-116

Fonte: referência 1, página 64.

Questão 116 (H8 | ENEM 2016) **Dificuldade 611,7**

Uma família resolveu comprar um imóvel num bairro cujas ruas estão representadas na figura. As ruas com nomes de letras são paralelas entre si e perpendiculares às ruas identificadas com números. Todos os quarteirões são quadrados, com as mesmas medidas, e todas as ruas têm a mesma largura, permitindo caminhar somente nas direções vertical e horizontal. Desconsidere a largura das ruas.



A família pretende que esse imóvel tenha a mesma distância de percurso até o local de trabalho da mãe, localizado na rua 6 com a rua E, o consultório do pai, na rua 2 com a rua E, e a escola das crianças, na rua 4 com a rua A.

Com base nesses dados, o imóvel que atende as pretensões da família deverá ser localizado no encontro das ruas

A 3 e C.

B 4 e C.

C 4 e D.

D 4 e E.

E 5 e C.

Resolução **Resposta: C**

Conte distâncias pela malha, somando deslocamentos horizontal e vertical. Da esquina 4 com D até 6 com E são $2 + 1 = 3$ quarteirões; até 2 com E, $2 + 1 = 3$; até 4 com A, 3. Portanto, a esquina procurada é 4 com D.

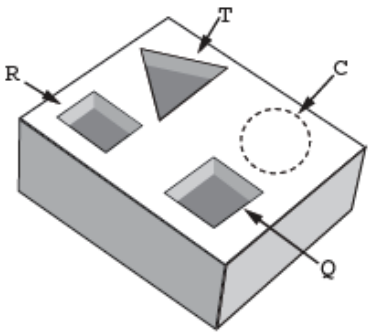
Item 051

Fonte: referência 1, página 76.

Questão 146 (H9 | ENEM 2016) **Dificuldade 780,4**

Um marceneiro está construindo um material didático que corresponde ao encaixe de peças de madeira com 10 cm de altura e formas geométricas variadas, num bloco de madeira em que cada peça se posicione na perfuração com seu formato correspondente, conforme ilustra a figura. O bloco de madeira já possui três perfurações prontas de bases distintas: uma quadrada (Q), de lado 4 cm, uma retangular (R), com base 3 cm e altura 4 cm, e uma em forma de um triângulo equilátero (T), de lado 6,8 cm. Falta realizar uma perfuração de base circular (C).

O marceneiro não quer que as outras peças caibam na perfuração circular e nem que a peça de base circular caiba nas demais perfurações e, para isso, escolherá o diâmetro do círculo que atenda a tais condições. Procurou em suas ferramentas uma serra copo (broca com formato circular) para perfurar a base em madeira, encontrando cinco exemplares, com diferentes medidas de diâmetros, como segue: (I) 3,8 cm; (II) 4,7 cm; (III) 5,6 cm;(IV) 7,2 cm e (V) 9,4 cm.



Considere 1,4 e 1,7 como aproximações para $\sqrt{2}$ e $\sqrt{3}$, respectivamente.

Para que seja atingido o seu objetivo, qual dos exemplares de serra copo o marceneiro deverá escolher?

- **A** I
- **B** II
- **C** III
- **D** IV
- **E** V

Resolução **Resposta: B**

Para o disco não caber no quadrado, seu diâmetro deve superar 4 cm. Para a peça retangular de 3×4 não caber no furo, o diâmetro deve ser menor que sua diagonal, 5 cm. O exemplar 4,7 cm satisfaz essas restrições e também impede os encaixes com o triângulo e com a peça quadrada. É a broca II.

Item 052

2016 | R1-211

Fonte: referência 1, página 98.

Questão 211 (H14 | ENEM 2016) **Dificuldade 746,7**

Um senhor, pai de dois filhos, deseja comprar dois terrenos, com áreas de mesma medida, um para cada filho. Um dos terrenos visitados já está demarcado e, embora não tenha um formato convencional (como se observa na figura B), agradou ao filho mais velho e, por isso, foi comprado. O filho mais novo possui um projeto arquitetônico de uma casa que quer construir, mas, para isso, precisa de um terreno na forma retangular (como mostrado na Figura A) cujo comprimento seja 7 m maior do que a largura.

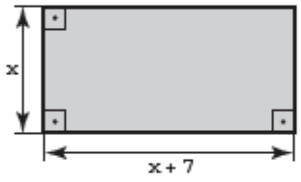


Figura A

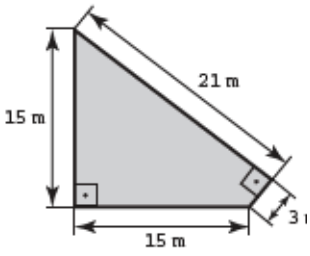


Figura B

Para satisfazer o filho mais novo, esse senhor precisa encontrar um terreno retangular cujas medidas, em metro, do comprimento e da largura sejam iguais, respectivamente, a

(A) 7,5 e 14,5.

(B) 9,0 e 16,0.

(C) 9,3 e 16,3.

(D) 10,0 e 17,0.

(E) 13,5 e 20,5.

Resolução **Resposta: B**

Divida o terreno B pela diagonal indicada: sua área é $15 \cdot 15/2 + 21 \cdot 3/2 = 144$ m^2. No retângulo, $x(x+7) = 144$, ou $(x-9)(x+16) = 0$. As dimensões positivas são 9 m e 16 m, com 16 m no lado maior.

Item 053

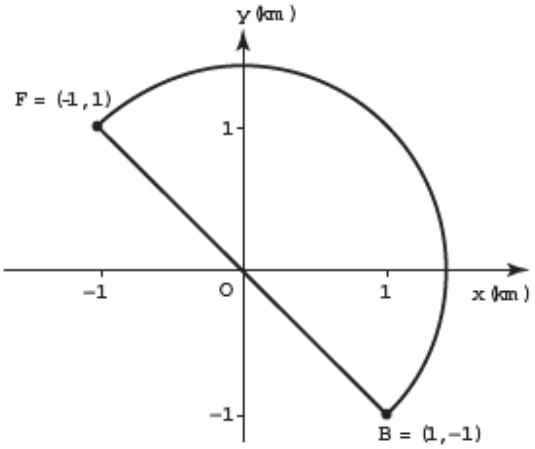
2016 | R1-324

Fonte: referência 1, página 147.

Questão 324 (H22 | ENEM 2016) **Dificuldade 764,7**

Em uma cidade será construída uma galeria subterrânea que receberá uma rede de canos para o transporte de água de uma fonte (F) até o reservatório de um novo bairro (B).

Após avaliações, foram apresentados dois projetos para o trajeto de construção da galeria: um segmento de reta que atravessaria outros bairros ou uma semicircunferência que contornaria esses bairros, conforme ilustrado no sistema de coordenadas xOy da figura, em que a unidade de medida nos eixos é o quilômetro.



Estudos de viabilidade técnica mostraram que, pelas características do solo, a construção de 1 m de galeria via segmento de reta demora 1,0 h, enquanto 1 m de construção de galeria via semicircunferência demora 0,6 h. Há urgência em disponibilizar água para esse bairro.

Use 3 como aproximação para π e 1,4 como aproximação para $\sqrt{2}$.

O menor tempo possível, em hora, para conclusão da construção da galeria, para atender às necessidades de água do bairro, é de

(A) 1 260.

(B) 2 520.

(C) 2 800.

(D) 3 600.

(E) 4 000.

Resolução **Resposta: B**

A distância retilínea é $2\sqrt{2} \approx 2{,}8$ km, exigindo 2800 h. A semicircunferência tem raio $\sqrt{2} \approx 1{,}4$ km e comprimento $3 \cdot 1{,}4 = 4{,}2$ km; seu tempo é $4200 \cdot 0{,}6 = 2520$ h. Essa é a opção mais rápida.

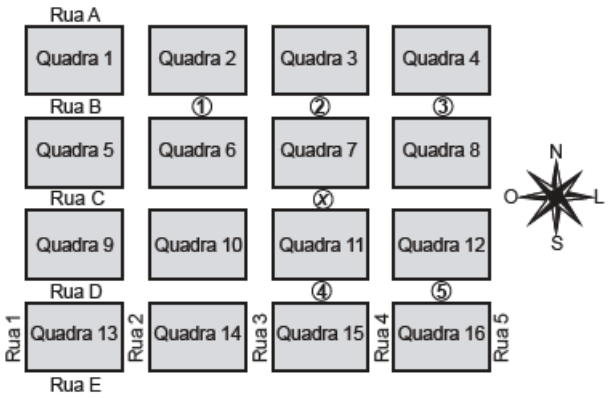
Item 054

2017 | R1-088

Fonte: referência 1, página 51.

Questão 088 (H6 | ENEM 2017) **Dificuldade 513,6**

Um menino acaba de se mudar para um novo bairro e deseja ir à padaria. Pediu ajuda a um amigo que lhe forneceu um mapa com pontos numerados, que representam cinco locais de interesse, entre os quais está a padaria. Além disso, o amigo passou as seguintes instruções: a partir do ponto em que você se encontra, representado pela letra X, ande para oeste, vire à direita na primeira rua que encontrar, siga em frente e vire à esquerda na próxima rua. A padaria estará logo a seguir.



A padaria está representada pelo ponto numerado com

(A) 1.

(B) 2.

(C) 3.

(D) 4.

(E) 5.

Resolução **Resposta: A**

Partindo de X, seguir para oeste significa mover-se para a esquerda do mapa. Virar à direita passa a indicar norte; depois virar à esquerda volta a indicar oeste. Seguindo esse percurso, chega-se ao ponto 1.

Item 055

Fonte: referência 1, página 63.

Questão 114 (H8 | ENEM 2017) **Dificuldade 521,0**

A manchete demonstra que o transporte de grandes cargas representa cada vez mais preocupação quando feito em vias urbanas.

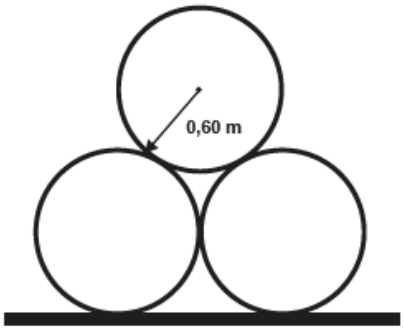
Caminhão entala em viaduto no Centro

Um caminhão de grande porte entalou embaixo do viaduto no cruzamento das avenidas Borges de Medeiros e Loureiro da Silva no sentido Centro-Bairro, próximo à Ponte de Pedra, na capital. Esse veículo vinha de São Paulo para Porto Alegre e transportava três grandes tubos, conforme ilustrado na foto.



Disponível em: www.caminhoes-e-carretas.com.
Acesso em: 21 maio 2012 (adaptado).

Considere que o raio externo de cada cano da imagem seja 0,60 m e que eles estejam em cima de uma carroceria cuja parte superior está a 1,30 m do solo. O desenho representa a vista traseira do empilhamento dos canos.



A margem de segurança recomendada para que um veículo passe sob um viaduto é que a altura total do veículo com a carga seja, no mínimo, 0,50 m menor do que a altura do vão do viaduto.

Considere 1,7 como aproximação para $\sqrt{3}$.

Qual deveria ser a altura mínima do viaduto, em metro, para que esse caminhão pudesse passar com segurança sob seu vão?

- (A) 2,82
- (B) 3,52
- (C) 3,70
- (D) 4,02
- (E) 4,20

Item 055 – resolução 2017 / R1-114

Resolução **Resposta: D**

Os centros dos tubos formam um triângulo equilátero de lado $2r = 1{,}20$ m. Sua altura é $r\sqrt{3}$. A altura total com a carga é $1{,}30 + 2r + r\sqrt{3} = 1{,}30 + 1{,}20 + 0{,}60 \cdot 1{,}7 = 3{,}52$ m. Com a folga de 0,50 m, são necessários 4,02 m.

Item 056

2017 | R1-133

Fonte: referência 1, página 70.

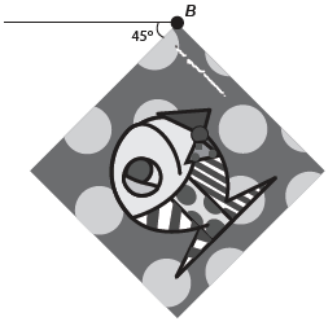
Questão 133 (H9 | ENEM 2017) **Dificuldade 602,9**

A imagem apresentada na figura é uma cópia em preto e branco da tela quadrada intitulada O peixe, de Marcos Pinto, que foi colocada em uma parede para exposição e fixada nos pontos A e B.

Por um problema na fixação de um dos pontos, a tela se desprendeu, girando rente à parede. Após o giro, ela ficou posicionada como ilustrado na figura, formado um ângulo de 45º com a linha do horizonte.







Para recolocar a tela na sua posição original, deve-se girá-la, rente à parede, no menor ângulo possível inferior a 360º.

A forma de recolocar a tela na posição original, obedecendo ao que foi estabelecido, é girando-a em um ângulo de

A 90º no sentido horário.

B 135º no sentido horário.

C 180º no sentido anti-horário.

D 270º no sentido anti-horário.

E 315º no sentido horário.

Resolução **Resposta: B**

O giro deve desfazer a orientação atual do desenho, e não apenas alinhar um lado do quadrado. Acompanhando o ponto de fixação e a posição do peixe, o menor movimento que recupera a posição original é de 135° no sentido horário.

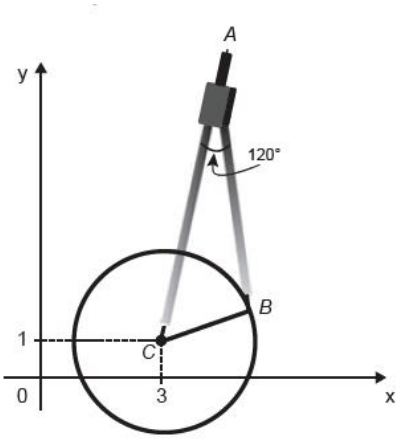
Item 057

2017 | R1-134

Fonte: referência 1, página 71.

Questão 134 (H9 | ENEM 2017) **Dificuldade 627,7**

Uma desenhista projetista deverá desenhar uma tampa de panela em forma circular. Para realizar esse desenho, ela dispõe, no momento, de apenas um compasso, cujo comprimento das hastes é de 10 cm, um transferidor e uma folha de papel com um plano cartesiano. Para esboçar o desenho dessa tampa, ela afastou as hastes do compasso de forma que o ângulo formado por elas 120º. A ponta seca está representada pelo ponto C, a ponta do grafite está representada pelo ponto B e a cabeça do compasso está representada pelo ponto A conforme a figura.



Após concluir o desenho, ela o encaminha para o setor de produção. Ao receber o desenho com a indicação do raio da tampa, verificará em qual intervalo este se encontra e decidirá o tipo de material a ser utilizado na sua fabricação, de acordo com os dados.

Tipo de material	Intervalo de valores do raio (cm)
I	0 < R ≤ 5
II	5 < R ≤ 10
III	10 < R ≤ 15
IV	15 < R ≤ 21
V	21 < R ≤ 40

Considere 1,7 como aproximação para $\sqrt{3}$.

O tipo de material a ser utilizado pelo setor de produção será

(A) I.

(B) II.

(C) III.

(D) IV.

(E) V.

Resolução **Resposta: D**

As hastes e sua abertura formam um triângulo de lados 10 e 10 cm e ângulo de 120°. Pela lei dos cossenos, $R^2 = 100 + 100 - 200\cos 120° = 300$. Portanto, $R = 10\sqrt{3} \approx 17$ cm, no intervalo IV.

Item 058

2017 | R1-186

Fonte: referência 1, página 89.

Questão 186 (H12 | ENEM 2017) **Dificuldade 870,5**

Um garçom precisa escolher uma bandeja de base retangular para servir quatro taças de espumante que precisam ser dispostas em uma única fileira, paralela ao lado maior da bandeja, e com suas bases totalmente apoiadas na bandeja. A base e a borda superior das taças são círculos de raio 4 cm e 5 cm, respectivamente.



A bandeja a ser escolhida deverá ter uma área mínima, em centímetro quadrado, igual a

(A) 192.

(B) 300.

(C) 304.

(D) 320.

(E) 400.

Resolução **Resposta: C**

As bordas superiores, de diâmetro 10 cm, obrigam distância mínima de 10 cm entre centros de taças vizinhas. As bases têm raio 4 cm, logo o comprimento mínimo da bandeja é $4 + 3 \cdot 10 + 4 = 38$ cm e a largura é 8 cm. A área é $38 \cdot 8 = 304$ cm^2.

Item 059

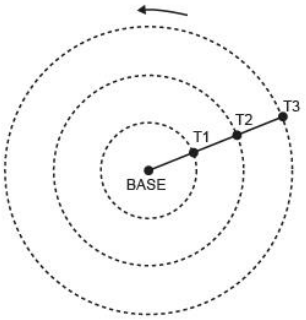
2017 | R1-322

Fonte: referência 1, página 146.

Questão 322 (H22 | ENEM 2017) **Dificuldade 741,8**

Pivô central é um sistema de irrigação, muito usado na agricultura, em que uma área circular é projetada para receber uma estrutura suspensa. No centro dessa área, há uma tubulação vertical que transmite água através de um cano horizontal longo, apoiado em torres de sustentação, as quais giram sobre rodas, em torno do centro do pivô, também chamado de base, conforme mostram as figuras. Cada torre move-se com velocidade constante.





Um pivô de três torres (T_1, T_2 e T_3) será instalado em uma fazenda, sendo que as distâncias entre torres consecutivas bem como da base à torre T_1 são iguais a 50 m. O fazendeiro pretende ajustar as velocidades das torres, de tal forma que o pivô efetue uma volta completa em 25 horas. Use 3 como aproximação para π.

Para atingir seu objetivo, as velocidades das torres T_1, T_2 e T_3 devem ser, em metro por hora, de

A 12, 24 e 36.

B 6, 12 e 18.

C 2, 4 e 6.

D 300, 1 200 e 2 700.

E 600, 2 400 e 5 400.

Resolução **Resposta: A**

As torres estão a 50, 100 e 150 m do centro. Em 25 h, percorrem uma circunferência: $v = 2\pi r/25$. Com $\pi = 3$, as velocidades são 12, 24 e 36 m/h.

Item 060

2018 | R1-091

Fonte: referência 1, página 52.

Questão 091 (H6 | ENEM 2018) **Dificuldade 650,3**

A rosa dos ventos é uma figura que representa oito sentidos, que dividem o círculo em partes iguais.



Uma câmera de vigilância está fixada no teto de um shopping e sua lente pode ser direcionada remotamente, através de um controlador, para qualquer sentido. A lente da câmera está apontada inicialmente no sentido Oeste e o seu controlador efetua três mudanças consecutivas, a saber:

- 1ª mudança: 135º no sentido anti-horário;
- 2ª mudança: 60º no sentido horário;
- 3ª mudança: 45º no sentido anti-horário;

Após a 3a mudança, ele é orientado a reposicionar a câmera, com a menor amplitude possível, no sentido Noroeste (NO) devido a um movimento suspeito de um cliente.

Qual mudança de sentido o controlador deve efetuar para reposicionar a câmera?

A 75º no sentido horário.

B 105º no sentido anti-horário.

C 120º no sentido anti-horário.

D 135º no sentido anti-horário.

E 165º no sentido horário.

Resolução **Resposta: E**

Tomando leste como $0°$ e sentido anti-horário como positivo, oeste é $180°$. Após os três movimentos: $180 + 135 - 60 + 45 = 300°$. Noroeste é $135°$. O menor ajuste é $300 - 135 = 165°$ no sentido horário.

Item 061

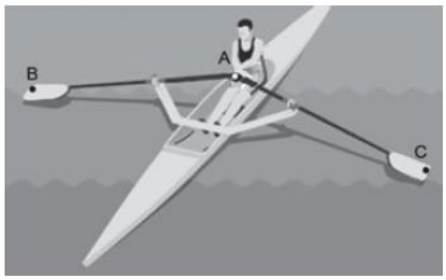
2018 | R1-104

Fonte: referência 1, página 58.

Questão 104 (H7 | ENEM 2018) **Dificuldade 665,0**

O remo de assento deslizante é um esporte que faz uso de um barco e dois remos do mesmo tamanho.

A figura mostra uma das posições de uma técnica chamada afastamento.



Disponível em: www.remobrasil.com. Acesso em: 6 dez. 2017 (adaptado).

Nessa posição, os dois remos se encontram no ponto A e suas outras extremidades estão indicadas pelos pontos B e C. Esses três pontos formam um triângulo ABC cujo ângulo BÂC tem medida de 170°.

O tipo de triângulo com vértices nos pontos A, B e C, no momento em que o remador está nessa posição, é

- **A** retângulo escaleno.
- **B** acutângulo escaleno.
- **C** acutângulo isósceles.
- **D** obtusângulo escaleno.
- **E** obtusângulo isósceles.

Resolução **Resposta: E**

Os dois remos têm o mesmo comprimento, logo $AB = AC$ e o triângulo é isósceles. Como $\widehat{BAC} = 170° > 90°$, ele também é obtusângulo.

Item 062

2018 | R1-120

Fonte: referência 1, página 65.

Questão 120 (H8 | ENEM 2018) **Dificuldade 689,1**

Um quebra-cabeça consiste em recobrir um quadrado com triângulos retângulos isósceles, como ilustra a figura.



Uma artesã confecciona um quebra-cabeça como o descrito, de tal modo que a menor das peças é um triângulo retângulo isósceles cujos catetos medem 2 cm.

O quebra-cabeça, quando montado, resultará em um quadrado cuja medida do lado, em centímetro, é

A 14.

B 12.

C $7\sqrt{2}$.

D $6+4\sqrt{2}$.

E $6+2\sqrt{2}$.

Resolução **Resposta: A**

Na sequência de triângulos retângulos isósceles da figura, os catetos se duplicam a cada recomposição de duas peças menores. Partindo do cateto de 2 cm, reconstrói-se a borda do quadrado como a soma $2+4+8=14$ cm.

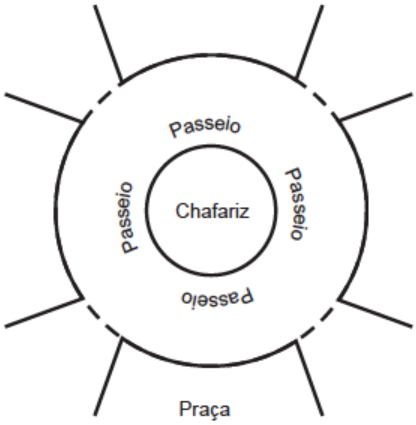
Item 063

2018 | R1-130

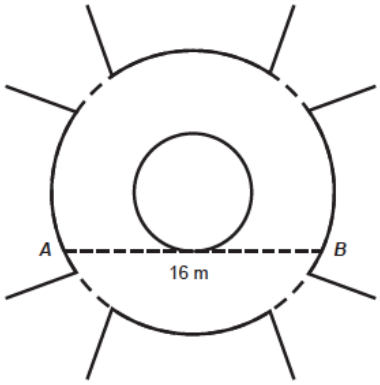
Fonte: referência 1, página 68.

Questão 130 (H8 | ENEM 2018) **Dificuldade 789,3**

A figura mostra uma praça circular que contém um chafariz em seu centro e, em seu entorno, um passeio. Os círculos que definem a praça e o chafariz são concêntricos.



O passeio terá seu piso revestido com ladrilhos. Sem condições de calcular os raios, pois o chafariz está cheio, em engenheiro fez a seguinte medição: esticou uma trena tangente ao chafariz, medindo a distância entre dois pontos A e B, conforme a figura. Com isso, obteve a medida do segmento de reta AB: 16 m.



Dispondo apenas dessa medida, o engenheiro calculou corretamente a medida da área do passeio, em metro quadrado.

A medida encontrada pelo engenheiro foi

A 4π.

B 8π.

C 48π.

D 64π.

E 192π.

Item 063 – resolução 2018 / R1-130

Resolução **Resposta: D**

O raio que chega ao ponto de tangência é perpendicular à corda AB e a divide ao meio. Logo, $R^2 = r^2 + 8^2$. A área do passeio é $\pi(R^2 - r^2) = 64\pi$ m^2.

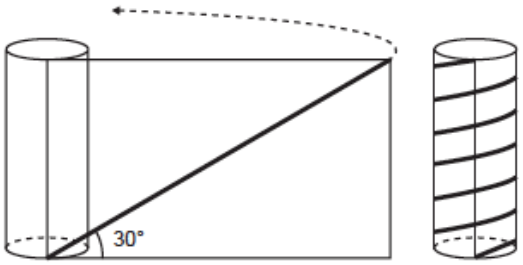
Item 064

2018 | R1-187

Fonte: referência 1, página 89.

Questão 187 (H12 | ENEM 2018) **Dificuldade 977,9**

Para decorar um cilindro circular reto será usada uma faixa retangular de papel transparente, na qual está desenhada em negrito uma diagonal que forma 30° com a borda inferior. O raio da base do cilindro mede $\frac{6}{\pi}$ cm, e ao enrolar a faixa obtém-se uma linha em formato de hélice, como na figura.



O valor da medida da altura do cilindro, em centímetro, é

A $36\sqrt{3}$.

B $24\sqrt{3}$.

C $4\sqrt{3}$.

D 36.

E 72.

Resolução **Resposta: B**

Uma volta corresponde ao comprimento da circunferência, $2\pi \cdot 6/\pi = 12$ cm. A figura mostra seis voltas, portanto a faixa tem comprimento 72 cm. Como sua diagonal faz 30° com a base, $h = 72 \tan 30° = 24\sqrt{3}$ cm.

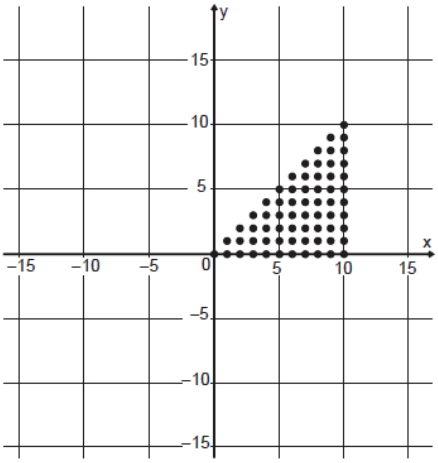
Item 065

2018 | R1-300

Fonte: referência 1, página 137.

Questão 300 (H20 | ENEM 2018) **Dificuldade 794,2**

Para criar um logotipo, um profissional da área de *design* gráfico deseja construí-lo utilizando o conjunto de pontos do plano na forma de um triângulo, exatamente como mostra a imagem.



Para construir tal imagem utilizando uma ferramenta gráfica, será necessário escrever algebricamente o conjunto que representa os pontos desse gráfico.

Esse conjunto é dado pelos pares ordenados $(x\,;y) \in \mathbb{N} \times \mathbb{N}$ tais que

A $0 \leq x \leq y \leq 10$.

B $0 \leq y \leq x \leq 10$.

C $0 \leq x \leq 10,\ 0 \leq y \leq 10$.

D $0 \leq x + y \leq 10$.

E $0 \leq x + y \leq 20$.

Resolução **Resposta: B**

O triângulo está no primeiro quadrante, abaixo da reta $y = x$ e à esquerda de $x = 10$. Portanto, os pontos satisfazem $0 \leq y \leq x \leq 10$.

Item 066

2018 | R1-327

Fonte: referência 1, página 149.

Questão 327 (H22 | ENEM 2018) **Dificuldade 845,7**

Para apagar os focos A e B de um incêndio, que estavam a uma distância de 30 m um do outro, os bombeiros de um quartel decidiram se posicionar de modo que a distância de um bombeiro ao foco A, de temperatura mais elevada, fosse sempre o dobro da distância desse bombeiro ao foco B, de temperatura menos elevada.

Nestas condições, a maior distância, em metro, que dois bombeiros poderiam ter entre eles é

(A) 30.

(B) 40.

(C) 45.

(D) 60.

(E) 68.

Resolução **Resposta: B**

Coloque $A = (0, 0)$ e $B = (30, 0)$. A condição é $x^2+y^2 = 4[(x-30)^2+y^2]$. Simplificando, $(x-40)^2+y^2 = 400$. Os bombeiros ficam numa circunferência de raio 20 m; a maior distância entre dois deles é seu diâmetro, 40 m.

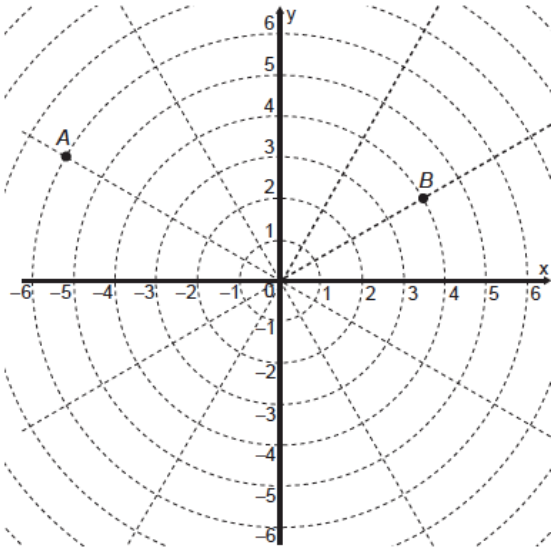
Item 067

2018 | R1-387

Fonte: referência 1, página 175.

Questão 387 (H26 | ENEM 2018) **Dificuldade 831,3**

Sobre um sistema cartesiano considera-se uma malha formada por circunferências de raios com medidas dada por números naturais e por 12 semirretas com extremidades na origem, separadas por ângulos de $\frac{\pi}{6}$ rad, conforme a figura.



Suponha que os objetos se desloquem apenas pelas semirretas e pelas circunferências dessa malhas, não podendo passar pela origem (0 ; 0).

Considere o valor de π com aproximação de, pelo menos, uma casa decimal.

Para realizar o percurso mais curto possível ao longo damalha, do ponto B até o ponto A, um objeto deve percorrer uma distância igual a

A $\frac{2\cdot\pi\cdot 1}{3}+8$.

B $\frac{2\cdot\pi\cdot 2}{3}+6$.

C $\frac{2\cdot\pi\cdot 3}{3}+4$.

D $\frac{2\cdot\pi\cdot 4}{3}+2$.

E $\frac{2\cdot\pi\cdot 5}{3}+2$.

Resolução **Resposta: A**

Use o raio 1 para realizar o trecho angular de $2\pi/3$, com deslocamentos radiais que totalizam 8. A distância é $8+2\pi/3$. Aumentar o raio em uma unidade economiza 2 unidades radiais, mas acrescenta $2\pi/3>2$ no arco, tornando o caminho maior.

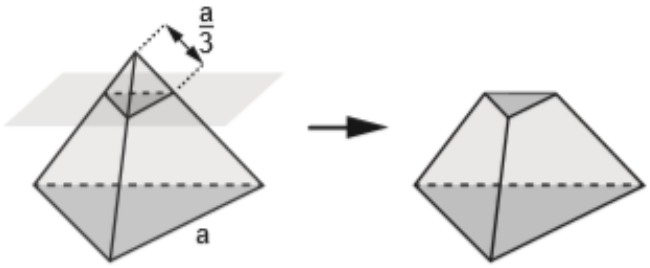
Item 068

2019 | R1-110

Fonte: referência 1, página 61.

Questão 110 (H7 | ENEM 2019) **Dificuldade 742,1**

As luminárias para um laboratório de matemática serão fabricadas em forma de sólidos geométricos. Uma delas terá a forma de um tetraedro truncado. Esse sólido é gerado a partir de secções paralelas a cada uma das faces de um tetraedro regular. Para essa luminária, as secções serão feitas de maneira que, em cada corte, um terço das arestas seccionadas serão removidas. Uma dessas secções está indicada na figura.



Essa luminária terá por faces

(A) 4 hexágonos regulares e 4 triângulos equiláteros.

(B) 2 hexágonos regulares e 4 triângulos equiláteros.

(C) 4 quadriláteros e 4 triângulos isósceles.

(D) 3 quadriláteros e 4 triângulos isósceles.

(E) 3 hexágonos regulares e 4 triângulos equiláteros.

Resolução **Resposta: A**

Os quatro cortes nos vértices criam quatro triângulos equiláteros. Cada uma das quatro faces triangulares originais perde seus três cantos, tornando-se um hexágono regular. Logo, a luminária tem 4 hexágonos e 4 triângulos equiláteros.

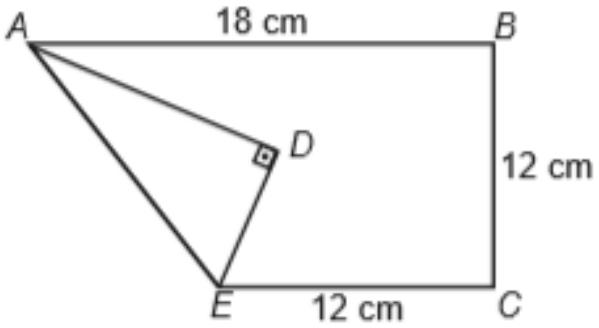
Item 069

2019 | R1-128

Fonte: referência 1, página 68.

Questão 128 (H8 | ENEM 2019) **Dificuldade 772,2**

Construir figuras de diversos tipos, apenas dobrando e cortando papel, sem cola e sem tesoura, é a arte do origami (ori = dobrar; kami = papel), que tem um significado altamente simbólico no Japão. A base do origami é o conhecimento do mundo por base do tato. Uma jovem resolveu construir um cisne usando a técnica do origami, utilizando uma folha de papel de 18 cm por 12 cm. Assim, começou por dobrar a folha conforme a figura.



Após essa primeira dobradura, a medida do segmento AE é

A $2\sqrt{22}$ cm.

B $6\sqrt{3}$ cm.

C 12cm.

D $6\sqrt{5}$ cm.

E $12\sqrt{2}$ cm.

Resolução **Resposta: D**

Como a folha mede 18 cm de largura e EC mede 12 cm, a projeção horizontal de AE mede $18 - 12 = 6$ cm. A diferença vertical é 12 cm. Por Pitágoras, $AE = \sqrt{6^2 + 12^2} = \sqrt{180} = 6\sqrt{5}$ cm.

Item 070

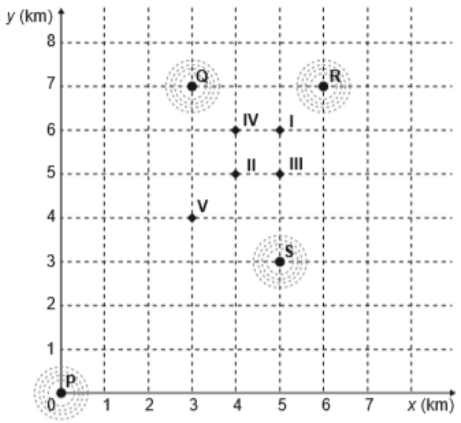
2019 | R1-141

Fonte: referência 1, página 74.

Questão 141 (H9 | ENEM 2019) **Dificuldade 698,1**

Um aplicativo de relacionamentos funciona da seguinte forma: o usuário cria um perfil com foto e informações pessoais, indica as características dos usuários com quem deseja estabelecer contato e determina um raio de abrangência a partir da sua localização. O aplicativo identifica as pessoas que se encaixam no perfil desejado e que estão a uma distância do usuário menor ou igual ao raio de abrangência. Caso dois usuários tenham perfis compatíveis e estejam numa região de abrangência comum a ambos, o aplicativo promove o contato entre os usuários, o que é chamado de match.

O usuário P define um raio de abrangência com medida de 3 km e busca ampliar a possibilidade de obter um match se deslocando para a região central da cidade, que concentra um maior número de usuários. O gráfico ilustra alguns bares que o usuário P costuma frequentar para ativar o aplicativo, indicados por I, II, III, IV e V. Sabe-se que os usuários Q, R e S, cujas posições estão descritas pelo gráfico, são compatíveis com o usuário P, e que estes definiram raios de abrangência respectivamente iguais a 3 km, 2 km e 5 km.



Com base no gráfico e nas afirmações anteriores, em qual bar o usuário P teria a possibilidade de um match com os usuários Q, R e S, simultaneamente?

A) I

B) II

C) III

D) IV

E) V

Resolução **Resposta: A**

Para haver match, a distância deve respeitar os dois raios. Assim, P precisa estar a até 3 km de Q, até 2 km de R e até 3 km de S. Intersectando esses três discos no plano da figura, o único bar indicado na região comum é I.

Item 071

2019 | R1-142

Fonte: referência 1, página 74.

Questão 142 (H9 | ENEM 2019) **Dificuldade 698,7**

Em um condomínio, uma área pavimentada, que tem a forma de um círculo com diâmetro medindo 6 m, é cercada por grama.

A administração do condomínio deseja ampliar essa área, mantendo seu formato circular, e aumentando, em 8 m, o diâmetro dessa região, mantendo o revestimento da parte já existente.

O condomínio dispõe, em estoque, de material suficiente para pavimentar mais 100 m^2 de área. O síndico do condomínio irá avaliar se esse material disponível será suficiente para pavimentar a região a ser ampliada.

Utilize 3 como aproximação para π.

A conclusão correta a que o síndico deverá chegar, considerando a nova área a ser pavimentada, é a de que o material disponível em estoque

A será suficiente, pois a área da nova região a ser pavimentada mede 21 m^2.

B será suficiente, pois a área da nova região a ser pavimentada mede 24 m^2.

C será suficiente, pois a área da nova região a ser pavimentada mede 48 m^2.

D não será suficiente, pois a área da nova região a ser pavimentada mede 108 m^2.

E não será suficiente, pois a área da nova região a ser pavimentada mede 120 m^2.

Resolução **Resposta: E**

O raio antigo é $6/2 = 3$ m e o novo é $(6+8)/2 = 7$ m. A área adicional é $3(7^2 - 3^2) = 3 \cdot 40 = 120$ m^2. Como há apenas 100 m^2 de revestimento, faltam 20 m^2.

Item 072

2019 | R1-181

Fonte: referência 1, página 87.

Questão 181 (H12 | ENEM 2019) **Dificuldade 694,5**

Uma administração municipal encomendou a pintura de dez placas de sinalização para colocar em seu pátio de estacionamento.

O profissional contratado para o serviço inicial pintará o fundo de dez placas e cobrará um valor de acordo com a área total dessas placas. O formato de cada placa é um círculo de diâmetro d = 40 cm, que tangencia lados de um retângulo, sendo que o comprimento total da placa é h = 60 cm, conforme ilustrado na figura. Use 3,14 como aproximação para π.



Qual é a soma das medidas das áreas, em centímetros quadrados, das dez placas?

- **A** 16 628
- **B** 22 280
- **C** 28 560
- **D** 41 120
- **E** 66 240

Resolução **Resposta: B**

Cada placa é a união de um retângulo 40×40 cm com um semicírculo de raio 20 cm. A área é $1600 + 3{,}14 \cdot 20^2/2 = 2228$ cm^2. Para dez placas: 22280 cm^2.

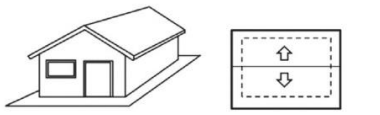
Item 073

2020 | R1-087

Fonte: referência 1, página 50.

Questão 087 (H6 | ENEM 2020) **Dificuldade 459,6**

A Figura 1 apresenta uma casa e a planta do seu telhado, em que as setas indicam o sentido do escoamento da água de chuva. Um pedreiro precisa fazer a planta do escoamento da água de chuva de um telhado que tem três caídas de água, como apresentado na Figura 2.



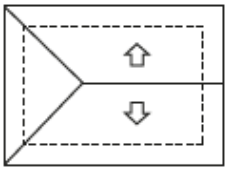
(a) Casa (b) Planta do telhado

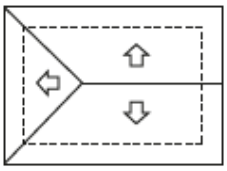
Figura 1

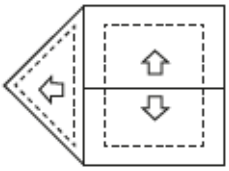


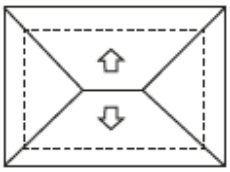
Figura 2

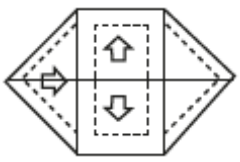
A figura que representa a planta do telhado da Figura 2 como escoamento da água de chuva que o pedreiro precisa fazer é

A 

B 

C 

D 

E 

Resolução **Resposta: B**

A planta deve ter três regiões de escoamento: duas águas laterais e uma água triangular na extremidade. As setas apontam da cumeeira para os beirais de cada região. Essa divisão é a da alternativa B.

Item 074

2020 | R1-105

Fonte: referência 1, página 58.

Questão 105 (H7 | ENEM 2020) **Dificuldade 689,0**

Uma das Sete Maravilhas do Mundo Moderno é o Templo de Kukulkán, localizado na cidade de ChichénItzá, no México. Geometricamente, esse templo pode ser representado por um tronco reto de pirâmide de base quadrada.

As quantidades de cada tipo de figura plana, que formam esse tronco de pirâmide, são

(A) 2 quadrados e 4 retângulos.

(B) 1 retângulo e 4 triângulos isósceles.

(C) 2 quadrados e 4 trapézios isósceles.

(D) 1 quadrado, 3 retângulos e 2 trapézios retângulos.

(E) 2 retângulos, 2 quadrados e 2 trapézios retângulos.

Resolução **Resposta: C**

As duas bases paralelas são quadrados de tamanhos distintos. Cada um dos quatro lados da base maior se liga ao correspondente da menor por um trapézio isósceles. Portanto, são 2 quadrados e 4 trapézios isósceles.

Item 075

2020 | R1-137

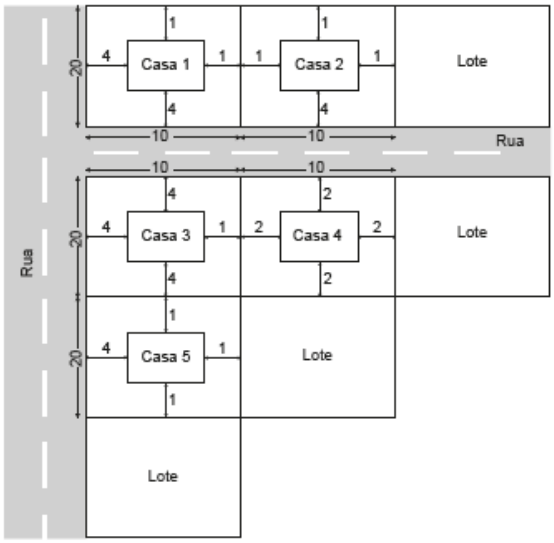
Fonte: referência 1, página 72.

Questão 137 (H9 | ENEM 2020) **Dificuldade 673,6**

A lei municipal para a edificação de casas em lotes de uma cidade determina que sejam obedecidos os seguintes critérios:

- afastamento mínimo de 4 m da rua;
- afastamento mínimo de 1 m da divisa com outro lote;
- área total construída da casa entre 40% e 50% da área total do lote.

Um construtor submeteu para aprovação na prefeitura dessa cidade uma planta com propostas para a construção de casas em seus 5 lotes. Cada lote tem área medindo 200 m^2. A imagem apresenta um esquema, sem escala, no qual estão representados os lotes, as ruas e os afastamentos considerados nos projetos entre as casas e as divisas dos lotes. As medidas indicadas no esquema estão expressas em metro.



A prefeitura aprovará apenas a planta da casa

A 1. **B** 2. **C** 3. **D** 4. **E** 5.

Resolução **Resposta: E**

Cada lote tem 200 m^2, portanto a área construída precisa ficar entre 80 e 100 m^2. Verifique também cada frente de rua, que exige 4 m, e cada divisa, que exige 1 m. Somente a casa 5 atende simultaneamente às condições de área e de afastamento.

Item 076

2020 | R1-140

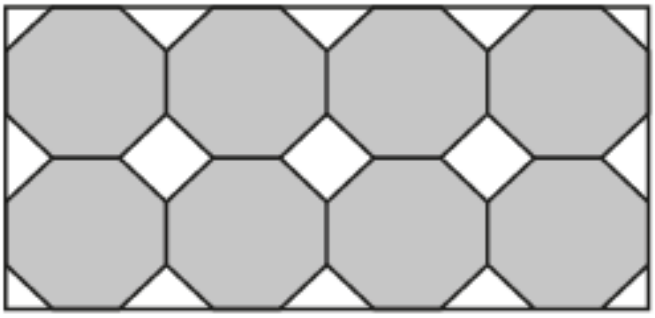
Fonte: referência 1, página 73.

Questão 140 (H9 | ENEM 2020) **Dificuldade 693,5**

Azulejo designa peça de cerâmica vitrificada e/ou esmaltada usada, sobretudo, no revestimento de paredes. A origem das técnicas de fabricação de azulejos é oriental, mas sua expansão pela Europa traz consigo uma diversificação de estilos, padrões e usos, que podem ser decorativos, utilitários e arquitetônicos.

Disponível em: www.itaucultural.org.br. Acesso em: 31 jul. 2012.

Azulejos no formato de octógonos regulares serão utilizados para cobrir um painel retangular conforme ilustrado na figura.



Entre os octógonos e na borda lateral dessa área, será necessária a colocação de 15 azulejos de outros formatos para preencher os 15 espaços em branco do painel. Uma loja oferece azulejos nos seguintes formatos:

1. Triângulo retângulo isósceles;
2. Triângulo equilátero;
3. Quadrado.

Os azulejos necessários para o devido preenchimento das áreas em branco desse painel são os de formato

(A) 1.

(B) 3.

(C) 1 e 2.

(D) 1 e 3.

(E) 2 e 3.

Resolução **Resposta: D**

Cada ângulo interno do octógono regular mede 135°. Entre octógonos, a abertura restante é de 90°, formando quadrados. Nas bordas, esses quadrados são cortados pela diagonal, originando triângulos retângulos isósceles. São necessários os formatos 1 e 3.

Item 077

2020 | R1-195

Fonte: referência 1, página 93.

Questão 195 (H13 | ENEM 2020) **Dificuldade 723,3**

O proprietário de um apartamento decidiu instalar porcelanato no piso da sala. Essa sala tem formato retangular com 3,2 m de largura e 3,6 m de comprimento. As peças do porcelanato têm formato de um quadrado com lado medindo 80 cm. Esse porcelanato é vendido em dois tipos de caixas, com os preços indicados a seguir.

- Caixas do tipo A: 4 unidades de piso, R$ 35,00;
- Caixas do tipo B: 3 unidades de piso, R$ 27,00.

Na instalação do porcelanato, as peças podem ser recortadas e devem ser assentadas sem espaçamento entre elas, aproveitando-se ao máximo os recortes feitos.

A compra que atende às necessidades do proprietário, proporciona a menor sobra de pisos e resulta no menor preço é

(A) 5 caixas do tipo A.

(B) 1 caixa do tipo A e 4 caixas do tipo B.

(C) 3 caixas do tipo A e 2 caixas do tipo B.

(D) 5 caixas do tipo A e 1 caixa do tipo B.

(E) 6 caixas do tipo B.

Resolução **Resposta: C**

A sala tem $3{,}2 \cdot 3{,}6 = 11{,}52$ m^2. Cada peça cobre $0{,}8^2 = 0{,}64$ m^2, sendo necessárias 18 peças. Três caixas A e duas B fornecem exatamente 18 por $3 \cdot 35 + 2 \cdot 27 = 159$ reais, menos que seis caixas B, que custam 162 reais.

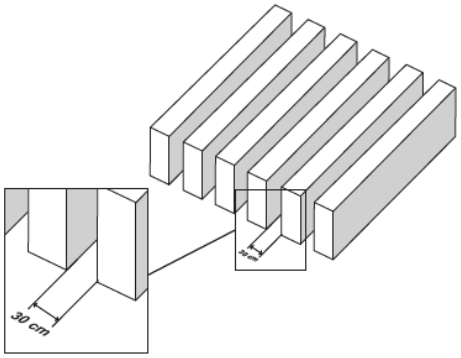
Item 078

2020 | R1-213

Fonte: referência 1, página 99.

Questão 213 (H14 | ENEM 2020) **Dificuldade 802,0**

Pergolado é o nome que se dá a um tipo de cobertura projetada por arquitetos, comumente em praças e jardins, para criar um ambiente para pessoas ou plantas, no qual há uma quebra da quantidade de luz, dependendo da posição do sol. É feito como um estrado de vigas iguais, postas paralelas e perfeitamente em fila, como ilustra a figura.



Um arquiteto projeta um pergolado com vãos de 30 cm de distância entre suas vigas, de modo que, no solstício de verão, a trajetória do sol durante o dia seja realizada num plano perpendicular à direção das vigas, e que o sol da tarde, no momento em que seus raios fizerem 30º com a posição a pino, gere a metade da luz que passa no pergolado ao meio-dia.

Para atender à proposta do projeto elaborado pelo arquiteto, as vigas do pergolado devem ser construídas de maneira que a altura, em centímetro, seja a mais próxima possível de

(A) 9.

(B) 15.

(C) 26.

(D) 52.

(E) 60.

Resolução **Resposta: C**

Para reduzir à metade o vão iluminado de 30 cm, a sombra lateral deve avançar 15 cm. Se h é a altura da viga, $h \tan 30^\circ = 15$. Portanto, $h = 15\sqrt{3} \approx 26$ cm.

Item 079

2020 | R1-260

Fonte: referência 1, página 120.

Questão 260 (H18 | ENEM 2020) **Dificuldade 733,1**

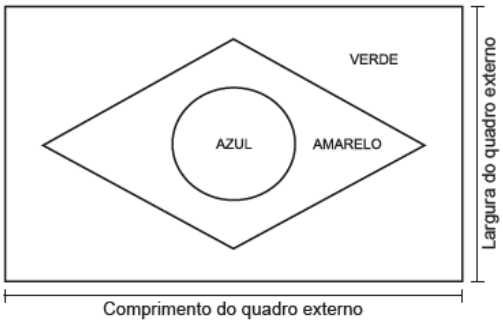
A fabricação da Bandeira Nacional deve obedecer ao descrito na Lei n. 5 700, de 1º de setembro de 1971, que trata dos Símbolos Nacionais. No artigo que se refere às dimensões da Bandeira, observa-se:

"Para cálculos das dimensões, será tomada por base a largura, dividindo-a em 14 (quatorze) partes iguais, sendo que cada uma das partes será considerada uma medida ou módulo (M). Os demais requisitos dimensionais seguem o critério abaixo:

I. Comprimento será de vinte módulos (20 M);
II. A distância dos vértices do losango amarelo ao quadro externo será de um módulo e sete décimos (1,7 M);
III. O raio do círculo azul no meio do losango amarelo será de três módulos e meio (3,5 M)."

BRASIL. Lei n. 5.700, de 1º de setembro de 1971.Disponível em: www.planalto.gov.br. Acesso em: 15 set. 2015.

A figura indica as cores da bandeira do Brasil e localiza o quadro externo a que se refere a Lei n. 5 700 .



Um torcedor, preparando-se para a Copa do Mundo e dispondo de cortes de tecidos verde (180 cm x 150 cm) e amarelo (o quanto baste), deseja confeccionar a maior Bandeira Nacional possível a partir das medidas do tecido verde.

Qual a medida, em centímetro, do lado do menor quadrado de tecido azul que deverá ser comprado para confecção do círculo da bandeira desejada?

A) 27
B) 32
C) 53
D) 63
E) 90

Resolução **Resposta: D**

Para caber no tecido, $20M \leq 180$ e $14M \leq 150$. O maior módulo é $M = 9$ cm. O círculo azul tem diâmetro $2 \cdot 3{,}5M = 7M = 63$ cm, também lado do menor quadrado que o contém.

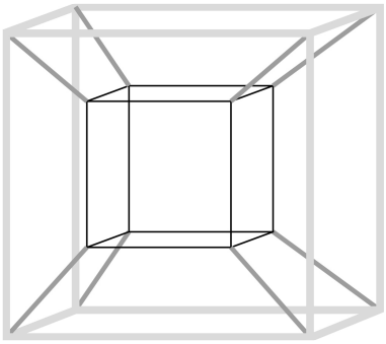
Item 080

2021 | R1-103

Fonte: referência 1, página 58.

Questão 103 (H7 | ENEM 2021) **Dificuldade 659,9**

Muitos brinquedos que frequentemente são encontrados em praças e parques públicos apresentam formatos de figuras geométricas bidimensionais e tridimensionais. Uma empresa foi contratada para desenvolver uma nova forma de brinquedo. A proposta apresentada pela empresa foi de uma estrutura formada apenas por hastes metálicas, conectadas umas às outras, como apresentado na figura. As hastes de mesma tonalidade e espessura são congruentes.



Com base na proposta apresentada, quantas figuras geométricas planas de cada tipo são formadas pela união das hastes?

- **A** 12 trapézios isósceles e 12 quadrados.
- **B** 24 trapézios isósceles e 12 quadrados.
- **C** 12 paralelogramos e 12 quadrados.
- **D** 8 trapézios isósceles e 12 quadrados.
- **E** 12 trapézios escalenos e 12 retângulos.

Resolução **Resposta: A**

Conte as faces uma única vez, incluindo as que aparecem atrás da estrutura. A repetição das hastes congruentes fornece 12 quadrados e 12 trapézios com lados não paralelos iguais, isto é, trapézios isósceles. Corresponde à alternativa A.

Item 081

Fonte: referência 1, página 66.

Questão 124 (H8 | ENEM 2021) **Dificuldade 723,1**

O instrumento de percussão conhecido como triângulo é composto por uma barra fina de aço, dobrada em um formato que se assemelha a um triângulo, com uma abertura e uma haste, conforme ilustra a Figura 1.

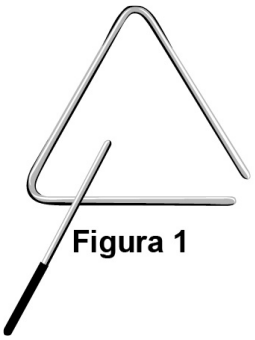


Figura 1

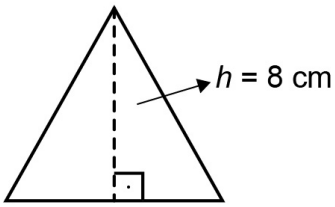


Figura 2

Uma empresa de brindes promocionais contrata uma fundição para a produção de miniaturas de instrumentos desse tipo. A fundição produz, inicialmente, peças com o formato de um triângulo equilátero de altura *h*, conforme ilustra a Figura 2.

Após esse processo, cada peça é aquecida, deformando os cantos, e cortada em um dos vértices, dando origem à miniatura. Assuma que não ocorram perdas de material no processo de produção, de forma que o comprimento da barra utilizada seja igual ao perímetro do triângulo equilátero representado na Figura 2.

Considere 1,7 como valor aproximado para $\sqrt{3}$.

Nessas condições, o valor que mais se aproxima da medida do comprimento da barra, em centímetro, é

A 9,07.

B 13,60.

C 20,40.

D 27,18.

E 36,24.

Resolução **Resposta: D**

A altura de um triângulo equilátero de lado a é $h = a\sqrt{3}/2$. Logo, o perímetro é $3a = 2h\sqrt{3}$. Para $h = 8$ cm e $\sqrt{3} \approx 1{,}7$, obtém-se aproximadamente 27,2 cm; a opção mais próxima é 27,18 cm.

Item 082

2021 | R1-138

Fonte: referência 1, página 73.

Questão 138 (H9 | ENEM 2021) **Dificuldade 682,2**

O projeto de um contêiner, em forma de paralelepípedo reto retangular, previa a pintura dos dois lados (interno e externo) de cada uma das quatro paredes com tinta acrílica e a pintura do piso interno com tinta epóxi. O construtor havia pedido, a cinco fornecedores diferentes, orçamentos das tintas necessárias, mas, antes de iniciar a obra, resolveu mudar o projeto original, alterando o comprimento e a largura para o dobro do originalmente previsto, mantendo inalterada a altura. Ao pedir novos orçamentos aos fornecedores, para as novas dimensões, cada um deu uma resposta diferente sobre as novas quantidades de tinta necessárias.

Em relação ao previsto para o projeto original, as novas quantidades de tinta necessárias informadas pelos fornecedores foram as seguintes:

- Fornecedor I: “O dobro, tanto para as paredes quanto para o piso.”
- Fornecedor II: “O dobro para as paredes e quatro vezes para o piso.”
- Fornecedor III: “Quatro vezes, tanto para as paredes quanto para o piso.”
- Fornecedor IV: “Quatro vezes para as paredes e o dobro para o piso.”
- Fornecedor V: “Oito vezes para as paredes e quatro vezes para o piso.”

Analisando as informações dos fornecedores, o construtor providenciará a quantidade adequada de material. Considere a porta de acesso do contêiner como parte de uma das paredes.

Qual dos fornecedores prestou as informações adequadas, devendo ser o escolhido pelo construtor para a aquisição do material?

(A) I

(B) II

(C) III

(D) IV

(E) V

Resolução **Resposta: B**

A área das paredes é proporcional ao perímetro da base, pois a altura é constante. Dobrar comprimento e largura dobra esse perímetro. Já a área do piso é multiplicada por $2 \cdot 2 = 4$. Portanto, o fornecedor II está correto.

Item 083

2021 | R1-193

Fonte: referência 1, página 92.

Questão 193 (H13 | ENEM 2021) **Dificuldade 688,6**

O dono de uma loja pretende usar cartões imantados para a divulgação de sua loja. A empresa que fornecerá o serviço lhe informa que o custo de fabricação do cartão é de R$ 0,01 por centímetro quadrado e que disponibiliza modelos tendo como faces úteis para impressão:

- um triângulo equilátero de lado 12 cm;
- um quadrado de lado 8 cm;
- um retângulo de lados 11 cm e 8 cm;
- um hexágono regular de lado 6 cm;
- um círculo de diâmetro 10 cm.

O dono da loja está disposto a pagar, no máximo, R$ 0,80 por cartão. Ele escolherá, dentro desse limite de preço, o modelo que tiver maior área de impressão.

Use 3 como aproximação para π e use 1,7 como aproximação para $\sqrt{3}$.

Nessas condições, o modelo que deverá ser escolhido tem como face útil para impressão um

A triângulo.

B quadrado.

C retângulo.

D hexágono.

E círculo.

Resolução **Resposta: E**

O limite de preço permite até 80 cm^2. As áreas dos modelos são: triângulo, $36\sqrt{3} \approx 61{,}2$; quadrado, 64; retângulo, 88; hexágono, $54\sqrt{3} \approx 91{,}8$; círculo, $3 \cdot 5^2 = 75$ cm^2. A maior área dentro do limite é a do círculo.

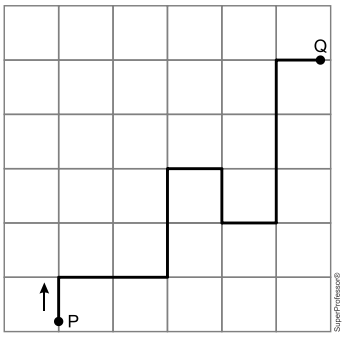
Item 084

2022 | R1-090

Fonte: referência 1, página 51.

Questão 090 (H6 | ENEM 2022) **Dificuldade 594,7**

Uma pessoa precisa se deslocar de automóvel do ponto P para o ponto Q, indicados na figura, na qual as linhas verticais e horizontais simbolizam ruas.



Por causa do sentido de tráfego nessas ruas, o caminho poligonal destacado é a possibilidade mais curta de efetuar esse deslocamento. Para descrevê-lo, deve-se especificar qual o sentido a ser tomado em cada cruzamento de ruas, em relação à direção de deslocamento do automóvel, que se movimentará continuamente. Para isso, empregam-se as letras E, F e D para indicar “vire à esquerda”, “siga em frente” e “vire à direita”, respectivamente.

A sequência de letras que descreve o caminho poligonal destacado é

(A) DDEFDDEEFFD.

(B) DFEFDDDEFFD.

(C) DFEFDDEEFFD.

(D) EFDFEEDDFFE.

(E) EFDFEEEDFFE.

Resolução **Resposta: C**

Em cada cruzamento, a esquerda e a direita são tomadas em relação à direção instantânea do carro. Acompanhando o traçado desde P e registrando também os cruzamentos atravessados em frente, obtém-se D, F, E, F, D, D, E, E, F, F, D.

Item 085

Fonte: referência 1, página 60.

Questão 109 (H7 | ENEM 2022) **Dificuldade 740,7**

O professor de artes orientou seus estudantes a realizarem a seguinte sequência de atividades:

- Dobrar uma folha de papel em formato quadrado duas vezes, em sequência, ao longo das linhas tracejadas conforme ilustrado nas Figuras 1 e 2, para obter o papel dobrado, conforme Figura 3.

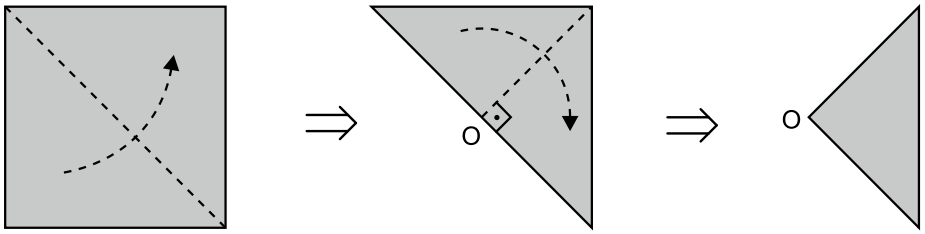


Figura 1 Figura 2 Figura 3

- Em seguida, no papel dobrado da Figura 3, considerar o ponto R, sobre o segmento OM, sendo M o ponto médio do lado do quadrado original, de modo que $OR = \frac{1}{4}OM$, traçar um arco de circunferência de raio medindo $\frac{1}{2}OM$ com centro no ponto R, obtendo a Figura 4. Por último, recortar o papel ao longo do arco de circunferência e excluir a parte que contém o setor circular, obtendo o papel dobrado, conforme Figura 5.

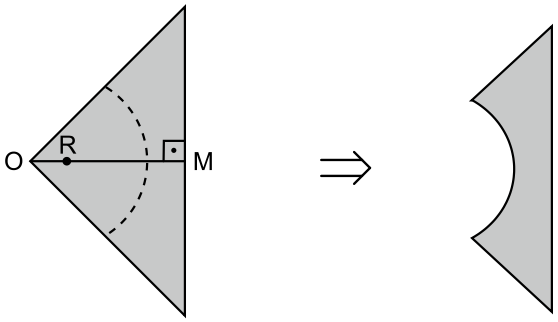
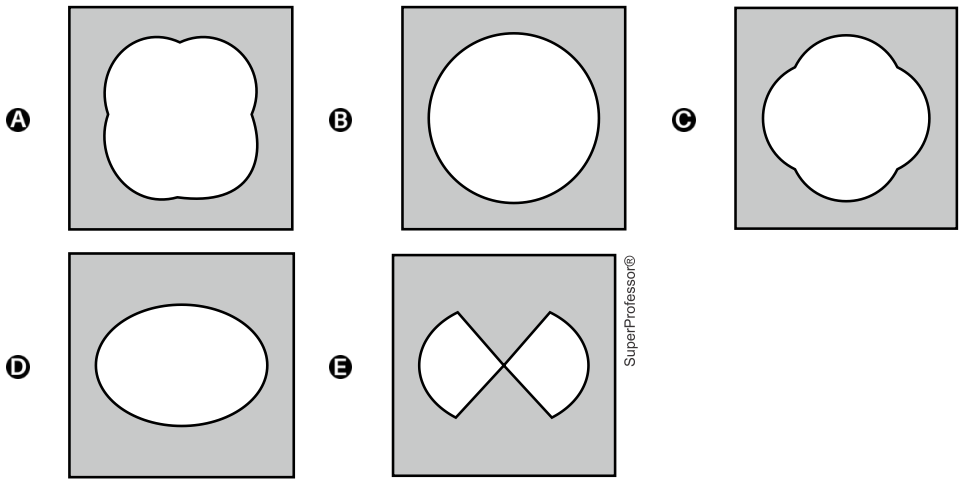


Figura 4 Figura 5

Após desdobrado o papel que restou na Figura 5, a figura plana que os estudantes obterão será



SuperProfessor®

Item 085 – resolução 2022 / R1-109

Resolução **Resposta: C**

Cada dobra impõe uma reflexão ao recorte. Desfazendo as duas dobras, o arco aparece em quatro posições simétricas em torno do centro. Como o centro do arco não é O, os quatro arcos não formam uma única circunferência: produzem o contorno de quatro saliências da alternativa C.

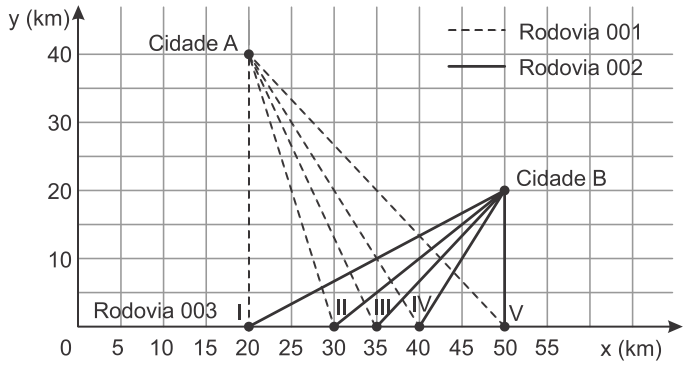
Item 086

2022 | R1-147

Fonte: referência 1, página 76.

Questão 147 (H9 | ENEM 2022) **Dificuldade 1127,5**

O governo de um estado pretende realizar uma obra de infraestrutura para auxiliar na integração e no processo de escoamento da produção agrícola de duas cidades. O projeto consiste na interligação direta das cidades, A e B com a Rodovia 003, pela construção das Rodovias 001 e 002. As duas rodovias serão construídas em linha reta e deverão se conectar a Rodovia 003 em um mesmo ponto, conforme esboço apresentado na figura, na qual estão também indicadas as posições das cidades A e B, considerando o eixo x posicionado sobre a Rodovia 003, e cinco localizações sugeridas para o ponto de conexão entre as três rodovias.



Pretende-se que a distância percorrida entre as duas cidades, pelas Rodovias 001 e 002, passando pelo ponto de conexão, seja a menor possível.

Dadas as exigências do projeto, qual das localizações sugeridas deve ser a escolhida para o ponto de conexão?

A) I

B) II

C) III

D) IV

E) V

Resolução **Resposta: D**

Reflita uma cidade, por exemplo B, em relação à Rodovia 003, obtendo B'. Para um ponto P da rodovia, $PB = PB'$. Assim, $AP + PB$ é mínimo quando A, P e B' ficam alinhados. A interseção da reta AB' com a rodovia corresponde à localização IV.

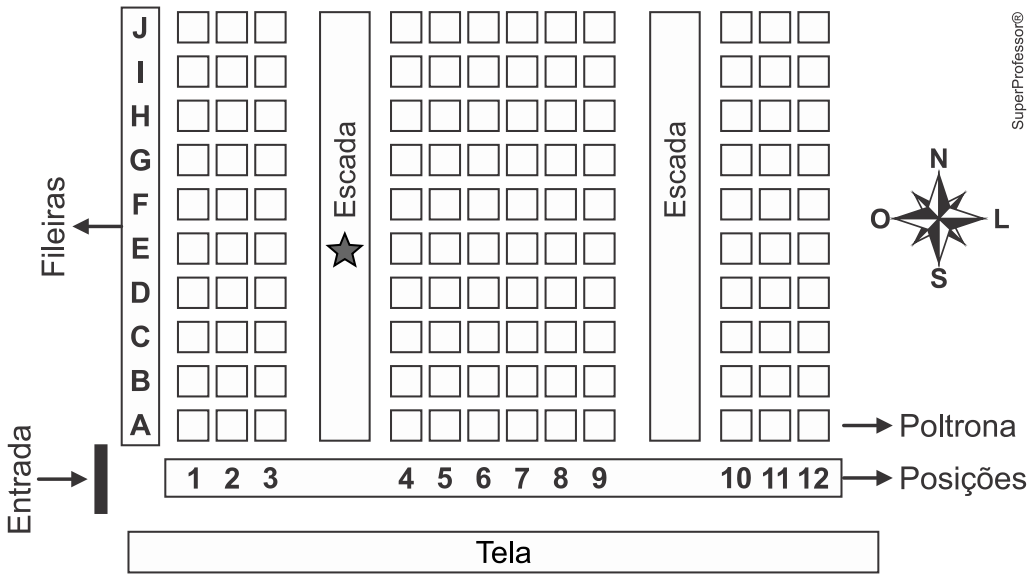
Item 087

2023 | R1-451

Fonte: referência 1, página 211.

Questão 451 (Habilidade 6) **Dificuldade 471,1**

Uma pessoa comprou um ingresso para o cinema em cuja entrada está afixado um mapa com a representação bidimensional do posicionamento das poltronas, conforme a figura. Essa pessoa, após consultar o mapa, começou a subir uma das escadas e parou na posição indicada pela estrela, direcionada para o norte. Ela conferiu seu bilhete e observou que, para encontrar sua poltrona, deveria partir do ponto onde estava, continuar subindo a escada na direção norte por mais quatro fileiras e olhar à sua direita, e sua poltrona será a terceira.



Nesse cinema, as poltronas são identificadas por uma letra, que indica a fileira, e um número, que fornece a posição da poltrona na fileira, respectivamente.

A poltrona dessa pessoa é a identificada por

A A6.

B H1.

C H6.

D I1.

E I6.

Resolução **Resposta: E**

No mapa, avance quatro fileiras ao norte a partir da estrela. A fileira alcançada é I. Olhando à direita, conte três poltronas a partir da escada; a terceira tem número 6. Portanto, a poltrona é I6.

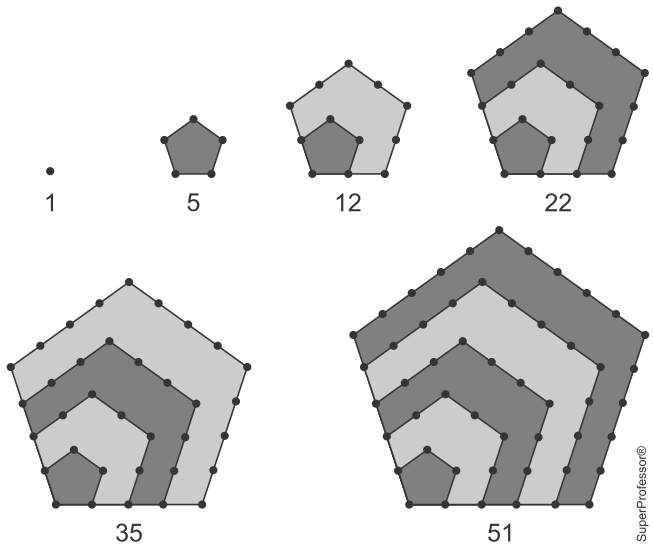
Item 088

2023 | R1-463

Fonte: referência 1, página 215.

Questão 463 (Habilidade 2) **Dificuldade 634,5**

Os números figurados pentagonais provavelmente foram introduzidos pelos pitagóricos por volta do século V a.C. As figuras ilustram como obter os seis primeiros deles, sendo os demais obtidos seguindo o mesmo padrão geométrico.



O oitavo número pentagonal é

A 59.

B 83.

C 86.

D 89.

E 92.

Resolução **Resposta: E**

Os números pentagonais seguem $P_n = n(3n-1)/2$, também obtido somando os acréscimos $1, 4, 7, 10, \ldots$. Para $n = 8$, $P_8 = 8 \cdot 23/2 = 92$.

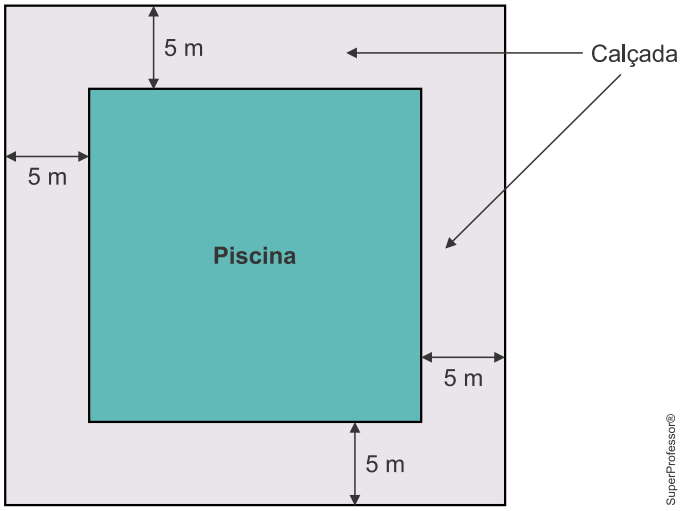
Item 089

2023 | R1-466

Fonte: referência 1, página 216.

Questão 466 (Habilidade 12) **Dificuldade 648,7**

Na planta baixa de um clube, a piscina é representada por um quadrado cuja área real mede 400 m^2. Ao redor dessa piscina, será construída uma calçada, de largura constante igual a 5 m.



Qual é a medida da área, em metro quadrado, ocupada pela calçada?

A 1 000

B 900

C 600

D 500

E 400

Resolução **Resposta: D**

A piscina tem lado $\sqrt{400} = 20$ m. A calçada de 5 m em cada lado gera quadrado externo de lado 30 m. Sua área é $30^2 - 20^2 = 500$ m^2.

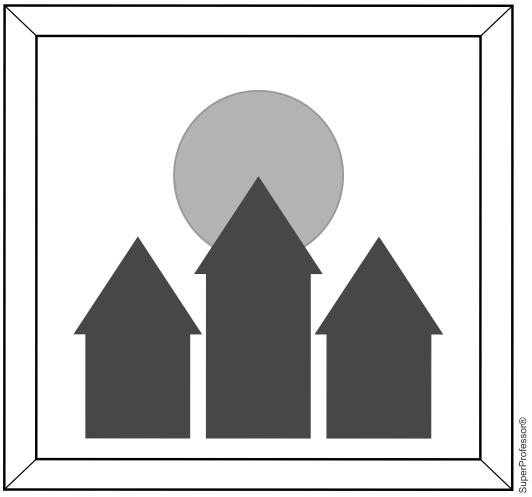
Item 090

2023 | R1-474

Fonte: referência 1, página 219.

Questão 474 (Habilidade 7) **Dificuldade 691,6**

As figuras pintadas no quadro da sala de estar de uma residência representam as silhuetas de parte das torres de um castelo e, ao fundo, a de uma lua cheia. A lua foi pintada na forma de um círculo, e o telhado da torre mais alta, na forma de triângulo equilátero, foi pintado sobrepondo parte da lua. O centro da lua coincide com um dos vértices do telhado da torre mais alta.



Nesse quadro, a parte da lua escondida atrás da torre mais alta do castelo pode ser representada por um

A cone.

B setor circular.

C segmento circular.

D triângulo isósceles.

E arco de circunferência.

Resolução **Resposta: B**

A região escondida é limitada por dois raios que partem do centro da Lua e pelo arco correspondente. Essa região é um setor circular, com ângulo central de 60°, dado pelo vértice do triângulo equilátero.

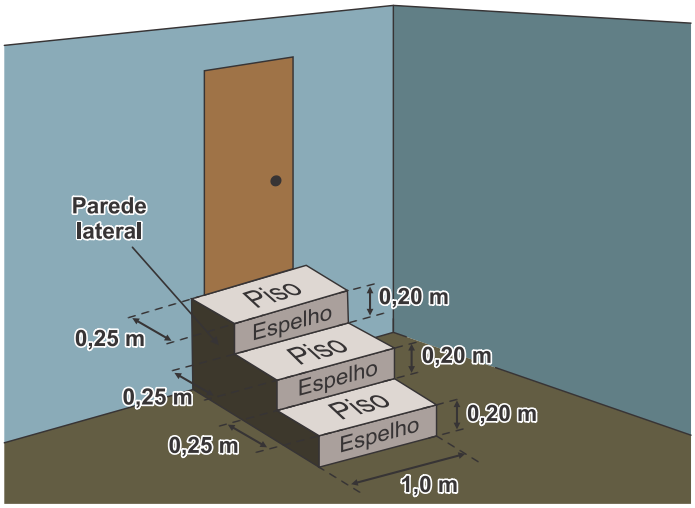
Item 091

2023 | R1-476

Fonte: referência 1, página 220.

Questão 476 (Habilidade 8) **Dificuldade 698,4**

A figura representa uma escada com três degraus, construída em concreto maciço, com suas medidas especificadas.



Nessa escada, pisos e espelhos têm formato retangular, e as paredes laterais têm formato de um polígono cujos lados adjacentes são perpendiculares. Pisos, espelhos e paredes laterais serão revestidos em cerâmica.

A área a ser revestida em cerâmica, em metro quadrado, mede

A 1,20.

B 1,35.

C 1,65.

D 1,80.

E 1,95.

Resolução **Resposta: E**

Os três pisos somam $3 \cdot 1 \cdot 0{,}25 = 0{,}75$ m^2; os espelhos somam $3 \cdot 1 \cdot 0{,}20 = 0{,}60$ m^2. As duas laterais somam $2 \cdot 0{,}25(0{,}20 + 0{,}40 + 0{,}60) = 0{,}60$ m^2. Total: $1{,}95$ m^2.

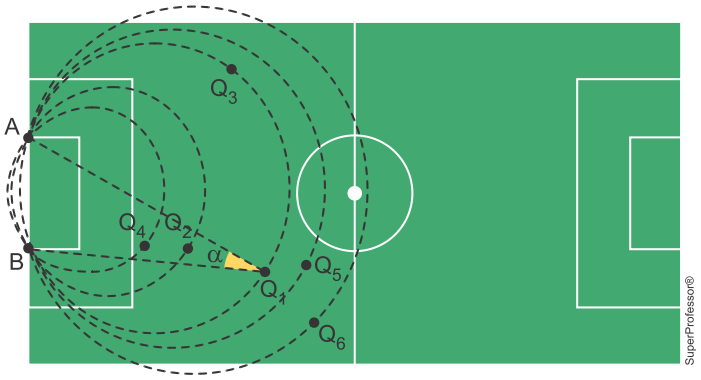
Item 092

2023 | R1-479

Fonte: referência 1, página 221.

Questão 479 (Habilidade 9) **Dificuldade 719,1**

Num certo momento de um jogo digital, a tela apresenta a imagem representada na figura. O ponto Q_1 representa a posição de um jogador que está com a bola, os pontos Q_2, Q_3, Q_4, Q_5 e Q_6 também indicam posições de jogadores da mesma equipe, e os pontos A e B indicam os dois pés da trave mais próxima deles. No momento da partida retratado, o jogador Q_1 tem a posse da bola, que será passada para um dos outros jogadores das posições Q_n, $n \in \{2, 3, 4, 5, 6\}$, cujo ângulo AQ_nB tenha a mesma medida do ângulo $\alpha = AQ_1B$.



Qual é o jogador que receberá a bola?

A Q_2

B Q_3

C Q_4

D Q_5

E Q_6

Resolução **Resposta: B**

Ângulos inscritos que enxergam o mesmo segmento AB e estão no mesmo arco da circunferência têm a mesma medida. O jogador Q3 está nesse arco, ao lado de Q1. Portanto, recebe a bola Q3.

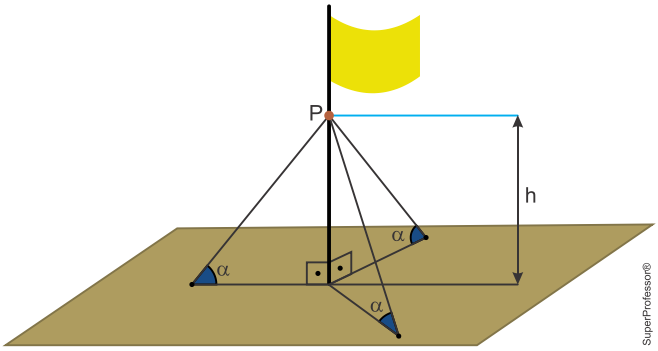
Item 093

2023 | R1-482

Fonte: referência 1, página 222.

Questão 482 (Habilidade 9) **Dificuldade 727,0**

O mastro de uma bandeira foi instalado perpendicularmente ao solo em uma região plana. Devido aos fortes ventos, três cabos de aço, de mesmo comprimento, serão instalados para dar sustentação ao mastro. Cada cabo de aço ficará perfeitamente esticado, com uma extremidade num ponto P do mastro, a uma altura h do solo, e a outra extremidade, num ponto no chão, como mostra a figura.



Os cabos de aço formam um ângulo α com o plano do chão e instalação. Por medida de segurança, há apenas três opções de instalação:

- opção I: h = 11m e $\alpha = 30°$
- opção II: h = 12 m e $\alpha = 45°$
- opção III: h = 18 m e $\alpha = 60°$

A opção a ser escolhida é aquela em que a medida dos cabos seja a menor possível.

Qual será a medida, em metro, de cada um dos cabos a serem instalados?

A $\frac{22\sqrt{3}}{3}$

B $11\sqrt{2}$

C $12\sqrt{2}$

D $12\sqrt{3}$

E 22

Resolução **Resposta: C**

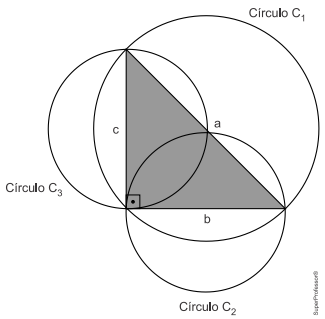
Cada cabo mede $c = h/\operatorname{sen}\alpha$. Nas opções I, II e III, os comprimentos são 22, $12\sqrt{2}$ e $12\sqrt{3}$ m. O menor é $12\sqrt{2}$ m, da opção II.

Item 094

Fonte: referência 1, página 222.

Questão 483 (Habilidade 13) **Dificuldade 737,2**

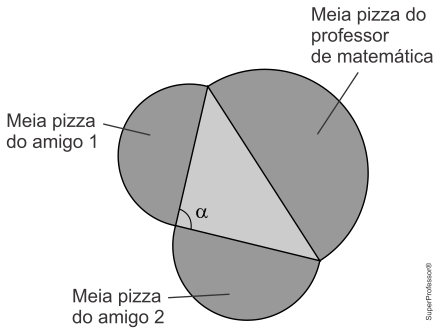
Sejam a, b e c as medidas dos lados de um triângulo retângulo, tendo a como medida da hipotenusa. Esses valores a, b e c são, respectivamente, os diâmetros dos círculos C_1, C_2 e C_3, como apresentados na figura.



Observe que essa construção assegura, pelo teorema de Pitágoras, que

$$\text{área } C_1 = \text{área } (C_2) + \text{área } (C_3).$$

Um professor de matemática era conhecedor dessa construção e, confraternizando com dois amigos em uma pizzaria onde são vendidas pizzas somente em formato de círculo, lançou um desafio: mesmo sem usar um instrumento de medição, poderia afirmar com certeza se a área do círculo correspondente à pizza que ele pedisse era maior, igual ou menor do que a soma das áreas das pizzas dos dois amigos. Assim, foram pedidas três pizzas. O professor as dividiu ao meio e formou um triângulo com os diâmetros das pizzas, conforme indicado na figura.



A partir da medida do ângulo α, o professor afirmou que a área de sua pizza é maior do que a soma das áreas das outras duas pizzas.

A área da pizza do professor de matemática é maior do que a soma das áreas das outras duas pizzas, pois

A $0° < \alpha < 90°$

B $\alpha = 90°$

C $90° < \alpha < 180°$

D $\alpha = 180°$

E $180° < \alpha < 360°$

Item 094 – resolução 2023 / R1-483

Resolução **Resposta: C**

Pela lei dos cossenos, $a^2 = b^2 + c^2 - 2bc\cos\alpha$. A área da pizza de diâmetro a supera a soma das demais quando $a^2 > b^2 + c^2$, isto é, quando $\cos\alpha < 0$. O ângulo interno deve ser obtuso: $90° < \alpha < 180°$.

Item 095

2024 | O2024-145

Fonte: INEP, caderno azul, página 18; questão 145.

QUESTÃO 145

O estádio do Maracanã passou por algumas modificações estruturais para a realização da Copa do Mundo de 2014, como, por exemplo, as dimensões do campo retangular. Para se adaptar aos padrões da Fifa, as dimensões do campo foram reduzidas de 110 m × 75 m para 105 m × 68 m.

Disponível em: http://virgula.uol.com.br.
Acesso em: 14 ago. 2013 (adaptado).

Em quantos metros quadrados a área do campo do Maracanã foi reduzida?

A 24
B 35
C 555
D 1 110
E 1 145

Resolução **Resposta: D**

A área antiga é $110 \cdot 75 = 8250$ m^2 e a nova, $105 \cdot 68 = 7140$ m^2. A redução é $8250 - 7140 = 1110$ m^2.

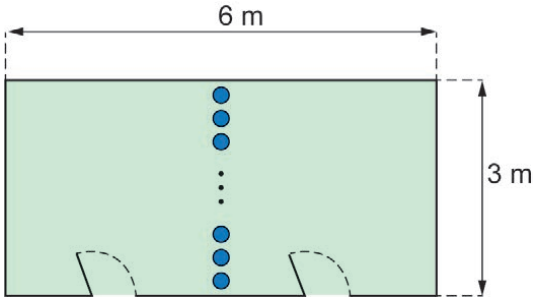
Item 096

2024 | O2024-150

Fonte: INEP, caderno azul, página 20; questão 150.

QUESTÃO 150

Uma sala com piso no formato retangular, com lados de medidas 3 m e 6 m, será dividida em dois ambientes. Para isso, serão utilizadas colunas em formato cilíndrico, dispostas perpendicularmente ao piso e representadas na figura pelos círculos de cor azul. Os centros desses círculos estarão sobre uma reta paralela aos lados de menor medida do piso da sala. Os vãos entre duas colunas e entre uma coluna e a parede não poderão ser superiores a 15 cm.



Para efetuar a compra dessas colunas, foram feitos orçamentos com base em dados fornecidos por cinco lojas.

Loja	Raio (cm)	Preço por unidade (R$)
I	5	60
II	10	70
III	12	75
IV	15	90
V	20	120

A compra será realizada na loja cujo orçamento resulte no menor valor total possível.

A compra será realizada na loja

A I.
B II.
C III.
D IV.
E V.

Resolução **Resposta: C**

Com n colunas de raio r ao longo dos 300 cm, há n+1 vãos. É necessário $2rn + 15(n + 1) \geq 300$. As quantidades mínimas nas lojas I a V são 12, 9, 8, 7 e 6; os custos são 720, 630, 600, 630 e 720 reais. A menor compra é na loja III.

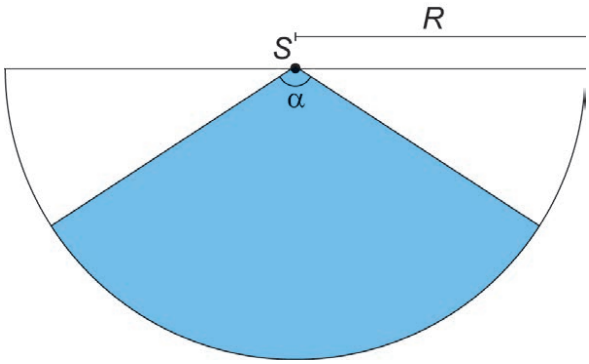
Item 097

2024 | O2024-155

Fonte: INEP, caderno azul, página 21; questão 155.

QUESTÃO 155

Um proprietário pretende instalar um sensor de presença para a proteção de seu imóvel. O sensor deverá detectar movimentos de objetos e pessoas numa determinada região plana. A figura ilustra a vista superior da área de cobertura (setor circular em azul) de um sensor colocado no ponto *S*. Essa área depende da medida do ângulo α, em grau, e do raio *R*, em metro.



Ao aumentar o ângulo α ou o raio *R* aumenta-se a área de cobertura do sensor. Entretanto, quanto maior essa área, maior o preço do sensor.

Para esse fim, há cinco tipos de sensores disponíveis no mercado, cada um com as seguintes características:

- tipo I: $\alpha = 15°$ e $R = 20$ m;
- tipo II: $\alpha = 30°$ e $R = 22$ m;
- tipo III: $\alpha = 40°$ e $R = 12$ m;
- tipo IV: $\alpha = 60°$ e $R = 16$ m;
- tipo V: $\alpha = 90°$ e $R = 10$ m.

Esse proprietário pretende adquirir um desses sensores que seja capaz de cobrir, no mínimo, uma área de medida 70 m^2, com o menor preço possível.

Use 3 como valor aproximado para π.

O proprietário do imóvel deverá adquirir o sensor do tipo

A I.
B II.
C III.
D IV.
E V.

Resolução

Resposta: E

A área de cobertura é $A = \alpha\pi R^2/360 = \alpha R^2/120$. Para I a V, as áreas são 50, 121, 48, 128 e 75 m^2. A menor área que alcança 70 m^2 é 75 m^2, do sensor V.

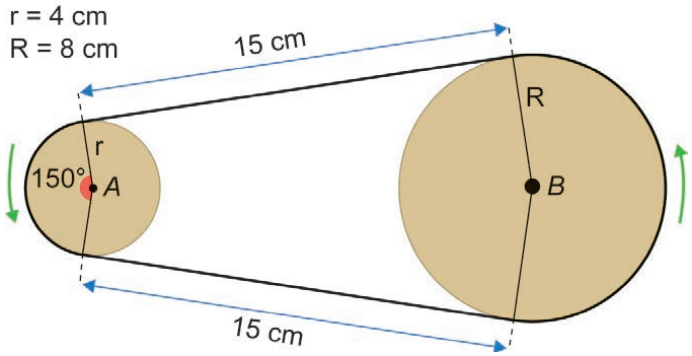
Item 098

2024 | O2024-163

Fonte: INEP, caderno azul, página 24; questão 163.

QUESTÃO 163

Um sistema de polias circulares e correias é um dos mecanismos responsáveis pela transmissão de movimento em máquinas rotativas. O manual de um motor traz uma figura representando um sistema composto por duas polias e uma correia de transmissão, tensionada e perfeitamente ajustada sobre as polias, de modo a não apresentar folgas nos contatos com as polias. Considere que as partes dessa correia que não ficam em contato com as polias são representadas por segmentos de reta tangentes às polias.



Para substituição dessa correia, é necessária a especificação de seu comprimento.

Considere 3 como valor aproximado para π.

A medida do comprimento dessa correia, em centímetro, é

A) 54.
B) 60.
C) 66.
D) 68.
E) 72.

Resolução **Resposta: D**

Os dois trechos retos somam $2 \cdot 15 = 30$ cm. O arco da polia menor mede $150°$ e o da maior, $210°$. Usando $\pi = 3$, o comprimento é $30 + (150/360) \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4 + (210/360) \cdot 2 \cdot 3 \cdot 8 = 30 + 10 + 28 = 68$ cm.

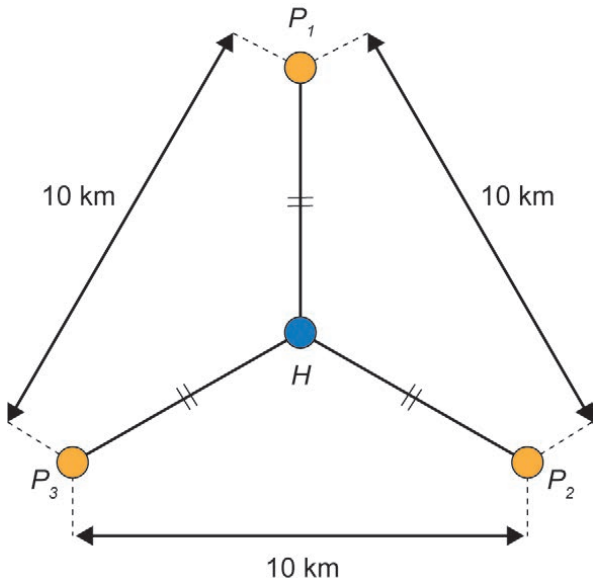
Item 099

2024 | O2024-164

Fonte: INEP, caderno azul, página 24; questão 164.

QUESTÃO 164

A prefeitura de uma cidade planeja construir três postos de saúde. Esses postos devem ser construídos em locais equidistantes entre si e de forma que as distâncias desses três postos ao hospital dessa cidade sejam iguais. Foram conseguidos três locais para a construção dos postos de saúde que apresentam as características desejadas, e que distam 10 km entre si, conforme o esquema, no qual o ponto *H* representa o local onde está construído o hospital; os pontos P_1, P_2 e P_3, os postos de saúde; e esses quatro pontos estão em um mesmo plano.



A distância, em quilômetro, entre o hospital e cada um dos postos de saúde, é um valor entre

A 2 e 3.
B 4 e 5.
C 5 e 6.
D 7 e 8.
E 8 e 9.

Resolução **Resposta: C**

O ponto equidistante dos três vértices é o centro da circunferência circunscrita. Num triângulo equilátero de lado 10 km, esse raio é $R = 10\sqrt{3}/3 \approx 5{,}77$ km. Assim, a distância está entre 5 e 6 km.

Item 100

2024 | O2024-171

Fonte: INEP, caderno azul, página 28; questão 171.

QUESTÃO 171

Um jardineiro dispõe de k metros lineares de cerca baixa para fazer um jardim ornamental. O jardim, delimitado por essa cerca, deve ter a forma de um triângulo equilátero, um quadrado ou um hexágono regular. A escolha será pela forma que resulte na maior área.

O jardineiro escolherá a forma de

A hexágono regular, pois a área do jardim, em metro quadrado, será $\frac{k^2\sqrt{3}}{24}$.

B hexágono regular, pois a área do jardim, em metro quadrado, será $\frac{3k^2\sqrt{3}}{2}$.

C quadrado, pois a área do jardim, em metro quadrado, será $\frac{k^2}{16}$.

D triângulo equilátero, pois a área do jardim, em metro quadrado, será $\frac{k^2\sqrt{3}}{36}$.

E triângulo equilátero, pois a área do jardim, em metro quadrado, será $\frac{k^2\sqrt{3}}{4}$.

Resolução

Resposta: A

Para perímetro p, as áreas do triângulo equilátero, quadrado e hexágono regular são, respectivamente, $p^2\sqrt{3}/36$, $p^2/16$ e $p^2\sqrt{3}/24$. Comparando os coeficientes, o hexágono tem a maior área. Deve-se escolher o terreno de formato hexagonal.

Item 101

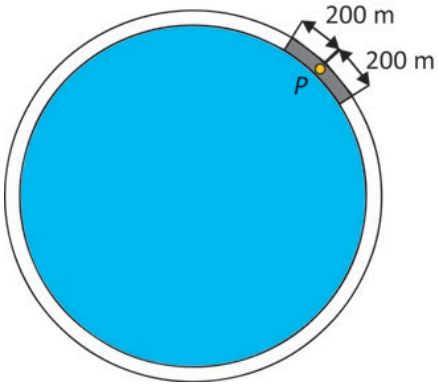
2025 | O2025-139

Fonte: INEP, caderno azul, página 18; questão 139.

QUESTÃO 139

No entorno de uma lagoa circular, cujo raio mede 1 km há um uma ciclovia. Devido aos frequentes roubos de bicicleta a prefeitura planeja alocar policiais em posições estratégica para patrulhar essa ciclovia, de forma a torná-la totalmente protegida. Um ponto da ciclovia é considerado protegido se houver pelo menos um policial a, no máximo, 200 m de distância daquele ponto, posicionado sobre a ciclovia. A figura ilustra um ponto *P* sobre a ciclovia, que estará protegido se houve pelo menos um policial posicionado sobre a região de co cinza escuro.

Desconsidere a largura da pista da ciclovia e utilize 3 como aproximação para π.



Nessas condições, a quantidade mínima necessária de policiais a serem alocados ao longo dessa ciclovia para torná-la protegida e

A) 4.
B) 8.
C) 15.
D) 30.
E) 60.

Resolução **Resposta: C**

O comprimento da margem circular é $2\pi r = 2 \cdot 3 \cdot 1 = 6$ km, ou 6000 m. Cada policial cobre 200 m para cada lado, totalizando 400 m. Assim, são necessários $6000/400 = 15$ policiais igualmente espaçados.

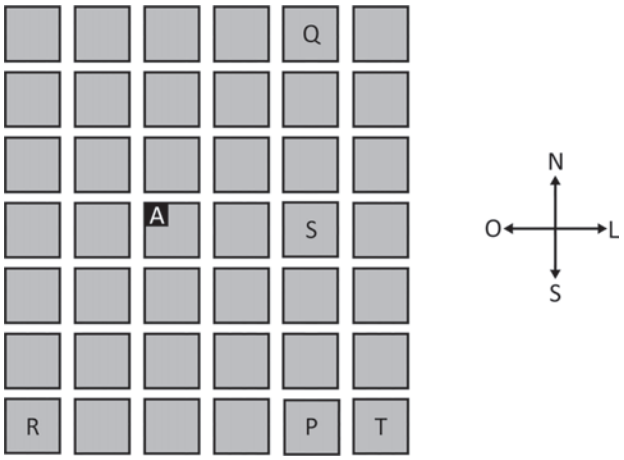
Item 102

2025 | O2025-161

Fonte: INEP, caderno azul, página 24; questão 161.

QUESTÃO 161

Os quadrados em cinza na figura representam os quarteirões de uma parte do bairro onde moram João e seu amigo. O quadrado pequeno (A), pintado em preto e localizado no canto superior esquerdo de um quadrado maior, indica a casa do amigo de João. João também mora em uma casa de esquina, mas na extremidade nordeste de um quarteirão. Para chegar à casa de seu amigo, ao sair de casa, João deve caminhar pelo quarteirão onde mora na direção oeste, dobrar à direita, caminhar por três quarteirões na direção norte e dobrar à esquerda. A casa de seu amigo fica no segundo quarteirão a oeste.



O quarteirão onde se encontra a casa de João é representado pelo quadrado com a letra

A P.
B Q.
C R.
D S.
E T.

Resolução **Resposta: A**

É útil inverter o trajeto a partir da casa A: caminhar dois quarteirões para leste, depois três para sul e, por fim, um para leste. O ponto de chegada deve ser a esquina nordeste da quadra onde João mora. Na malha, essa quadra é P.

Item 103

2025 | O2025-164

Fonte: INEP, caderno azul, página 25; questão 164.

QUESTÃO 164

O dono de uma embarcação deve partir do ponto *P* e chegar ao ponto *R* por meio de dois deslocamentos lineares e navegando a uma velocidade constante. Essa viagem será feita durante a noite, e como ele dispõe somente de uma bússola e de um relógio, planejou sua rota da seguinte forma:

1º – partir do ponto *P* na direção 110 e navegar por 4 horas, alcançando um ponto *Q*;

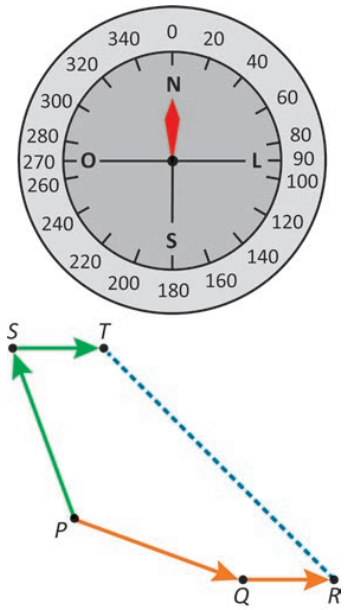
2º – partir do ponto *Q* na direção 90 e navegar por 2 horas, alcançando o ponto de destino *R*.

No entanto, ao direcionar o barco para o primeiro deslocamento, o fez na direção 340, em vez de 110. Com isso, realizou os seguintes deslocamentos:

1º – partiu do ponto *P* na direção 340 e navegou por 4 horas, alcançando um ponto *S*;

2º – partiu do ponto *S* na direção 90 e navegou por 2 horas, alcançando o ponto *T*.

A figura apresenta a bússola, a rota planejada e a rota executada.



O dono da embarcação só percebeu o equívoco ao chegar ao ponto *T*. Com isso, agora ele precisa definir a direção e o tempo de navegação que lhe permita, partindo do ponto *T*, chegar ao ponto de destino *R* por meio de uma rota retilínea.

Considere 0,64 como aproximação para cos 50°.

A direção e o tempo aproximado de navegação que o dono da embarcação deve utilizar são, respectivamente,

A) 135 e 7 horas e 15 minutos.
B) 45 e 7 horas e 15 minutos.
C) 135 e 12 horas.
D) 135 e 6 horas.
E) 45 e 6 horas.

Resolução **Resposta: A**

Os segundos deslocamentos das duas rotas são iguais e se cancelam na comparação. Assim, $TR = SQ$. Os trechos PQ e PS têm comprimento $4v$, e o ângulo menor entre eles é 130°. Pela lei dos cossenos, $TR^2 = (4v)^2 + (4v)^2 - 2(4v)^2 \cos 130° = 32v^2(1 + 0{,}64) = 52{,}48v^2$. O tempo é $TR/v \approx 7{,}24$ h, cerca de 7 h 15 min. A direção de S para Q, e portanto de T para R, é sudeste, 135°.

Item 104

2025 | O2025-171

Fonte: INEP, caderno azul, página 29; questão 171.

QUESTÃO 171

Um confeiteiro passou a produzir tortas em formato de cilindro circular reto, com raio da base variando entre 12 cm e 16 cm e altura de 6 cm. Essas tortas deverão ser embaladas em caixas com formato de prisma reto de base quadrada, de modo que seja possível acomodar a torta em seu interior e ainda restar pelo menos 1 cm de distância entre a torta e as superfícies internas da caixa, lateral e superior. Ele dispõe, originalmente, de caixas no formato pretendido, cujas dimensões internas são 14 cm de comprimento do lado da base e 7 cm de altura, que não atendem às suas necessidades. Portanto, ele comprará novas caixas, com o mesmo formato das caixas originais, mas com comprimento do lado da base maior, que sejam adequadas para embalar todos os tipos de torta que produz.

A aresta da base das novas caixas deve ser, no mínimo, quantos centímetros maior do que a das caixas originais?

A) 4
B) 12
C) 16
D) 18
E) 20

Resolução **Resposta: E**

A maior torta tem diâmetro $2 \cdot 16 = 32$ cm. É preciso deixar 1 cm em cada lateral, de modo que o lado da caixa deve medir pelo menos $32 + 2 = 34$ cm. Em relação aos 14 cm originais, o aumento é $34 - 14 = 20$ cm. A altura de 7 cm já dá a folga superior de 1 cm.

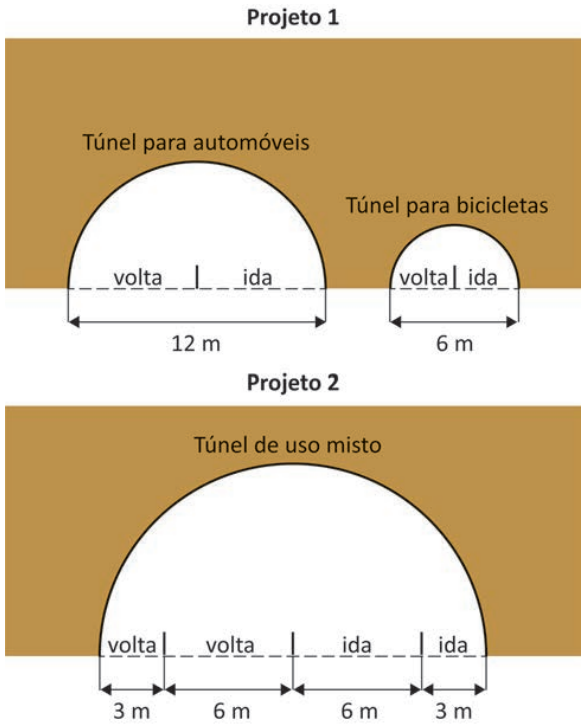
Item 105

2025 | O2025-173

Fonte: INEP, caderno azul, página 30; questão 173.

QUESTÃO 173

Em uma cidade, será construído um túnel que atravessa uma montanha para facilitar o trânsito de automóveis e bicicletas. Dois projetos foram elaborados e os esquemas com as vistas frontais desses projetos são apresentados na figura.



O Projeto 1 conta com dois túneis, um exclusivo para bicicletas e o outro, para automóveis. O Projeto 2 conta com um único túnel, com espaços reservados para o trânsito exclusivo de bicicletas e automóveis. Nos dois projetos, os túneis têm o formato de semicilindro reto de mesma extensão, com vias de ida e volta para os dois tipos de veículos, separados por muretas.

O projeto a ser aprovado será aquele que apresentar a menor área da seção transversal, pois implicará menor volume de material retirado da montanha.

Considere 3 como aproximação para π e desconsidere as espessuras das muretas.

O projeto a ser aprovado é

A o 1, pois apresenta área de seção transversal medindo 67,5 m^2.

B o 2, pois apresenta área de seção transversal medindo 121,5 m^2.

C o 1, pois apresenta área de seção transversal medindo 135 m^2.

D o 2, pois apresenta área de seção transversal medindo 243 m^2.

E qualquer um dos dois, pois apresentam áreas de suas seções transversais com medidas iguais.

Resolução

Resposta: A

No projeto 1, os raios dos túneis são 6 m e 3 m. A soma das áreas semicirculares é $\frac{3}{2}(6^2+3^2)=67{,}5$ m^2. No projeto 2, o diâmetro é $3+6+6+3=18$ m, dando raio 9 m e área $\frac{3}{2}\cdot 9^2 = 121{,}5$ m^2. O projeto 1 exige menor escavação.

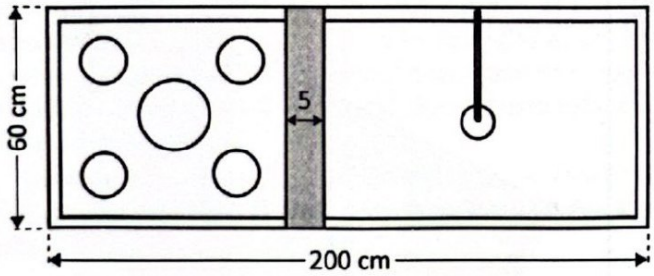
Item 106

2026 | O2026-145

Fonte: INEP, caderno amarelo, página 18; questão 145.

QUESTÃO 145

A bancada na cozinha de um imóvel tem um fogão cooktop e uma pia com torneira, conforme a figura.



O proprietário do imóvel decidiu aumentar a distância, que é de 5 cm, entre o bojo da pia e o fogão para ampliar a área do retângulo sombreado, de modo que esta passe a ocupar 35% da área total da bancada. Para isso, colocará um bojo menor na pia.

A distância entre o fogão e o bojo da pia deverá ser aumentada em quantos centímetros?

A) 21
B) 44
C) 49
D) 65
E) 70

Resolução **Resposta: D**

A bancada tem $60 \cdot 200 = 12\,000$ cm^2; 35% disso são 4200 cm^2. Com a mesma altura de 60 cm, a largura do retângulo sombreado deve ser $4200/60 = 70$ cm. O aumento é $70 - 5 = 65$ cm.

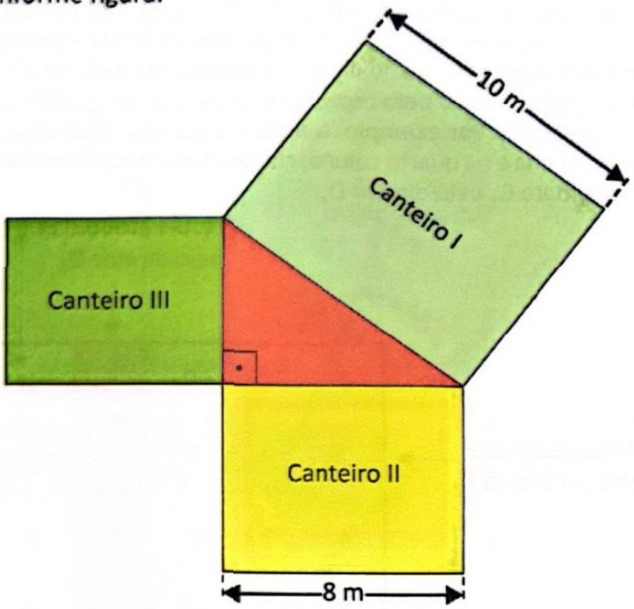
Item 107

2026 | O2026-160

Fonte: INEP, caderno amarelo, página 22; questão 160.

QUESTÃO 160

Um agricultor possui um terreno plano formado por 4 canteiros, 3 em formato retangular, semelhantes entre si, e 1 em formato triangular, delimitado pelos 3 primeiros, conforme figura.



Os maiores lados dos canteiros I e II medem 10 m e 8 m, respectivamente, e a área do canteiro I mede 80 m^2.

Qual é a diferença entre as medidas das áreas, em metro quadrado, dos canteiros II e III?

A) 16,00
B) 17,92
C) 20,00
D) 22,40
E) 28,00

Resolução **Resposta: D**

Os três retângulos são semelhantes e seus maiores lados estão sobre os lados do triângulo retângulo: hipotenusa 10 m e cateto 8 m; o outro cateto mede 6 m. A razão entre áreas é o quadrado da razão de semelhança: $A_{II} = 80 \cdot (8/10)^2 = 51{,}2$ m^2 e $A_{III} = 80 \cdot (6/10)^2 = 28{,}8$ m^2. Diferença: 22,40 m^2.

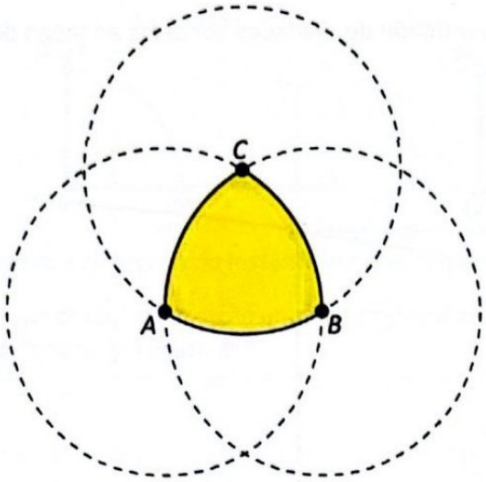
Item 108

2026 | O2026-171

Fonte: INEP, caderno amarelo, página 27; questão 171.

QUESTÃO 171

O tampo de uma mesa tem o formato da região de cor amarela na figura. Essa região é obtida pela intersecção de três círculos com centros nos pontos *A*, *B* e *C*, respectivamente, e raios de medidas iguais a 1,20 m.



Para cobrir essa mesa, pretende-se comprar uma toalha, com a menor área possível, que cubra o tampo e o exceda em pelo menos 20 cm ao longo de todo o seu contorno.

Em uma loja há cinco modelos de toalhas:

I. círculo com diâmetro de medida 1,60 m;
II. círculo com diâmetro de medida 1,76 m;
III. quadrado com lados de medida 1,60 m;
IV. quadrado com lados de medida 1,76 m;
V. triângulo equilátero com lados de medida 1,60 m.

Utilize 1,7 como aproximação para $\sqrt{3}$.

O modelo a ser comprado é o

A) I.
B) II.
C) III.
D) IV.
E) V.

Resolução **Resposta: B**

A região é um triângulo de Reuleaux sobre o triângulo equilátero ABC de lado 1,2 m. O centro está a $\frac{1{,}2\sqrt{3}}{3} \approx \frac{1{,}2 \cdot 1{,}7}{3} = 0{,}68$ m dos vértices, pontos mais afastados do tampo. Um círculo concêntrico com folga de 20 cm precisa de raio 0,88 m: diâmetro 1,76 m (modelo II, área $\approx 2{,}4$ m^2). O círculo de 1,60 m não basta; o quadrado de 1,60 m, embora sirva, tem área maior (2,56 m^2); o quadrado de 1,76 m é ainda maior; e o triângulo de 1,60 m não cobre o tampo com a folga. Escolhe-se o II.

Item 109

2026 | O2026-176

Fonte: INEP, caderno amarelo, página 30; questão 176.

QUESTÃO 176

A Figura 1 mostra a vista superior de um mobiliário de cozinha, que não pode ser desmembrado, montado na casa de um engenheiro.

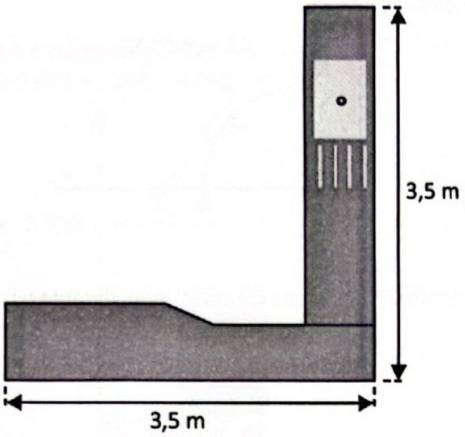


Figura 1: Vista superior do mobiliário

Ele mudará para um apartamento, cujo esboço de planta baixa está dado na Figura 2, onde pretende instalar o mobiliário na nova cozinha.

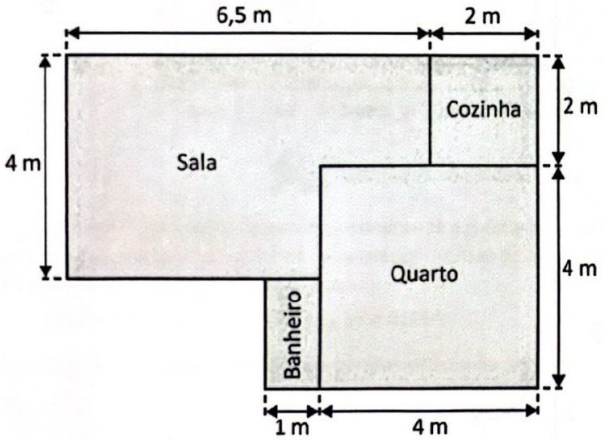


Figura 2: Planta baixa para reforma

Como a cozinha do apartamento é muito pequena, decidiu ampliá-la, avançando-a sobre as áreas da sala e do quarto, de modo a manter os formatos retangulares tanto da cozinha quanto do quarto, apenas o necessário para caber o mobiliário da Figura 1 na nova cozinha.

Após essa reforma, as medidas das áreas, em metro quadrado, da sala e do quarto, serão

A 9,75 e 37,50.
B 9,75 e 16,00.
C 19,00 e 10,75.
D 19,75 e 10,00.
E 2,00 e 3,75.

Item 109 – resolução 2026 / O2026-176

Resolução **Resposta: D**

Coordenadas em metros, com origem no canto superior esquerdo: a cozinha ocupa $6{,}5 \le x \le 8{,}5$, $0 \le y \le 2$; o quarto, $4{,}5 \le x \le 8{,}5$, $2 \le y \le 6$. O móvel exige um retângulo de $3{,}5 \times 3{,}5$: a cozinha passa a $5 \le x \le 8{,}5$, $0 \le y \le 3{,}5$. Para continuar retangular, o quarto fica com $3{,}5 \le y \le 6$: $4 \cdot 2{,}5 = 10$ m^2. A sala tinha $6{,}5 \cdot 4 - 2 \cdot 2 = 22$ m^2; perde $1{,}5 \cdot 2 = 3$ m^2 para a cozinha e ganha a faixa $0{,}5 \times 1{,}5 = 0{,}75$ m^2 que sobrou do quarto: 19,75 m^2.

Item 110

2026 | O2026-178

Fonte: INEP, caderno amarelo, página 30; questão 178.

QUESTÃO 178

Uma motocicleta tem duas rodas de tamanhos diferentes: a dianteira, com diâmetro externo medindo 0,8 m e, a traseira, cujo diâmetro externo mede 0,6 m. Essa motocicleta foi conduzida por um percurso retilíneo de 3 600 m.

Utilize 3 como aproximação para π.

Quantos giros completos a roda traseira deu a mais que a dianteira quando a motocicleta concluiu esse percurso?

A) 500
B) 1 000
C) 1 500
D) 2 917
E) 5 833

Resolução **Resposta: A**

Comprimentos das rodas: dianteira $3 \cdot 0{,}8 = 2{,}4$ m; traseira $3 \cdot 0{,}6 = 1{,}8$ m. Voltas: $3600/2{,}4 = 1500$ e $3600/1{,}8 = 2000$. Diferença: 500 giros.

Geometria espacial

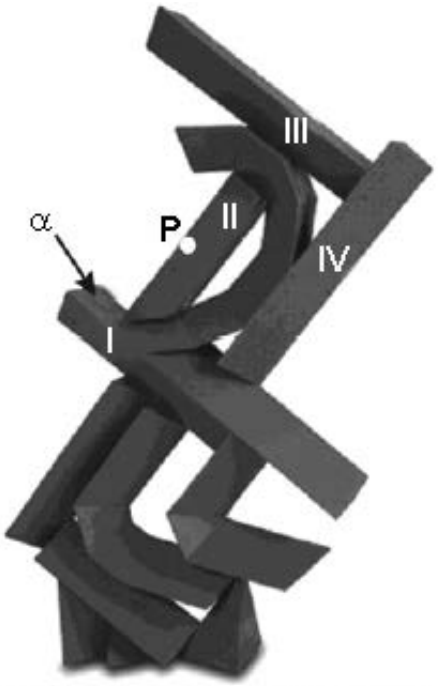
Tema 08 | 98 itens com resoluções.

Item 001

2009 | R3-06-31

Fonte: referência 3, página 59.

31. (Enem 2009) Suponha que, na escultura do artista Emanoel Araújo, mostrada na figura a seguir, todos os prismas numerados em algarismos romanos são retos, com bases triangulares, e que as faces laterais do poliedro II são perpendiculares à sua própria face superior, que, por sua vez, é um triângulo congruente ao triângulo base dos prismas. Além disso, considere que os prismas I e III são perpendiculares ao prisma IV e ao poliedro II.



Disponível em: www.escritosriodearte.com.br. Acesso em: 28 jul. 2009.

Imagine um plano paralelo à face á do prisma I, mas que passe pelo ponto P pertencente à aresta do poliedro II, indicado na figura. A interseção desse plano imaginário com a escultura contém

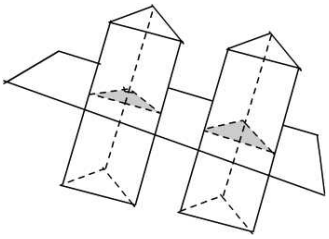
a) dois triângulos congruentes com lados correspondentes paralelos.
b) dois retângulos congruentes e com lados correspondentes paralelos.
c) dois trapézios congruentes com lados correspondentes perpendiculares.
d) dois paralelogramos congruentes com lados correspondentes paralelos.
e) dois quadriláteros congruentes com lados correspondentes perpendiculares.

Resolução

Resposta: A

Resposta da questão 31:
[A]

De acordo com a figura a seguir a melhor opção é o item A



Resolução reproduzida da referência 3.

Item 002

2009 | R3-06-32

Fonte: referência 3, página 60.

32. (Enem 2009) Uma empresa que fabrica esferas de aço, de 6 cm de raio, utiliza caixas de madeira, na forma de um cubo, para transportá-las.

Sabendo que a capacidade da caixa é de 13.824 cm^3, então o número máximo de esferas que podem ser transportadas em uma caixa é igual a

a) 4.
b) 8.
c) 16.
d) 24.
e) 32.

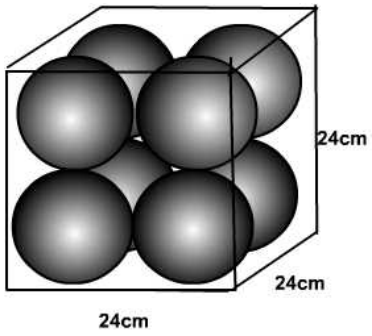
Resolução

Resposta: B

Resposta da questão 32:
[B]

$a^3 = 13.824 \Leftrightarrow a = 24cm$. Diâmetro da esfera = 12cm

No comprimento do cubo podemos colocar 2 esferas
Na largura do cubo podemos colocar 2 esferas
Na altura do cubo podemos colocar 2 esferas
Logo o número de esferas será 2.2.2 = 8



Resolução reproduzida da referência 3.

Item 003

2009 | R3-06-33

Fonte: referência 3, página 60.

33. (Enem cancelado 2009) Considere um caminhão que tenha uma carroceria na forma de um paralelepípedo retângulo, cujas dimensões internas são 5,1 m de comprimento, 2,1 m de largura e 2,1 m de altura. Suponha que esse caminhão foi contratado para transportar 240 caixas na forma de cubo com 1 m de aresta cada uma e que essas caixas podem ser empilhadas para o transporte. Qual é o número mínimo de viagens necessárias para realizar esse transporte?

a) 10 viagens.
b) 11 viagens.
c) 12 viagens.
d) 24 viagens.
e) 27 viagens.

Resolução

Resposta: C

Resposta da questão 33:
[C]

No comprimento conseguiremos colocar 5 caixas, na largura 2 caixas e na altura 2 caixas.
Total de caixas 5.2.2 = 20 caixas.

Número mínimo de viagens: $\frac{240}{20} = 12$

Resolução reproduzida da referência 3.

Item 004

2009 | R3-06-34

Fonte: referência 3, página 60.

34. (Enem 2009) Um artesão construiu peças de artesanato interceptando uma pirâmide de base quadrada com um plano. Após fazer um estudo das diferentes peças que poderia obter, ele concluiu que uma delas poderia ter uma das faces pentagonal.

Qual dos argumentos a seguir justifica a conclusão do artesão?

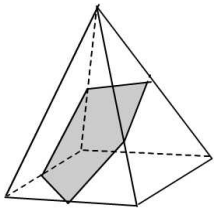
a) Uma pirâmide de base quadrada tem 4 arestas laterais e a interseção de um plano com a pirâmide intercepta suas arestas laterais. Assim, esses pontos formam um polígono de 4 lados.
b) Uma pirâmide de base quadrada tem 4 faces triangulares e, quando um plano intercepta essa pirâmide, divide cada face em um triângulo e um trapézio. Logo, um dos polígonos tem 4 lados.
c) Uma pirâmide de base quadrada tem 5 faces e a interseção de uma face com um plano é um segmento de reta. Assim, se o plano interceptar todas as faces, o polígono obtido nessa interseção tem 5 lados.
d) O número de lados de qualquer polígono obtido como interseção de uma pirâmide com um plano é igual ao número de faces da pirâmide. Como a pirâmide tem 5 faces, o polígono tem 5 lados.
e) O número de lados de qualquer polígono obtido interceptando-se uma pirâmide por um plano é igual ao número de arestas laterais da pirâmide. Como a pirâmide tem 4 arestas laterais, o polígono tem 4 lados.

Resolução

Resposta: C

Resposta da questão 34:
[C]

Apenas a alternativa C reflete a figura a seguir.



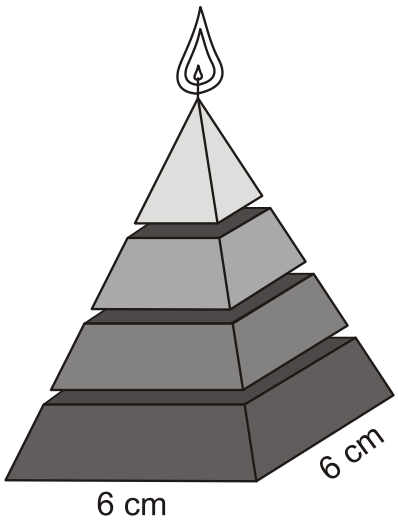
Resolução reproduzida da referência 3.

Item 005

2009 | R3-06-35

Fonte: referência 3, página 60.

35. (Enem 2009) Uma fábrica produz velas de parafina em forma de pirâmide quadrangular regular com 19 cm de altura e 6 cm de aresta da base. Essas velas são formadas por 4 blocos de mesma altura — 3 troncos de pirâmide de bases paralelas e 1 pirâmide na parte superior —, espaçados de 1 cm entre eles, sendo que a base superior de cada bloco é igual à base inferior do bloco sobreposto, com uma haste de ferro passando pelo centro de cada bloco, unindo-os, conforme a figura.



Se o dono da fábrica resolver diversificar o modelo, retirando a pirâmide da parte superior, que tem 1,5 cm de aresta na base, mas mantendo o mesmo molde, quanto ele passará a gastar com parafina para fabricar uma vela?

a) 156 cm^3.
b) 189 cm^3.
c) 192 cm^3.
d) 216 cm^3.
e) 540 cm^3.

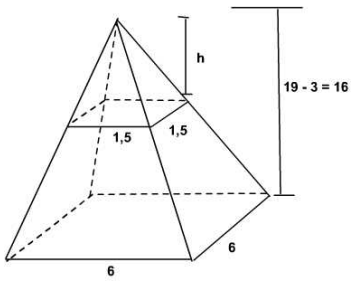
Resolução

Resposta: B

Resposta da questão 35:
[B]

$$\frac{h}{16}\frac{1,5}{6} \Leftrightarrow h = 4$$

$$Volume = \frac{1}{3}6^2.16 - \frac{1}{3}.1,5^2.4 = 192cm^3$$



Resolução reproduzida da referência 3.

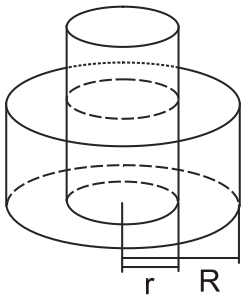
Item 006

2009 | R3-06-36

Fonte: referência 3, página 60.

36. (Enem cancelado 2009) Em uma praça pública, há uma fonte que é formada por dois cilindros, um de raio r e altura h_1, e o outro de raio R e altura h_2. O cilindro do meio enche e, após transbordar, começa a encher o outro.

Se $R = r\sqrt{2}$ e $h_2 = \frac{h_1}{3}$ e, para encher o cilindro do meio, foram necessários 30 minutos, então, para se conseguir encher essa fonte e o segundo cilindro, de modo que fique completamente cheio, serão necessários

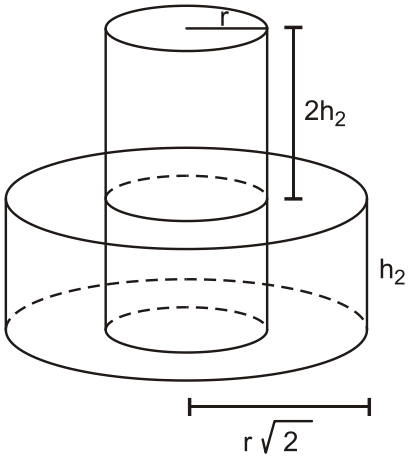


a) 20 minutos.
b) 30 minutos.
c) 40 minutos.
d) 50 minutos.
e) 60 minutos.

Resolução

Resposta: C

Resposta da questão 36:
[C]



Volume do cilindro central = $\pi.r^2.3h_2$

Volume livre do segundo cilindro = $\pi.(r\sqrt{2})^2.h_2 - \pi.r^2.h_2 = \pi.r^2.h_2$

Então para encher o volume livre do segundo cilindro levará 10 min(ou seja 1/3 de 30min)

O tempo total será
30 + 10 = 40min

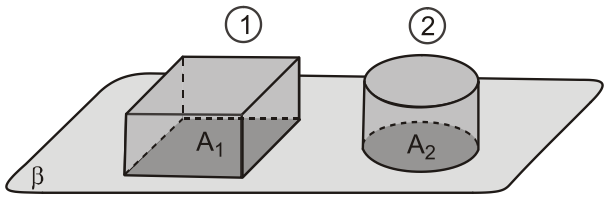
Resolução reproduzida da referência 3.

Item 007

2009 | R3-06-37

Fonte: referência 3, página 61.

37. (Enem cancelado 2009) Em uma padaria, há dois tipos de forma de bolo, formas 1 e 2, como mostra a figura abaixo.



Sejam L o lado da base da forma quadrada, r o raio da base da forma redonda, A_1 e A_2 as áreas das bases das formas 1 e 2, e V_1 e V_2 os seus volumes, respectivamente. Se as formas têm a mesma altura h, para que elas comportem a mesma quantidade de massa de bolo, qual é a relação entre r e L?

a) L = r
b) L = 2r
c) L = π r
d) L = $r\sqrt{\pi}$
e) L = $\frac{(\pi r 2)}{2}$

Resolução

Resposta: D

Resposta da questão 37:
[D]

Seus volumes são iguais, pois possuem a mesma massa e mesma altura.
Admitindo altura h para os dois bolos , temos:

$V_1 = V_2$

$L^2.h = \pi.r^2.h$

$L^2 = \pi.r^2$

$L = \sqrt{\pi.r^2}$

$L = r.\sqrt{\pi}$

Resolução reproduzida da referência 3.

Item 008

2009 | R3-06-38

Fonte: referência 3, página 61.

38. (Enem cancelado 2009) Um vasilhame na forma de um cilindro circular reto de raio da base de 5 cm e altura de 30 cm está parcialmente ocupado por $625\,\pi\,cm^3$ de álcool. Suponha que sobre o vasilhame seja fixado um funil na forma de um cone circular reto de raio da base de 5 cm e altura de 6 cm, conforme ilustra a figura 1. O conjunto, como mostra a figura 2, é virado para baixo, sendo H a distância da superfície do álcool até o fundo do vasilhame.

Volume do cone: $V_{cone} = \frac{\pi r^2 h}{3}$

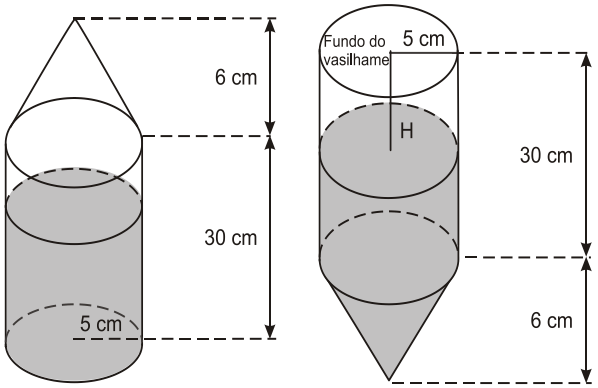


Figura 1 Figura 2

Considerando-se essas informações, qual é o valor da distância H?

a) 5 cm.
b) 7 cm.
c) 8 cm.
d) 12 cm.
e) 18 cm.

Resolução

Resposta: B

Resposta da questão 38:
[B]

Volume do cone = $\frac{\pi.5^2.6}{3} = 50\pi\ cm^3$

Volume do líquido do cilindro da figura 2 = 625π - 50π = 575π

Altura do líquido do cilindro da figura 2.

$\pi\ .5^2.h = 575\pi \Leftrightarrow h = 23$ cm.

Na figura 2, temos: H = 30 – h logo H = 7 cm

Resolução reproduzida da referência 3.

Item 009

2009 | R3-06-39

Fonte: referência 3, página 61.

39. (Enem cancelado 2009) Um artista plástico construiu, com certa quantidade de massa modeladora, um cilindro circular reto cujo diâmetro da base mede 24 cm e cuja altura mede 15 cm. Antes que a massa secasse, ele resolveu transformar aquele cilindro em uma esfera.

Volume da esfera: $V_{esfera} = \frac{4\pi r^3}{3}$

Analisando as características das figuras geométricas envolvidas, conclui-se que o raio R da esfera assim construída é igual a

a) 15
b) 12
c) 24
d) $\sqrt[3]{60}$
e) $6\sqrt[3]{30}$

Resolução

Resposta: D

Resposta da questão 39:
[D]

Volume do cilindro = $\pi\ 12^2\ 15$

$$\frac{4\pi.R^3}{3} = \pi.12^2.15 \Leftrightarrow R = 3.\sqrt[3]{60}$$

Aritmética

Resolução reproduzida da referência 3.

Item 010

2009 | O2009-149

Fonte: INEP, caderno azul, página 24; questão 149.

Questão 149

Em Florença, Itália, na Igreja de Santa Croce, é possível encontrar um portão em que aparecem os anéis de Borromeo. Alguns historiadores acreditavam que os círculos representavam as três artes: escultura, pintura e arquitetura, pois elas eram tão próximas quanto inseparáveis.



Scientific American, ago. 2008.

Qual dos esboços a seguir melhor representa os anéis de Borromeo?

A 

B 

C 

D 

E 

Resolução **Resposta: E**

Os anéis de Borromeo são três laços entrelaçados em conjunto, mas nenhum par fica preso quando se retira o terceiro. A figura E apresenta essa alternância de cruzamentos: cada anel passa por cima de um dos outros e por baixo do terceiro.

Item 011

2010 | R3-06-10

Fonte: referência 3, página 53.

10. (Enem 2ª aplicação 2010) Para confeccionar, em madeira, um cesto de lixo que comporá o ambiente decorativo de uma sala de aula, um marceneiro utilizará, para as faces laterais, retângulos e trapézios isósceles e, para o fundo, um quadrilátero, com os lados de mesma medida e ângulos retos.
Qual das figuras representa o formato de um cesto que possui as características estabelecidas?

a)

b)

c)

d)

e)



Resolução

Resposta: C

Resposta da questão 10:
[C]

A única figura que representa um cesto com apenas trapézios isósceles e retângulos nas faces laterais é a da alternativa (C).

Resolução reproduzida da referência 3.

Item 012

2010 | R3-06-11

Fonte: referência 3, página 54.

11. (Enem 2010) Uma fábrica produz barras de chocolates no formato de paralelepípedos e de cubos, com o mesmo volume. As arestas da barra de chocolate no formato de paralelepípedo medem 3 cm de largura, 18 cm de comprimento e 4 cm de espessura.
Analisando as características das figuras geométricas descritas, a medida das arestas dos chocolates que têm o formato de cubo é igual a
a) 5 cm.
b) 6 cm.
c) 12 cm.
d) 24 cm.
e) 25 cm.

Resolução

Resposta: B

Resposta da questão 11:
[B]

Sendo **a** a aresta do cubo, temos:
$a^3 = 4.18.3$
$a^3 = 216$
$a = 6$

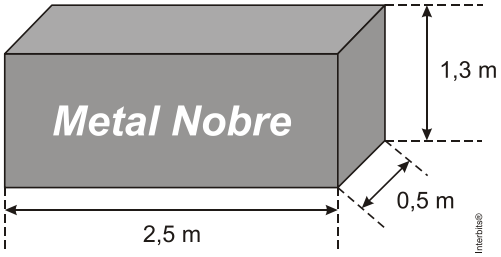
Resolução reproduzida da referência 3.

Item 013

2010 | R3-06-12

Fonte: referência 3, página 54.

12. (Enem 2010) A siderúrgica "Metal Nobre" produz diversos objetos maciços utilizando o ferro. Um tipo especial de peça feita nessa companhia tem o formato de um paralepípedo retangular, de acordo com as dimensões indicadas na figura que segue.



O produto das três dimensões indicadas na peça resultaria na medida da grandeza
a) massa.
b) volume.
c) superfície.
d) capacidade.
e) comprimento.

Resolução **Resposta: B**

Resposta da questão 12:
[B]

Multiplicando as dimensões temos o valor de seu volume em m^3.

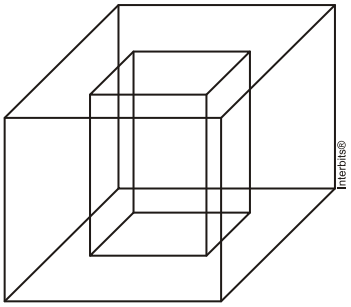
Resolução reproduzida da referência 3.

Item 014

2010 | R3-06-13

Fonte: referência 3, página 54.

13. (Enem 2010) Um porta-lápis de madeira foi construído no formato cúbico, seguindo o modelo ilustrado a seguir. O cubo de dentro e vazio. A aresta do cubo maior mede 12 cm e a do cubo menor, que e interno, mede 8 cm.



O volume de madeira utilizado na confecção desse objeto foi de
a) 12 cm^3.
b) 64 cm^3.
c) 96 cm^3.
d) 1 216 cm^3.
e) 1 728 cm^3.

Resolução

Resposta: D

Resposta da questão 13:
[D]

V = volume do cubo maior – volume do cubo menor
$V = 12^3 - 8^3$
V = 1728 – 512
V = 1216

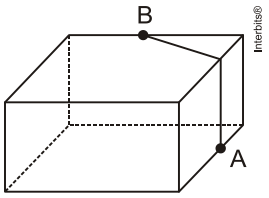
Resolução reproduzida da referência 3.

Item 015

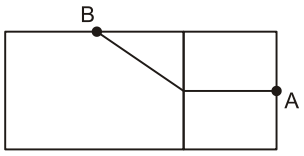
2010 | R3-06-14

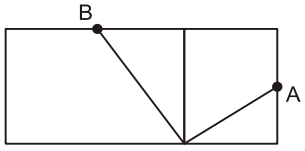
Fonte: referência 3, página 54.

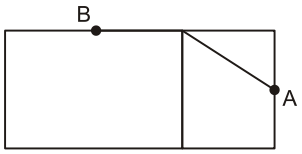
14. (Enem 2ª aplicação 2010) A figura seguinte ilustra um salão de um clube onde estão destacados os pontos A e B.

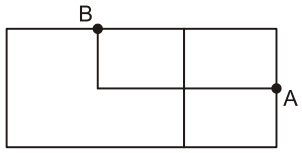


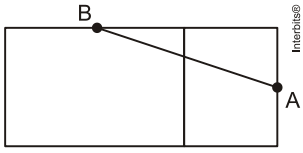
Nesse salão, o ponto em que chega o sinal da TV a cabo fica situado em A. A fim de instalar um telão para a transmissão dos jogos de futebol da Copa do Mundo, esse sinal deverá ser levado até o ponto B por meio de um cabeamento que seguirá na parte interna da parede e do teto.
O menor comprimento que esse cabo deverá ter para ligar os pontos A e B poderá ser obtido por meio da seguinte representação no plano:

a)


b)


c)


d)


e)


Resolução

Resposta: E

Resposta da questão 14:
[E]

Sabendo que a menor distância entre dois pontos é o segmento de reta que os une, segue que a representação exibida na alternativa (E) é a única que ilustra corretamente a menor distância entre A e B.

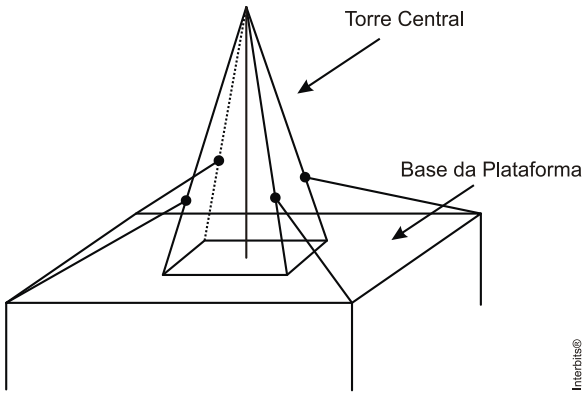
Resolução reproduzida da referência 3.

Item 016

2010 | R3-06-15

Fonte: referência 3, página 55.

15. (Enem 2ª aplicação 2010) Devido aos fortes ventos, uma empresa exploradora de petróleo resolveu reforçar a segurança de suas plataformas marítimas, colocando cabos de aço para melhor afixar a torre central.
Considere que os cabos ficarão perfeitamente esticados e terão uma extremidade no ponto médio das arestas laterais da torre central (pirâmide quadrangular regular) e a outra no vértice da base da plataforma (que é um quadrado de lados paralelos aos lados da base da torre central e centro coincidente com o centro da base da pirâmide), como sugere a ilustração.



Se a altura e a aresta da base da torre central medem, respectivamente, 24 m e $6\sqrt{2}$ m e o lado da base da plataforma mede $19\sqrt{2}$ m, então a medida, em metros, de cada cabo será igual a

a) $\sqrt{288}$

b) $\sqrt{313}$

c) $\sqrt{328}$

d) $\sqrt{400}$

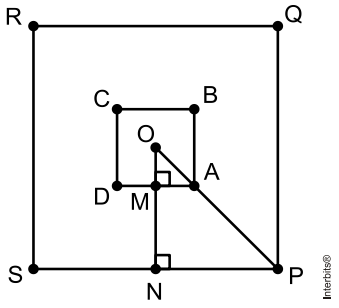
e) $\sqrt{505}$

Resolução

Resposta: D

Resposta da questão 15:
[D]

Considere a figura abaixo, em que o quadrado $ABCD$ é a base da pirâmide, O é o centro da base da pirâmide e o quadrado $PQRS$ é a base da plataforma.

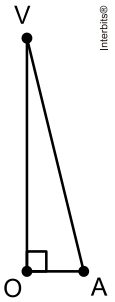


Como $\overline{AB} = 6\sqrt{2}\ \text{m}$, temos que

$\overline{OA} = \dfrac{\overline{AB}\cdot\sqrt{2}}{2} = \dfrac{6\sqrt{2}\cdot\sqrt{2}}{2} = 6\ \text{m}.$ Além disso, sabemos que $\overline{PQ} = 19\sqrt{2}\ \text{m}$. Logo,

$$\overline{OP} = \frac{\overline{PQ}\cdot\sqrt{2}}{2} = \frac{19\sqrt{2}\cdot\sqrt{2}}{2} = 19\ \text{m}.$$

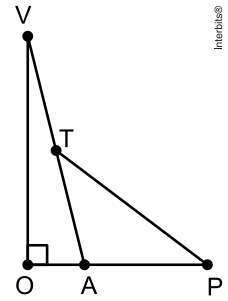
Sendo V o vértice da torre e sabendo que $\overline{VO} = 24\ \text{m}$, considere a figura abaixo.



Aplicando o Teorema de Pitágoras no triângulo VOA, obtemos

$$\overline{VA}^2 = \overline{VO}^2 + \overline{OA}^2 \Leftrightarrow \overline{VA}^2 = 24^2 + 6^2$$
$$\Rightarrow \overline{VA} = \sqrt{612}$$
$$\Rightarrow \overline{VA} = 6\sqrt{17}\ \text{m}.$$

Queremos calcular $\overline{PT}$, em que T é o ponto médio da aresta lateral da torre, conforme a figura seguinte.



Aplicando a Lei dos Cossenos no triângulo APT, segue que $\overline{PT}^2 = \overline{AP}^2 + \overline{AT}^2 - 2\cdot\overline{AP}\cdot\overline{AT}\cdot\cos P\hat{A}T.$
Daí, como $\overline{AP} = \overline{OP} - \overline{OA} = 19 - 6 = 13\ \text{m}$ e

$$\cos P\hat{A}T = -\cos V\hat{A}O = -\frac{\overline{VA}}{\overline{OA}} = -\frac{6}{6\sqrt{17}} = -\frac{1}{\sqrt{17}},$$

encontramos

$$\overline{PT}^2 = 13^2 + (3\sqrt{17})^2 - 2\cdot 13\cdot 3\sqrt{17}\cdot\left(-\frac{1}{\sqrt{17}}\right) \Leftrightarrow$$

$$\overline{PT}^2 = 169 + 153 + 78 \Rightarrow \overline{PT} = \sqrt{400}\ \text{m}.$$

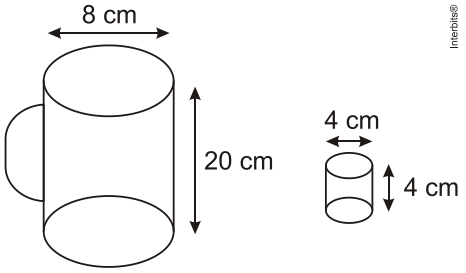
Resolução reproduzida da referência 3.

Item 017

2010 | R3-06-16

Fonte: referência 3, página 55.

16. (Enem 2010) Dona Maria, diarista na casa da família Teixeira, precisa fazer café para servir as vinte pessoas que se encontram numa reunião na sala. Para fazer o café, Dona Maria dispõe de uma leiteira cilíndrica e copinhos plásticos, também cilíndricos.



Com o objetivo de não desperdiçar café, a diarista deseja colocar a quantidade mínima de água na leiteira para encher os vinte copinhos pela metade. Para que isso ocorra, Dona Maria deverá

a) encher a leiteira até a metade, pois ela tem um volume 20 vezes maior que o volume do copo.
b) encher a leiteira toda de água, pois ela tem um volume 20 vezes maior que o volume do copo.
c) encher a leiteira toda de água, pois ela tem um volume 10 vezes maior que o volume do copo.
d) encher duas leiteiras de água, pois ela tem um volume 10 vezes maior que o volume do copo.
e) encher cinco leiteiras de água, pois ela tem um volume 10 vezes maior que o volume do copo.

Resolução

Resposta: A

Resposta da questão 16:
[A]

Volume do copinho = $\pi .2^2.4 = 16\pi$ cm^3

Volume de 20 copinhos pela metade = $\frac{1}{2}$ 20. 16π cm^2 =

160π cm^3

Volume da leiteira = $\pi .4^2.20 = 320\pi$ cm^3

Resolução reproduzida da referência 3.

Item 018

2010 | R3-06-17

Fonte: referência 3, página 55.

17. (Enem 2ª aplicação 2010) Certa marca de suco é vendida no mercado em embalagens tradicionais de forma cilíndrica. Relançando a marca, o fabricante pôs à venda embalagens menores, reduzindo a embalagem tradicional à terça parte de sua capacidade.
Por questões operacionais, a fábrica que fornece as embalagens manteve a mesma forma, porém reduziu à metade o valor do raio da base da embalagem tradicional na construção da nova embalagem. Para atender à solicitação de redução da capacidade, após a redução no raio, foi necessário determinar a altura da nova embalagem.
Que expressão relaciona a medida da altura da nova embalagem de suco (a) com a altura da embalagem tradicional (h)?

a) $a = \frac{h}{12}$

b) $a = \frac{h}{6}$

c) $a = \frac{2h}{3}$

d) $a = \frac{4h}{3}$

e) $a = \frac{4h}{9}$

Resolução

Resposta: D

Resposta da questão 17:
[D]

Sejam v e v', respectivamente, a capacidade da embalagem tradicional e a capacidade da nova embalagem. Portanto, de acordo com o enunciado, temos

$$v' = \frac{1}{3} \cdot v \Leftrightarrow \pi \cdot \left(\frac{r}{2}\right)^2 \cdot a = \frac{1}{3} \cdot \pi \cdot r^2 \cdot h \Leftrightarrow a = \frac{4h}{3}.$$

Resolução reproduzida da referência 3.

Item 019

2010 | R3-06-18

Fonte: referência 3, página 55.

18. (Enem 2010) No manejo sustentável de florestas, é preciso muitas vezes obter o volume da tora que pode ser obtida a partir de uma árvore. Para isso, existe um método prático, em que se mede a circunferência da árvore à altura do peito de um homem (1,30 m), conforme indicado na figura. A essa medida denomina-se "rodo" da árvore. O quadro a seguir indica a fórmula para se *cubar*, ou seja, obter o volume da tora em m^3 a partir da medida do rodo e da altura da árvore.



O volume da tora em m^3 á dado por

$V = rodo^2 \times altura \times 0,06$

O rodo e a altura da árvore devem ser medidos em metros. O coeficiente 0,06 foi obtido experimentalmente.

Um técnico em manejo florestal recebeu a missão de cubar, abater e transportar cinco toras de madeira, de duas espécies diferentes, sendo

- 3 toras da espécie I, com 3 m de rodo, 12 m de comprimento e densidade 0,77 toneladas/m^3;
- 2 toras da espécie II, com 4 m de rodo, 10 m de comprimento e densidade 0,78 toneladas/m^3.

Após realizar seus cálculos, o técnico solicitou que enviassem caminhões para transportar uma carga de, aproximadamente,

a) 29,9 toneladas.
b) 31,1 toneladas.
c) 32,4 toneladas.
d) 35,3 toneladas.
e) 41,8 toneladas.

Resolução **Resposta: A**

Resposta da questão 18:
[A]

	Volume (m^3)	**Massa (toneladas)**
Espécie I	$3.3^2.12.0,06=19,44$	$0,77.19,44 = 14,96$
Espécie II	$2.4^2.10.0,06 = 19,2$	$0,78.19,2 = 14,97$

Resolução reproduzida da referência 3.

Item 020

2010 | R3-06-19

Fonte: referência 3, página 56.

19. (Enem 2ª aplicação 2010) Uma empresa de refrigerantes, que funciona sem interrupções, produz um volume constante de 1 800 000 cm3 de líquido por dia. A máquina de encher garrafas apresentou um defeito durante 24 horas. O inspetor de produção percebeu que o líquido chegou apenas à altura de 12 cm dos 20 cm previstos em cada garrafa. A parte inferior da garrafa em que foi depositado o líquido tem forma cilíndrica com raio da base de 3 cm. Por questões de higiene, o líquido já engarrafado não será reutilizado.
Utilizando $\pi \cong 3$, no período em que a máquina apresentou defeito, aproximadamente quantas garrafas foram utilizadas?
a) 555
b) 5555
c) 1333
d) 13333
e) 133333

Resolução

Resposta: B

Resposta da questão 19:
[B]

O volume de refrigerante em uma garrafa parcialmente cheia é dado por $\pi \cdot 3^2 \cdot 12 \cong 3 \cdot 9 \cdot 12 = 324\,\text{cm}^3$.

Portanto, o número aproximado de garrafas utilizadas foi de $\frac{1800000}{324} \cong 5.555.$

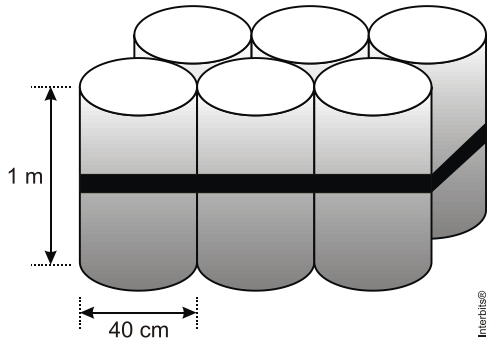
Resolução reproduzida da referência 3.

Item 021

2010 | R3-06-20

Fonte: referência 3, página 56.

20. (Enem 2ª aplicação 2010) O administrador de uma cidade, implantando uma política de reutilização de materiais descartados, aproveitou milhares de tambores cilíndricos dispensados por empresas da região e montou *kits* com seis tambores para o abastecimento de água em casas de famílias de baixa renda, conforme a figura seguinte. Além disso, cada família envolvida com o programa irá pagar somente R$ 2,50 por metro cúbico utilizado.



Uma família que utilizar 12 vezes a capacidade total do *kit* em um mês pagará a quantia de
(considere $\pi \cong 3$)
a) R$ 86,40.
b) R$ 21,60.
c) R$ 8,64.
d) R$ 7,20.
e) R$ 1,80.

Resolução **Resposta: B**

Resposta da questão 20:
[B]

Como $40\,cm = 0,4\,m,$ segue que o volume de um tambor é dado por $\pi \cdot r^2 \cdot h \cong 3 \cdot \left(\frac{0,4}{2}\right)^2 \cdot 1 = 0,12\,m^3.$

Assim, o volume de água contido em um kit é $6 \cdot 0,12 = 0,72\,m^3.$

Por conseguinte, o valor a ser pago por uma família que utilizar 12 vezes a capacidade total do kit em um mês é de $2,5 \cdot 12 \cdot 0,72 = R\$\ 21,60.$

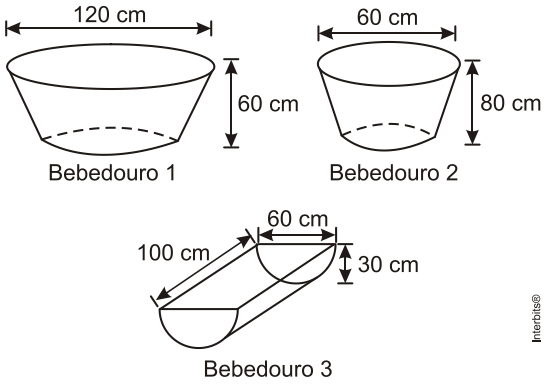
Resolução reproduzida da referência 3.

Item 022

2010 | R3-06-21

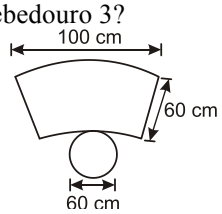
Fonte: referência 3, página 56.

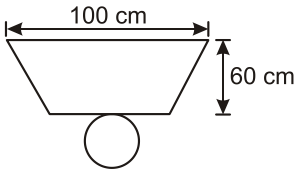
21. (Enem 2010) Alguns testes de preferência por bebedouros de água foram realizados com bovinos, envolvendo três tipos de bebedouros, de formatos e tamanhos diferentes. Os bebedouros 1 e 2 têm a forma de um tronco de cone circular reto, de altura igual a 60 cm, e diâmetro da base superior igual a 120 cm e 60 cm, respectivamente. O bebedouro 3 é um semicilindro, com 30 cm de altura, 100 cm de comprimento e 60 cm de largura. Os três recipientes estão ilustrados na figura.

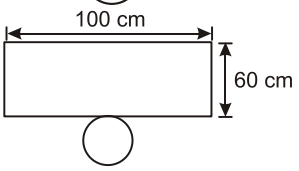


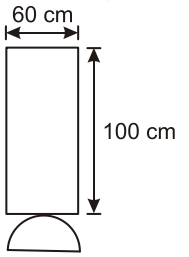
A escolha do bebedouro. In: *Biotemas*. V.22, no. 4, 2009 (adaptado).

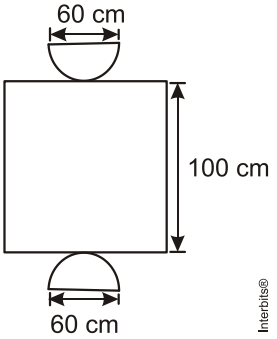
Considerando que nenhum dos recipientes tenha tampa, qual das figuras a seguir representa uma planificação para o bebedouro 3?

a)


b)


c)


d)


e)


Resolução **Resposta: E**

Resposta da questão 21:
[E]

A superfície do bebedouro 3 é constituída por dois semicírculos e por um retângulo.

Resolução reproduzida da referência 3.

Item 023

2010 | R3-06-22

Fonte: referência 3, página 57.

22. (Enem 2ª aplicação 2010) Um fabricante de creme de leite comercializa seu produto em embalagens cilíndricas de diâmetro da base medindo 4 cm e altura 13,5 cm. O rótulo de cada uma custa R$ 0,60. Esse fabricante comercializará o referido produto em embalagens ainda cilíndricas de mesma capacidade, mas com a medida do diâmetro da base igual à da altura.

Levando-se em consideração exclusivamente o gasto com o rótulo, o valor que o fabricante deverá pagar por esse rótulo é de

a) R$ 0,20, pois haverá uma redução de $\frac{2}{3}$ na superfície da embalagem coberta pelo rótulo.

b) R$ 0,40, pois haverá uma redução de $\frac{1}{3}$ na superfície da embalagem coberta pelo rótulo.

c) R$ 0,60, pois não haverá alteração na capacidade da embalagem.

d) R$ 0,80, pois haverá um aumento de $\frac{1}{3}$ na superfície da embalagem coberta pelo rótulo.

e) R$ 1,00, pois haverá um aumento de $\frac{2}{3}$ na superfície da embalagem coberta pelo rótulo.

Resolução

Resposta: B

Resposta da questão 22:
[B]

Sejam $r_1 = 2\,cm$ e $h_1 = 13,5\,cm$, respectivamente, o raio da base e a altura do cilindro cujo rótulo custa $R\$\,0,60$. Se V_1 e $A\ell_1$ denotam, respectivamente, a capacidade e a área do rótulo, então $V_1 = \pi \cdot 2^2 \cdot 13,5 = 54\pi\,cm^3$ e $A\ell_1 = 2 \cdot \pi \cdot 2 \cdot 13,5 = 54\pi\,cm^2$.

Sejam r_2 e h_2, respectivamente, o raio da base e a altura da nova embalagem. Como $h_2 = 2 \cdot r_2$ e as capacidades das embalagens são iguais, temos que
$V_1 = V_2 \Leftrightarrow 54\pi = \pi r_2^{\,2} \cdot 2r_2 \Leftrightarrow r_2 = \sqrt[3]{27} = 3.$

Além disso, a área lateral da nova embalagem é
$A\ell_2 = 2 \cdot \pi \cdot 3 \cdot 6 = 36\pi\,cm^2$.

Supondo que o custo da embalagem seja diretamente proporcional à área lateral da mesma, obtemos
$c_1 = k \cdot A\ell_1 \Leftrightarrow k = \dfrac{0,6}{54\pi}$, sendo k a constante de proporcionalidade e c_1 o custo da primeira embalagem.

Portanto, $c_2 = k \cdot A\ell_2 = \dfrac{0,6}{54\pi} \cdot 36\pi = R\$\,0,40$ e $\dfrac{c_2}{c_1} = \dfrac{36\pi}{54\pi} = \dfrac{2}{3}$, ou seja, o valor que o fabricante deverá pagar por esse rótulo é de $R\$\,0,40$, pois haverá uma redução de $c_1 - c_2 = c_1 - \dfrac{2}{3}c_1 = \dfrac{1}{3}c_1$ na superfície da embalagem coberta pelo rótulo.

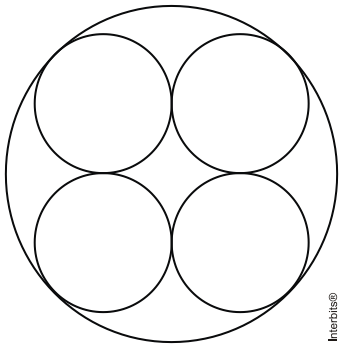
Resolução reproduzida da referência 3.

Item 024

2010 | R3-06-23

Fonte: referência 3, página 57.

23. (Enem 2ª aplicação 2010) Uma fábrica de tubos acondiciona tubos cilíndricos menores dentro de outros tubos cilíndricos. A figura mostra uma situação em que quatro tubos cilíndricos estão acondicionados perfeitamente em um tubo com raio maior



Suponha que você seja o operador da máquina que produzirá os tubos maiores em que serão colocados, sem ajustes ou folgas, quatro tubos cilíndricos internos. Se o raio da base de cada um dos cilindros menores for igual a 6 cm, a máquina por você operada deverá ser ajustada para produzir tubos maiores, com raio da base igual a

a) $12\ cm$

b) $12\sqrt{2}cm$

c) $24\sqrt{2}cm$

d) $6\left(1+\sqrt{2}\right)cm$

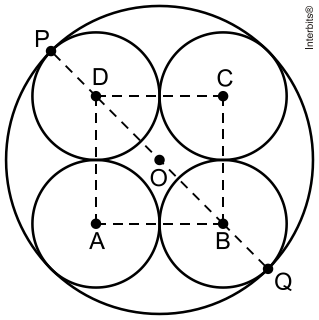
e) $12\left(1+\sqrt{2}\right)cm$

Resolução

Resposta: D

Resposta da questão 23:
[D]

Considere a figura, em que O é o centro da base do cilindro cujo raio queremos calcular.



O lado do quadrado $ABCD$ é igual ao diâmetro da base dos cilindros menores. Logo, $\overline{AB} = 2\cdot 6 = 12\,cm$. Além disso, como $\overline{OB} = \frac{\overline{BD}}{2}$, segue que

$$\overline{OB} = \frac{\overline{AB}\cdot\sqrt{2}}{2} = \frac{12\cdot\sqrt{2}}{2} = 6\sqrt{2}\,cm.$$

Portanto, o raio da base do cilindro maior é dado por

$$\overline{OQ} = \overline{OB} + \overline{BQ} = 6\sqrt{2} + 6 = 6(\sqrt{2}+1)cm.$$

Resolução reproduzida da referência 3.

Item 025

2010 | R3-06-24

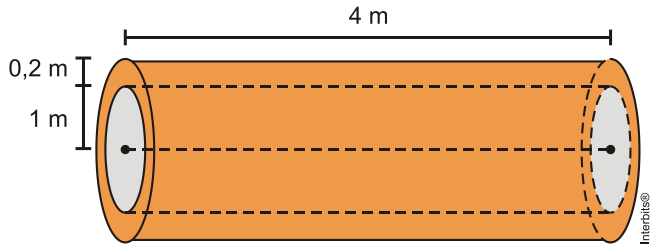
Fonte: referência 3, página 57.

24. (Enem 2010) Para construir uma manilha de esgoto, um cilindro com 2 m de diâmetro e 4 m de altura (de espessura desprezível), foi envolvido homogeneamente por uma camada de concreto, contendo 20 cm de espessura. Supondo que cada metro cúbico de concreto custe R$ 10,00 e tomando 3,1 como valor aproximado de ð, então o preço dessa manilha é igual a
a) R$ 230,40.
b) R$ 124,00.
c) R$ 104,16.
d) R$ 54,56.
e) R$ 49,60.

Resolução

Resposta: D

Resposta da questão 24:
[D]



Volume do concreto é V. Logo:

V = Volume do cilindro maior – volume do cilindro menor

$V = \pi.(1,2)^2 .4 - \pi.1^2.4$
$V = 1,76.3,1$
$V= 5,456m^3$

Logo, o preço da manilha será 5,456 . 10 = R$ 54,56

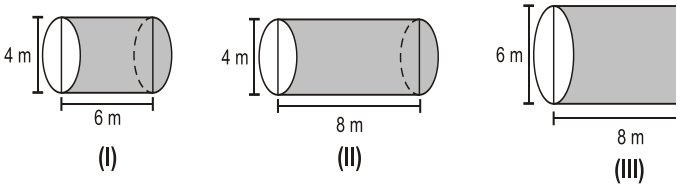
Resolução reproduzida da referência 3.

Item 026

2010 | R3-06-25

Fonte: referência 3, página 57.

25. (Enem 2010) Uma empresa vende tanques de combustíveis de formato cilíndrico, em três tamanhos, com medidas indicadas nas figuras. O preço do tanque é diretamente proporcional à medida da área da superfície lateral do tanque. O dono de um posto de combustível deseja encomendar um tanque com menor custo por metro cúbico de capacidade de armazenamento.



Qual dos tanques devera ser escolhido pelo dono do posto? (Considere $\pi \cong 3$)

a) I, pela relação área/capacidade de armazenamento de $\frac{1}{3}$.

b) I, pela relação área/capacidade de armazenamento de $\frac{4}{3}$.

c) OI, pela relação área/capacidade de armazenamento de $\frac{3}{4}$.

d) III, pela relação área/capacidade de armazenamento de $\frac{2}{3}$.

e) III, pela relação área/capacidade de armazenamento de $\frac{7}{12}$.

Resolução

Resposta: D

Resposta da questão 25:
[D]

	Área lateral (A_L)	**Volume**	**A_L/V**
Tanque I	$2\pi.2.6 = 24\pi$	$\pi.2^2.6 = 24\pi$	1
Tanque II	$2\pi.2.8 = 32\pi$	$\pi.2^2.8 = 32\pi$	1
Tanque III	$\mathbf{2\pi.3.8 = 48\pi}$	$\mathbf{\pi.3^2..8 = 72\pi}$	**2/3**

Resolução reproduzida da referência 3.

Item 027

2010 | R3-06-26

Fonte: referência 3, página 58.

26. (Enem 2ª aplicação 2010) João tem uma loja onde fabrica e vende moedas de chocolate com diâmetro de 4 cm e preço de R$ 1,50 a unidade. Pedro vai a essa loja e, após comer várias moedas de chocolate, sugere ao João que ele faça moedas com 8 cm de diâmetro e mesma espessura e cobre R$ 3,00 a unidade.
Considerando que o preço da moeda depende apenas da quantidade de chocolate, João

a) aceita a proposta de Pedro, pois, se dobra o diâmetro, o preço também deve dobrar.
b) rejeita a proposta de Pedro, pois o preço correto seria R$ 12,00.
c) rejeita a proposta de Pedro, pois o preço correto seria R$ 7,50.
d) rejeita a proposta de Pedro, pois o preço correto seria R$ 6,00.
e) rejeita a proposta de Pedro, pois o preço correto seria R$ 4,50.

Resolução

Resposta: D

Resposta da questão 26:
[D]

Sejam r e h, respectivamente, o raio e a espessura das moedas de chocolate fabricadas atualmente. Logo, o volume V de chocolate de uma moeda é $V = \pi \cdot r^2 \cdot h$.

De acordo com a sugestão de Pedro, o volume V' de chocolate empregado na fabricação de uma moeda com $8\,cm$ de diâmetro seria $V' = \pi \cdot (2r)^2 \cdot h = 4 \cdot \underbrace{\pi \cdot r^2 \cdot h}_{V} = 4V$.

Supondo que o preço p da moeda seja diretamente proporcional ao volume de chocolate, segue que $p = k \cdot V = R\$\,1{,}50$, em que k é a constante de proporcionalidade. Assim, o preço p' da moeda sugerida por Pedro deveria ser de
$p' = k \cdot V' = k \cdot 4V = 4 \cdot 1{,}50 = R\$\,6{,}00$.

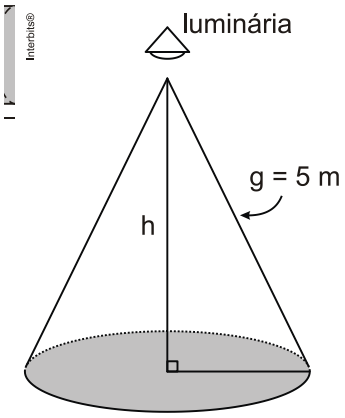
Resolução reproduzida da referência 3.

Item 028

2010 | R3-06-27

Fonte: referência 3, página 58.

27. (Enem 2ª aplicação 2010) Um arquiteto está fazendo um projeto de iluminação de ambiente e necessita saber a altura que deverá instalar a luminária ilustrada na figura



Sabendo-se que a luminária deverá iluminar uma área circular de $28,26 m^2$, considerando $\pi \cong 3,14$, a altura h será igual a

a) 3 m.
b) 4 m.
c) 5 m.
d) 9 m.
e) 16 m.

Resolução **Resposta: B**

Resposta da questão 27:
[B]

Se a área a ser iluminada mede $28,26\ m^2$ e r é o raio da área circular iluminada, então

$$\pi \cdot r^2 = 28,26 \Rightarrow r \cong \sqrt{\frac{28,26}{3,14}} \Rightarrow r \cong 3\ m.$$

Portanto, como $g = 5\ m$ e $r = 3\ m$, segue que $h = 4\ m$.

Resolução reproduzida da referência 3.

Item 029

2010 | R3-06-28

Fonte: referência 3, página 58.

28. (Enem 2010) Em um casamento, os donos da festa serviam champanhe aos seus convidados em taças com formato de um hemisfério (Figura 1), porém um acidente na cozinha culminou na quebra de grande parte desses recipientes.
Para substituir as taças quebradas, utilizou-se um outro tipo com formato de cone (Figura 2). No entanto, os noivos solicitaram que o volume de champanhe nos dois tipos de taças fosse igual.

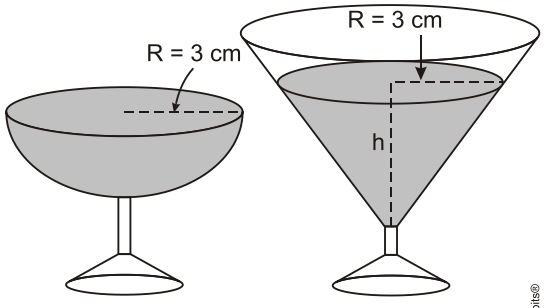


Figura 1 Figura 2

Considere:

$$V_{esfera} = \frac{4}{3}\pi R^3 \quad \text{e} \quad V_{cone} = \frac{1}{3}\pi R^2 h$$

Sabendo que a taça com o formato de hemisfério e servida completamente cheia, a altura do volume de champanhe que deve ser colocado na outra taça, em centímetros, é de
a) 1,33.
b) 6,00.
c) 12,00.
d) 56,52.
e) 113,04.

Resolução **Resposta: B**

Resposta da questão 28:
[B]

$$\frac{2}{3}.\pi.3^3 = \frac{1}{3}\pi.3^2.h \Leftrightarrow 3h = 18 \Leftrightarrow h = 6cm$$

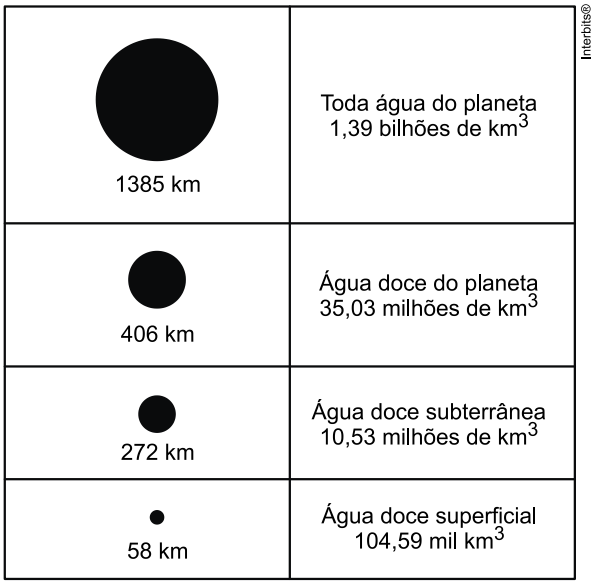
Resolução reproduzida da referência 3.

Item 030

2010 | R3-06-29

Fonte: referência 3, página 59.

29. (Enem 2ª aplicação 2010) Se pudéssemos reunir em esferas toda a água do planeta, os diâmetros delas seriam:



Guia do Estudante: Atualidades e Vestibulares+ENEM. Abril: São Paulo, 2009.

A razão entre o volume da esfera que corresponde à água doce superficial e o volume da esfera que corresponde à água doce do planeta é

a) $\frac{1}{343}$

b) $\frac{1}{49}$

c) $\frac{1}{7}$

d) $\frac{29}{136}$

e) $\frac{136}{203}$

Resolução

Resposta: A

Resposta da questão 29:
[A]

Sejam V_{ds} e V_d, respectivamente, o volume da esfera que corresponde à água doce superficial e o volume da esfera que corresponde à água doce do planeta.

A razão pedida é dada por

$$\frac{V_{ds}}{V_d} = \frac{\frac{4}{3}\cdot\pi\cdot r_{ds}^{\,3}}{\frac{4}{3}\cdot\pi\cdot r_d^{\,3}} = \left(\frac{r_{ds}}{r_d}\right)^3 = \left(\frac{29}{203}\right)^3 = \left(\frac{1}{7}\right)^3 = \frac{1}{343}.$$

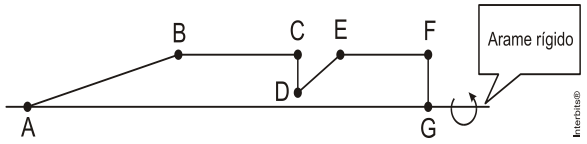
Resolução reproduzida da referência 3.

Item 031

2010 | R3-06-30

Fonte: referência 3, página 59.

30. (Enem 2ª aplicação 2010) Numa feira de artesanato, uma pessoa constrói formas geométricas de aviões, bicicletas, carros e outros engenhos com arame inextensível. Em certo momento, ele construiu uma forma tendo como eixo de apoio outro arame retilíneo e rígido, cuja aparência é mostrada na



Ao girar tal forma em torno do eixo, formou-se a imagem de um foguete, que pode ser pensado como composição, por justaposição, de diversos sólidos básicos de revolução. Sabendo que, a figura, os pontos B, C, E e F são colineares, AB = 4FG, BC = 3FG, EF = 2FG, e utilizando-se daquela forma de pensar o foguete, a decomposição deste, no sentido da ponta para a cauda, é formada pela seguinte sequência de sólidos:

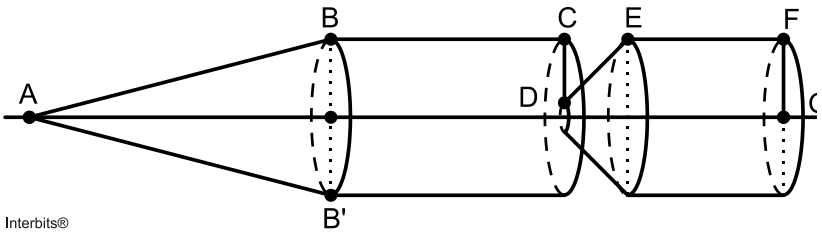
a) pirâmide, cilindro reto, cone reto, cilindro reto.
b) cilindro reto, tronco de cone, cilindro reto, cone equilátero.
c) cone reto, cilindro reto, tronco de cone e cilindro equilátero.
d) cone equilátero, cilindro reto, pirâmide, cilindro.
e) cone, cilindro equilátero, tronco de pirâmide, cilindro.

Resolução

Resposta: C

Resposta da questão 30:
[C]

Girando a forma em torno do arame rígido, obtemos a figura abaixo.



Portanto, a decomposição do foguete, no sentido da ponta para a cauda, é formada pela seguinte sequência de sólidos: cone reto $(\overline{AB} = 4\overline{FG} \neq \overline{BB'} = 2\overline{FG})$, cilindro reto $(\overline{BC} = 3\overline{FG} \neq 2\overline{FG})$, tronco de cone e cilindro equilátero $(\overline{EF} = 2\overline{FG})$.

Resolução reproduzida da referência 3.

Item 032

2011 | R3-06-08

Fonte: referência 3, página 53.

8. (Enem 2011) É possível usar água ou comida para atrair as aves e observá-las. Muitas pessoas costumam usar água com açúcar, por exemplo, para atrair beija-flores. Mas é importante saber que, na hora de fazer a mistura, você deve sempre usar uma parte de açúcar para cinco partes de água. Além disso, em dias quentes, precisa trocar a água de duas a três vezes, pois com o calor ela pode fermentar e, se for ingerida pela ave, pode deixá-la doente. O excesso de açúcar, ao cristalizar, também pode manter o bico da ave fechado, impedindo-a de se alimentar. Isso pode até matá-la.

Ciência Hoje das Crianças. FNDE; Instituto Ciência Hoje, n. 166, mar 1996.

Pretende-se encher completamente um copo com a mistura para atrair beija-flores. O copo tem formato cilíndrico, e suas medidas são 10 cm de altura e 4 cm de diâmetro. A quantidade de água que deve ser utilizada na mistura é cerca de (utilize $\pi = 3$)

a) 20 mL.
b) 24 mL.
c) 100 mL.
d) 120 mL.
e) 600 mL.

Resolução

Resposta: C

Resposta da questão 8:
[C]

Supondo que o volume de açúcar e o volume de água somem o volume do copo.

De acordo com o texto, temos:
Volume de água = 5x
Volume de água = x
Volume do copo = $\pi 2^2.10 = 3.2^2.10 = 120 cm^3$
Então $x + 5x = 120 \Leftrightarrow 6x = 120 \Leftrightarrow x = 20 cm^3$
Portanto, a quantidade de água deverá ser $5.20 = 100\ cm^3 = 100$ mL.

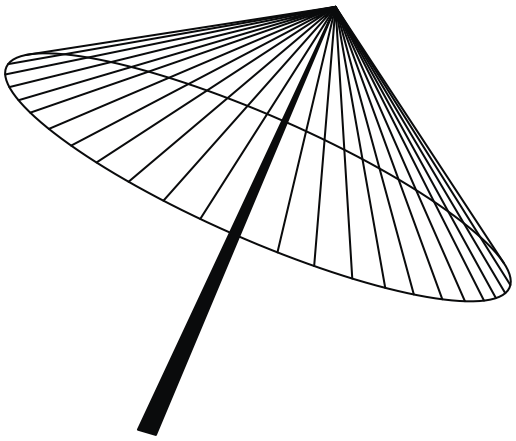
Resolução reproduzida da referência 3.

Item 033

2011 | R3-06-09

Fonte: referência 3, página 53.

9. (Enem 2011) A figura seguinte mostra um modelo de sombrinha muito usado em países orientais.



Disponível em: http://mdmat.psico.ufrgs.br. Acesso em: 1 maio 2010.

Esta figura é uma representação de uma superfície de revolução chamada de
a) pirâmide.
b) semiesfera.
c) cilindro.
d) tronco de cone.
e) cone.

Resolução

Resposta: E

Resposta da questão 9:
[E]

A expressão superfície de revolução garante que a figura represente a superfície lateral de um **cone**.

Resolução reproduzida da referência 3.

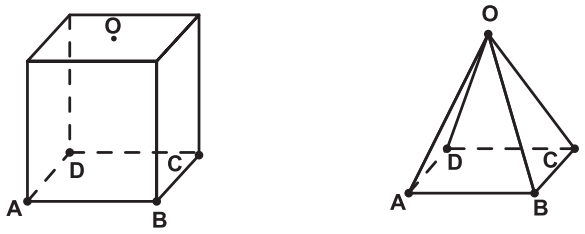
Item 034

2011 | O2011-144

Fonte: INEP, caderno azul, página 23; questão 144.

QUESTÃO 144

Uma indústria fabrica brindes promocionais em forma de pirâmide. A pirâmide é obtida a partir de quatro cortes em um sólido que tem a forma de um cubo. No esquema, estão indicados o sólido original (cubo) e a pirâmide obtida a partir dele.



Os pontos A, B, C, D e O do cubo e da pirâmide são os mesmos. O ponto O é central na face superior do cubo. Os quatro cortes saem de O em direção às arestas $\overline{AD}$, $\overline{BC}$, $\overline{AB}$ e $\overline{CD}$, nessa ordem. Após os cortes, são descartados quatro sólidos.

Os formatos dos sólidos descartados são

A todos iguais.
B todos diferentes.
C três iguais e um diferente.
D apenas dois iguais.
E iguais dois a dois.

Resolução **Resposta: E**

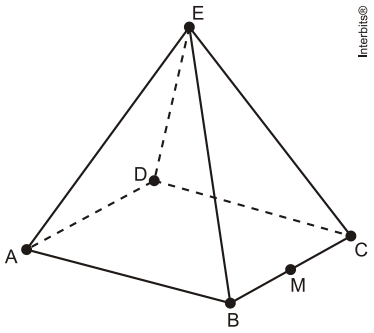
Os cortes nas duas primeiras arestas opostas retiram dois sólidos congruentes. Os dois cortes seguintes, feitos no sólido já reduzido, retiram outro par de sólidos congruentes, de formato distinto do primeiro par. Logo, os descartes são iguais dois a dois.

Item 035

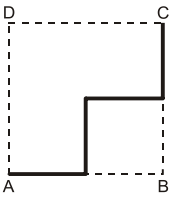
2012 | R3-06-04

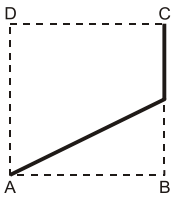
Fonte: referência 3, página 51.

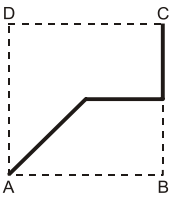
4. (Enem 2012) João propôs um desafio a Bruno, seu colega de classe: ele iria descrever um deslocamento pela pirâmide a seguir e Bruno deveria desenhar a projeção desse deslocamento no plano da base da pirâmide.

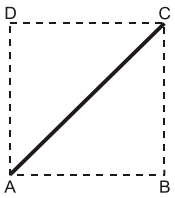


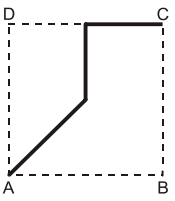
O deslocamento descrito por João foi: mova-se pela pirâmide, sempre em linha reta, do ponto A ao ponto E, a seguir do ponto E ao ponto M, e depois de M a C.
O desenho que Bruno deve fazer é

a)


b)


c)


d)


e)


Item 035 – resolução 2012 / R3-06-04

Resolução **Resposta: C**

Resposta da questão 4:
[C]

Supondo que a pirâmide é regular, temos que a projeção ortogonal do deslocamento no plano da base da pirâmide está corretamente descrita na figura da alternativa [C].

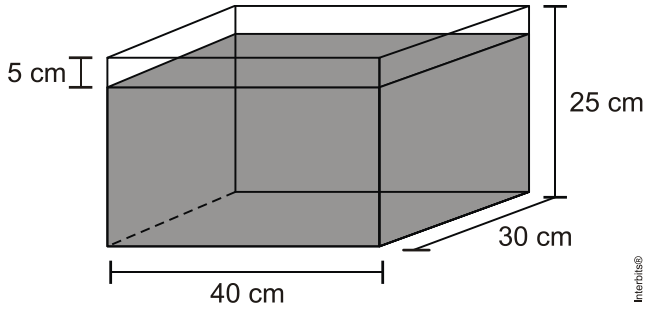
Resolução reproduzida da referência 3.

Item 036

2012 | R3-06-05

Fonte: referência 3, página 52.

5. (Enem 2012) Alguns objetos, durante a sua fabricação, necessitam passar por um processo de resfriamento. Para que isso ocorra, uma fábrica utiliza um tanque de resfriamento, como mostrado na figura.



O que aconteceria com o nível da água se colocássemos no tanque um objeto cujo volume fosse de 2 400 cm^3?

a) O nível subiria 0,2 cm, fazendo a água ficar com 20,2 cm de altura.
b) O nível subiria 1 cm, fazendo a água ficar com 21 cm de altura.
c) O nível subiria 2 cm, fazendo a água ficar com 22 cm de altura.
d) O nível subiria 8 cm, fazendo a água transbordar.
e) O nível subiria 20 cm, fazendo a água transbordar.

Resolução

Resposta: C

Resposta da questão 5:
[C]

O nível da água subiria $\frac{2400}{40 \cdot 30} = 2\,cm$, fazendo a água ficar com $25 - 5 + 2 = 22\,cm$ de altura.

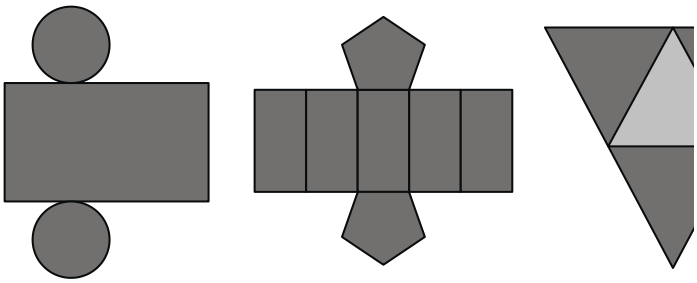
Resolução reproduzida da referência 3.

Item 037

2012 | R3-06-06

Fonte: referência 3, página 52.

6. (Enem 2012) Maria quer inovar em sua loja de embalagens e decidiu vender caixas com diferentes formatos. Nas imagens apresentadas estão as planificações dessas caixas.



Quais serão os sólidos geométricos que Maria obterá a partir dessas planificações?
a) Cilindro, prisma de base pentagonal e pirâmide.
b) Cone, prisma de base pentagonal e pirâmide.
c) Cone, tronco de pirâmide e prisma.
d) Cilindro, tronco de pirâmide e prisma.
e) Cilindro, prisma e tronco de cone.

Resolução

Resposta: A

Resposta da questão 6:
[A]

De acordo com as planificações, Maria poderá obter, da esquerda para a direita, um cilindro, um prisma de base pentagonal e uma pirâmide triangular.

Resolução reproduzida da referência 3.

Item 038

Fonte: referência 3, página 52.

7. (Enem 2012) O globo da morte é uma atração muito usada em circos. Ele consiste em uma espécie de jaula em forma de uma superfície esférica feita de aço, onde motoqueiros andam com suas motos por dentro. A seguir, tem-se, na Figura 1, uma foto de um globo da morte e, na Figura 2, uma esfera que ilustra um globo da morte.

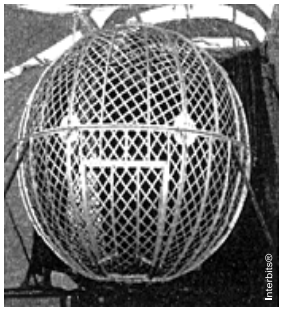


Figura 1

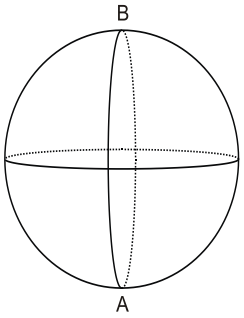


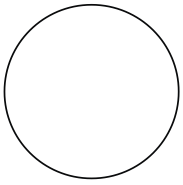
Figura 2

Na Figura 2, o ponto A está no plano do chão onde está colocado o globo da morte e o segmento AB passa pelo centro da esfera e é perpendicular ao plano do chão. Suponha que há um foco de luz direcionado para o chão colocado no ponto B e que um motoqueiro faça um trajeto dentro da esfera, percorrendo uma circunferência que passa pelos pontos A e B.

Disponível em: www.baixaki.com.br. Acesso em: 29 fev. 2012.

A imagem do trajeto feito pelo motoqueiro no plano do chão é melhor representada por

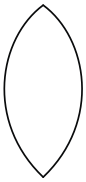
a)



b)



c)



d)

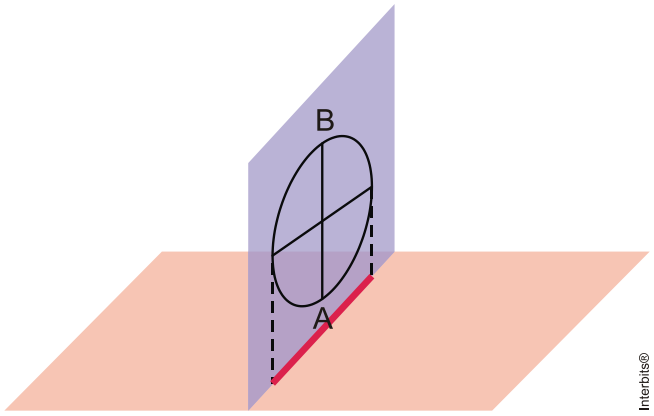


e)

Resolução **Resposta: E**

Resposta da questão 7:
[E]

O plano que contém o trajeto do motociclista é perpendicular ao plano do chão, portanto a projeção ortogonal do trajeto do motociclista no plano do chão é um segmento de reta.



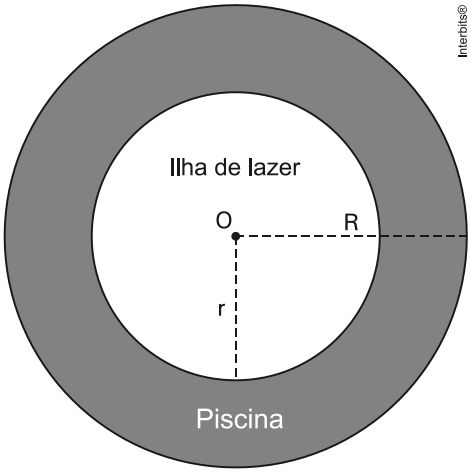
Resolução reproduzida da referência 3.

Item 039

2013 | R3-06-02

Fonte: referência 3, página 51.

2. (Enem 2013) Num parque aquático existe uma piscina infantil na forma de um cilindro circular reto, de 1 m de profundidade e volume igual a $12m^3$, cuja base tem um raio R e centro O. Deseja-se construir uma ilha de lazer seca no interior dessa piscina, também na forma de um cilindro circular reto, cuja base estará no fundo e com centro da base coincidindo com o centro do fundo da piscina, conforme a figura. O raio da ilha de lazer será r. Deseja-se que após a construção dessa ilha, o espaço destinado à água na piscina tenha um volume de, no mínimo, $4m^3$.



Considere 3 como o valor aproximado para π.

Para satisfazer as condições dadas, o raio máximo da ilha de lazer r, em metros, estará mais próximo de
a) 1,6.
b) 1,7.
c) 2,0.
d) 3,0.
e) 3,8.

Resolução

Resposta: A

Resposta da questão 2:
[A]

Queremos calcular r, de modo que $12 - \pi \cdot r^2 \cdot 1 \geq 4$.
Portanto, considerando 3 como o valor aproximado de π, temos

$$12 - 3r^2 \geq 4 \Leftrightarrow r^2 \leq \frac{8}{3}$$
$$\Rightarrow 0 < r \leq \sqrt{\frac{8}{3}}$$
$$\Rightarrow 0 < r \leq 1{,}63,$$

ou seja, a medida do raio máximo da ilha de lazer, em metros, é um número que está mais próximo de $1{,}6$.

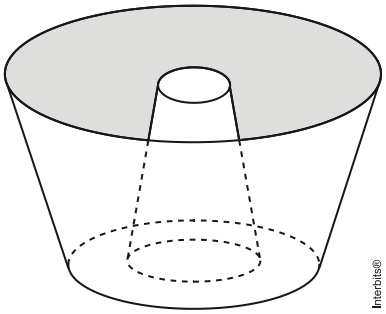
Resolução reproduzida da referência 3.

Item 040

2013 | R3-06-03

Fonte: referência 3, página 51.

3. (Enem 2013) Uma cozinheira, especialista em fazer bolos, utiliza uma forma no formato representado na figura:



Nela identifica-se a representação de duas figuras geométricas tridimensionais.

Essas figuras são
a) um tronco de cone e um cilindro.
b) um cone e um cilindro.
c) um tronco de pirâmide e um cilindro.
d) dois troncos de cone.
e) dois cilindros.

Resolução

Resposta: D

Resposta da questão 3:
[D]

É fácil ver que o sólido da figura é constituído por dois troncos de cone.

Resolução reproduzida da referência 3.

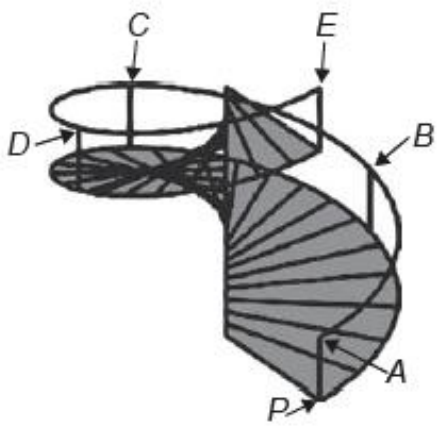
Item 041

2014 | R1-092

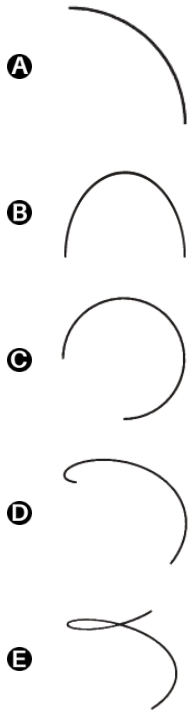
Fonte: referência 1, página 52.

Questão 092 (H6 | ENEM 2014) **Dificuldade 699,5**

O acesso entre os dois andares de uma casa é feito através de uma escada circular (escada caracol), representada na figura. Os cinco pontos A, B, C, D, E sobreo corrimão estão igualmente espaçados, e os pontos P, A e E estão em uma mesma reta. Nessa escada, uma pessoa caminha deslizando a mão sobre o corrimão do ponto A até o ponto D.



A figura que melhor representa a projeção ortogonal sobre o piso da casa (plano), do caminho percorrido pela mão dessa pessoa é



Resolução **Resposta: C**

Os pontos A e E se projetam no mesmo ponto, pois estão na mesma vertical. Os quatro intervalos A–B–C–D–E correspondem a uma volta completa. De A a D percorrem-se três desses intervalos: a projeção é um arco de 270°, alternativa C.

Item 042

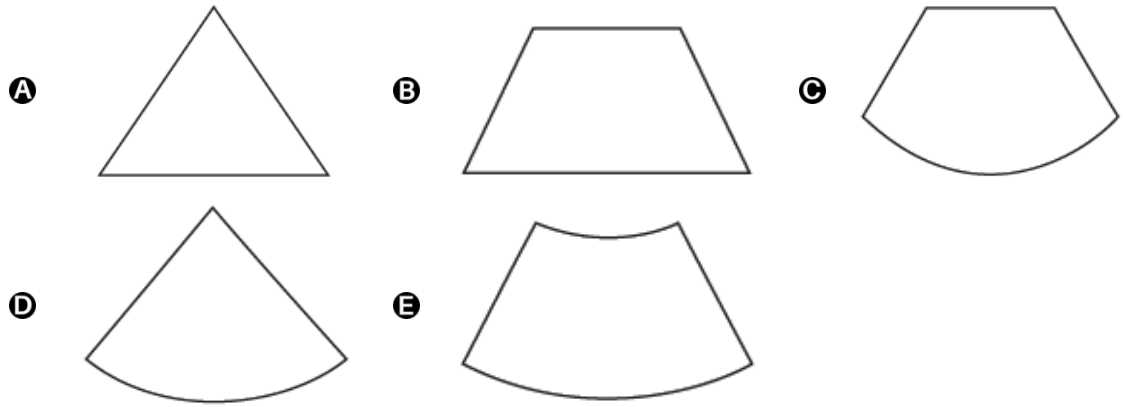
2014 | R1-100

Fonte: referência 1, página 56.

Questão 100 (H7 | ENEM 2014) **Dificuldade 557,5**

Um sinalizador de trânsito tem o formato de um cone circular reto. O sinalizador precisa ser revestido externamente com adesivo fluorescente, desde sua base (base do cone) até a metade de sua altura, para sinalização noturna. O responsável pela colocação do adesivo precisa fazer o corte do material de maneira que a forma do adesivo corresponda exatamente à parte da superfície lateral a ser revestida.

Qual deverá ser a forma do adesivo?



Resolução **Resposta: E**

Ao planificar a superfície lateral de um cone, obtém-se um setor circular. A região entre a base e a metade da altura corresponde à diferença entre dois setores de mesmo ângulo e raios diferentes: um setor de coroa circular, alternativa E.

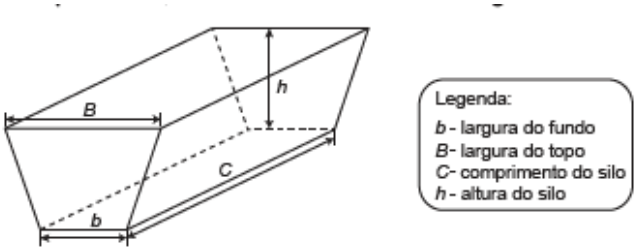
Item 043

2014 | R1-122

Fonte: referência 1, página 66.

Questão 122 (H8 | ENEM 2014) **Dificuldade 705,5**

Na alimentação de gado de corte, o processo de cortar a forragem, colocá-la no solo, compactá-la e protegê-la com uma vedação denomina-se silagem. Os silos mais comuns são os horizontais, cuja forma é a de um prisma reto trapezoidal, conforme mostrado na figura.



Considere um silo de 2 m de altura, 6 m de largura de topo e 20 m de comprimento. Para cada metro de altura do silo, a largura do topo tem 0,5 m a mais do que a largura do fundo. Após a silagem, 1 tonelada de forragem ocupa 2 m^3 desse tipo de silo.

EMBRAPA. Gado de corte. Disponível em: www.cnpgc.embrapa.br.Acesso em: 1 ago. 2012 (adaptado).

Após a silagem, a quantidade máxima de forragem que cabe no silo, em toneladas, é

A 110.

B 125.

C 130.

D 220.

E 260.

Resolução **Resposta: A**

A diferença entre as larguras é $2 \cdot 0{,}5 = 1$ m, logo a base inferior mede 5 m. A seção tem área $(6+5) \cdot 2/2 = 11$ m^2. O volume é $11 \cdot 20 = 220$ m^3. Como cada tonelada ocupa 2 m^3, cabem 110 toneladas.

Item 044

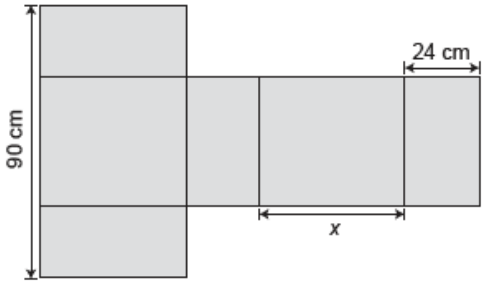
2014 | R1-136

Fonte: referência 1, página 72.

Questão 136 (H9 | ENEM 2014) **Dificuldade 670,6**

Conforme regulamento da Agência Nacional de Aviação Civil (Anac), o passageiro que embarcar em voo doméstico poderá transportar bagagem de mão, contudo a soma das dimensões da bagagem (altura + comprimento + largura) não pode ser superior a 115 cm.

A figura mostra a planificação de uma caixa que tem a forma de um paralelepípedo retângulo.



O maior valor possível para x, em centímetros, para que a caixa permaneça dentro dos padrões permitidos pela Anac é

(A) 25. (B) 33. (C) 42. (D) 45. (E) 49.

Resolução **Resposta: E**

Na planificação, a medida vertical de 90 cm é a soma de uma dimensão de 42 cm com duas profundidades de 24 cm: $90 - 2 \cdot 24 = 42$. A restrição é $x + 42 + 24 \leq 115$. Logo, $x \leq 49$ cm.

Item 045

2014 | R1-165

Fonte: referência 1, página 83.

Questão 165 (H11 | ENEM 2014) **Dificuldade 676,5**

O condomínio de um edifício permite que cada proprietário de apartamento construa um armário em sua vaga de garagem. O projeto da garagem, na escala $1:100$, foi disponibilizado aos interessados já com as especificações das dimensões do armário, que deveria ter o formato de um paralelepípedo retângulo reto, com dimensões, no projeto, iguais a 3 cm, 1 cm e 2 cm.

O volume real do armário, em centímetros cúbicos, será

(A) 6.

(B) 600.

(C) 6 000.

(D) 60 000.

(E) 6 000 000.

Resolução **Resposta: E**

As dimensões reais são 300, 100 e 200 cm. Seu produto é $300 \cdot 100 \cdot 200 = 6000000$ cm^3. Equivalentemente, multiplica-se o volume do desenho por 100^3.

Item 046

2014 | R1-212

Fonte: referência 1, página 99.

Questão 212 (H14 | ENEM 2014) **Dificuldade 778,9**

Uma empresa farmacêutica produz medicamento sem pílulas, cada uma na forma de um cilindro com uma semiesfera com o mesmo raio do cilindro em cada uma de suas extremidades. Essas pílulas são moldadas por uma máquina programada para que os cilindros tenham sempre 10 mm de comprimento, adequando o raio de acordo com o volume desejado.

Um medicamento é produzido em pílulas com 5 mm de raio. Para facilitar a deglutição, deseja-se produzir esse medicamento diminuindo o raio para 4 mm, e, por consequência, seu volume. Isso exige a reprogramação da máquina que produz essas pílulas.

Use 3 como valor aproximado para π.

A redução do volume da pílula, em milímetros cúbicos, após a reprogramação da máquina, será igual a

(A) 168.

(B) 304.

(C) 306.

(D) 378.

(E) 514.

Resolução **Resposta: E**

As duas semiesferas formam uma esfera completa. Assim, $V(r) = 10\pi r^2 + \frac{4}{3}\pi r^3 = 30r^2 + 4r^3$. Temos $V(5) = 1250$ e $V(4) = 736$ mm^3. A redução é de 514 mm^3.

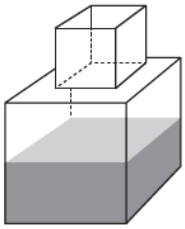
Item 047

2014 | R1-233

Fonte: referência 1, página 111.

Questão 233 (H16 | ENEM 2014) **Dificuldade 704,9**

Um fazendeiro tem um depósito para armazenar leite formado por duas partes cúbicas que se comunicam, como indicado na figura. A aresta da parte cúbica de baixo tem medida igual ao dobro da medida da aresta da parte cúbica de cima. A torneira utilizada para encher o depósito tem vazão constante e levou 8 minutos para encher metade da parte de baixo.



Quantos minutos essa torneira levará para encher completamente o restante do depósito?

- **A** 8
- **B** 10
- **C** 16
- **D** 18
- **E** 24

Resolução **Resposta: B**

Se o cubo menor tem volume v, o maior tem volume $8v$. Em 8 min entram $4v$, logo a vazão é $v/2$ por minuto. Faltam $4v+v=5v$, que levam $5v/(v/2)=10$ min.

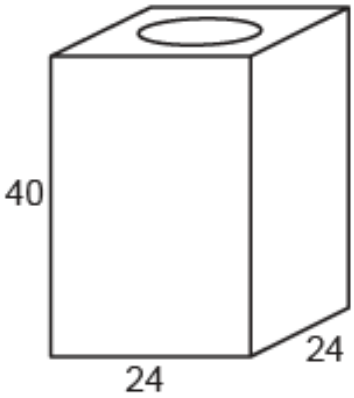
Item 048

2014 | R1-259

Fonte: referência 1, página 120.

Questão 259 (H18 | ENEM 2014) **Dificuldade 724,8**

Uma lata de tinta, com a forma de um paralelepípedo retangular reto, tem as dimensões, em centímetros, mostradas na figura.



Será produzida uma nova lata, com os mesmos formato e volume, de tal modo que as dimensões de sua base sejam 25% maiores que as da lata atual.

Para obter a altura da nova lata, a altura da lata atual deve ser reduzida em

A 14,4%.

B 20,0%.

C 32,0%.

D 36,0%.

E 64,0%.

Resolução **Resposta: D**

A base aumenta pelo fator $1{,}25^2 = 1{,}5625$. Para conservar o volume, a altura passa a $1/1{,}5625 = 0{,}64$ da anterior. A redução é de 36%.

Item 049

2014 | R1-273

Fonte: referência 1, página 126.

Questão 273 (H19 | ENEM 2014) **Dificuldade 700,3**

Uma empresa que organiza eventos de formatura confecciona canudos de diplomas a partir de folhas de papel quadradas. Para que todos os canudos fiquem idênticos, cada folha é enrolada em torno de um cilindro de madeira de diâmetro d em centímetros, sem folga, dando-se 5 voltas completas em torno de tal cilindro. Ao final, amarra-se um cordão no meio do diploma, bem ajustado, para que não ocorra o desenrolamento, como ilustrado na figura.



Em seguida, retira-se o cilindro de madeira do meio do papel enrolado, finalizando a confecção do diploma. Considere que a espessura da folha de papel original seja desprezível.

Qual é a medida, em centímetros, do lado da folha de papel usado na confecção do diploma?

- **A** πd
- **B** 2πd
- **C** 4πd
- **D** 5πd
- **E** 10πd

Resolução **Resposta: D**

Uma volta completa consome o comprimento da circunferência, πd. Para cinco voltas, o lado do papel deve medir $5\pi d$ cm. Na disposição original das alternativas, essa expressão corresponde a D.

Item 050

2015 | R1-106

Fonte: referência 1, página 58.

Questão 106 (H7 | ENEM 2015) **Dificuldade 701,1**

Para o modelo de um troféu foi escolhido um poliedro P, obtido a partir de cortes nos vértices de um cubo. Comum corte plano em cada um dos cantos do cubo, retira-se o canto, que é um tetraedro de arestas menores do que metade da aresta do cubo. Cada face do poliedro P, então, é pintada usando uma cor distinta das demais faces.

Com base nas informações, qual é a quantidade de cores que serão utilizadas na pintura das faces do troféu?

(A) 6

(B) 8

(C) 14

(D) 24

(E) 30

Resolução **Resposta: C**

As 6 faces originais do cubo continuam existindo, embora tenham seus cantos cortados. Cada um dos 8 vértices retirados cria uma nova face triangular. Assim, o poliedro tem $6 + 8 = 14$ faces e exige 14 cores.

Item 051

2015 | R1-115

Fonte: referência 1, página 63.

Questão 115 (H8 | ENEM 2015) **Dificuldade 594,3**

Uma carga de 100 contêineres, idênticos ao modelo apresentado na Figura 1, deverá ser descarregada no porto de uma cidade. Para isso, uma área retangular de 10 m por 32 m foi cedida para o empilhamento desses contêineres (Figura 2).

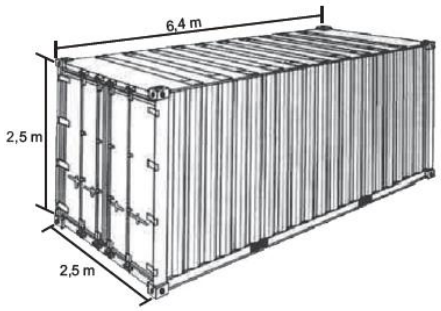


Figura 1



Figura 2

De acordo com as normas desse porto, os contêineres deverão ser empilhados de forma a não sobrarem espaços nem ultrapassarem a área delimitada.

Após o empilhamento total da carga e atendendo à norma do porto, a altura mínima a ser atingida por essa pilha de contêineres é

A 12,5 m.

B 17,5 m.

C 25,0 m.

D 22,5 m.

E 32,5 m.

Resolução **Resposta: A**

Cada contêiner ocupa $2{,}5 \cdot 6{,}4 = 16$ m^2 da base. Cabem $320/16 = 20$ contêineres por camada, sem espaços. Para 100 contêineres, são 5 camadas. Como cada um tem 2,5 m de altura, a pilha mede $5 \cdot 2{,}5 = 12{,}5$ m.

Item 052

2015 | R1-185

Fonte: referência 1, página 88.

Questão 185 (H12 | ENEM 2015) **Dificuldade 781,6**

O índice pluviométrico é utilizado para mensurar a precipitação da água da chuva, em milímetros, em determinado período de tempo. Seu cálculo é feito de acordo com o nível de água da chuva acumulada em 1 m^2, ou seja, se o índice for de 10 mm, significa que a altura do nível de água acumulada em um tanque aberto, em formato de um cubo com 1 m^2 de área de base, é de 10 mm.

Em uma região, após um forte temporal, verificou-se que a quantidade de chuva acumulada em uma lata de formato cilíndrico, com raio 300 mm e altura 1 200 mm, era de um terço da sua capacidade.

Utilize 3,0 como aproximação para π.

O índice pluviométrico da região, durante o período do temporal, em milímetros, é de

(A) 10,8.

(B) 12,0.

(C) 32,4.

(D) 108,0.

(E) 324,0.

Resolução **Resposta: D**

O volume acumulado é $\frac{1}{3} \cdot 3 \cdot (0{,}3)^2 \cdot 1{,}2 = 0{,}108$ m^3. Distribuído pela área de referência de 1 m^2 adotada no item, corresponde à altura de 0,108 m, ou 108 mm.

Item 053

2015 | R1-203

Fonte: referência 1, página 96.

Questão 203 (H14 | ENEM 2015) **Dificuldade 693,1**

Para resolver o problema de abastecimento de água foi decidida, numa reunião do condomínio, a construção de uma nova cisterna. A cisterna atual tem formato cilíndrico, com 3 m de altura e 2 m de diâmetro, e estimou-se que a nova cisterna deverá comportar 81 m^3 de água, mantendo o formato cilíndrico e a altura da atual. Após a inauguração da nova cisterna a antiga será desativada. Utilize 3,0 como aproximação para π.

Qual deve ser o aumento, em metros, no raio da cisterna para atingir o volume desejado?

(A) 0,5

(B) 1,0

(C) 2,0

(D) 3,5

(E) 8,0

Resolução **Resposta: C**

Para a nova cisterna, $81 = 3 \cdot r^2 \cdot 3$, de modo que $r = 3$ m. O raio antigo era 1 m, pois o diâmetro media 2 m. O aumento necessário é de 2 m.

Item 054

2015 | R1-206

Fonte: referência 1, página 97.

Questão 206 (H14 | ENEM 2015) **Dificuldade 701,4**

Uma fábrica de sorvetes utiliza embalagens plásticas no formato de paralelepípedo retangular reto. Internamente, a embalagem tem 10 cm de altura e base de 20 cm por 10 cm. No processo de confecção do sorvete, uma mistura é colocada na embalagem no estado líquido e, quando levada ao congelador, tem seu volume aumentado em 25%, ficando com consistência cremosa.

Inicialmente é colocada na embalagem uma mistura sabor chocolate com volume de 1 000 cm^3 e, após essa mistura ficar cremosa será adicionada uma mistura sabor morango, de modo que, ao final do processo de congelamento, a embalagem fique completamente preenchida com sorvete, sem transbordar.

O volume máximo, em cm^3, da mistura sabor morango que deverá ser colocado na embalagem é

(A) 450.

(B) 500.

(C) 600.

(D) 750.

(E) 1 000.

Resolução **Resposta: C**

A embalagem comporta $20 \cdot 10 \cdot 10 = 2000$ cm^3. O chocolate congelado ocupa $1000 \cdot 1{,}25 = 1250$ cm^3, restando 750 cm^3. Se o morango líquido tem volume x, então $1{,}25x = 750$, dando $x = 600$ cm^3.

Item 055

2016 | R1-086

Fonte: referência 1, página 50.

Questão 086 (H6 | ENEM 2016) **Dificuldade 459,2**

Os alunos de uma escola utilizaram cadeiras iguais às da figura para uma aula ao ar livre. A professora, ao final da aula, solicitou que os alunos fechassem as cadeiras para guardá-las. Depois de guardadas, os alunos fizeram um esboço da vista lateral da cadeira fechada.



Qual é o esboço obtido pelos alunos?

A 

B 

C 

D 

E 

Resolução **Resposta: C**

Ao fechar a cadeira, os dois conjuntos de pés se aproximam, ficando alinhados na vista lateral; o assento dobrável se recolhe entre eles. A projeção que preserva o encosto e mostra essa sobreposição das hastes é a alternativa C.

Item 056

2016 | R1-113

Fonte: referência 1, página 62.

Questão 113 (H7 | ENEM 2016) **Dificuldade 908,7**

É comum os artistas plásticos se apropriarem de entes matemáticos para produzirem, por exemplo, formas e imagens por meio de manipulações. Um artista plástico, em uma de suas obras, pretende retratar os diversos polígonos obtidos pelas intersecções de um plano comum a pirâmide regular de base quadrada.

Segundo a classificação dos polígonos, quais deles são possíveis de serem obtidos pelo artista plástico?

(A) Quadrados, apenas.

(B) Triângulos e quadrados, apenas.

(C) Triângulos, quadrados e trapézios, apenas.

(D) Triângulos, quadrados, trapézios e quadriláteros irregulares, apenas.

(E) Triângulos, quadrados, trapézios, quadriláteros irregulares e pentágonos, apenas.

Resolução **Resposta: E**

Um plano pode interceptar três, quatro ou cinco faces da pirâmide. Assim, são possíveis seções triangulares, quadradas, trapezoidais, quadriláteros irregulares e pentagonais. Como a pirâmide tem apenas cinco faces, não há seção com mais de cinco lados. Isso corresponde a E.

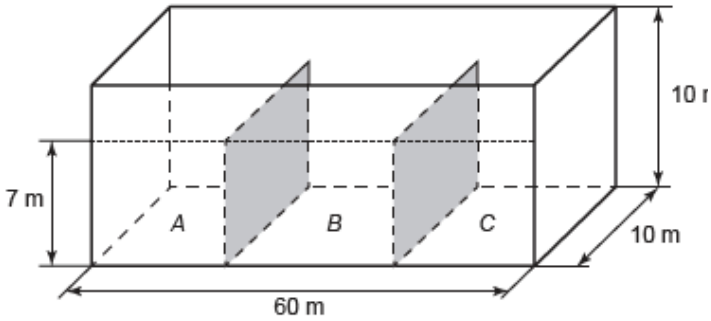
Item 057

2016 | R1-121

Fonte: referência 1, página 65.

Questão 121 (H8 | ENEM 2016) **Dificuldade 703,8**

Um petroleiro possui reservatório em formato de um paralelepípedo retangular com as dimensões dadas por 60 m x 10 m de base e 10 m de altura. Com o objetivo de minimizar o impacto ambiental de um eventual vazamento, esse reservatório é subdividido em três compartimentos, A, B e C, de mesmo volume, por duas placas de aço retangulares com dimensões de 7 m de altura e 10 m de base, de modo que os compartimentos são interligados, conforme a figura. Assim, caso haja rompimento no casco do reservatório, apenas uma parte de sua carga vazará.



Suponha que ocorra um desastre quando o petroleiro se encontra com sua carga máxima: ele sofre um acidente que ocasiona um furo no fundo do compartimento C.

Para fins de cálculo, considere desprezíveis as espessuras das placas divisórias.

Após o fim do vazamento, o volume de petróleo derramado terá sido de

A 1,4 x 10^3 m^3.

B 1,8 x 10^3 m^3.

C 2,0 x 10^3 m^3.

D 3,2 x 10^3 m^3.

E 6,0 x 10^3 m^3.

Resolução **Resposta: D**

O volume inicial é $60 \cdot 10 \cdot 10 = 6000$ m^3. Os compartimentos A e B conservam petróleo até 7 m, num volume de $2 \cdot 20 \cdot 10 \cdot 7 = 2800$ m^3. C esvazia. O volume derramado é $6000 - 2800 = 3200$ m^3.

Item 058

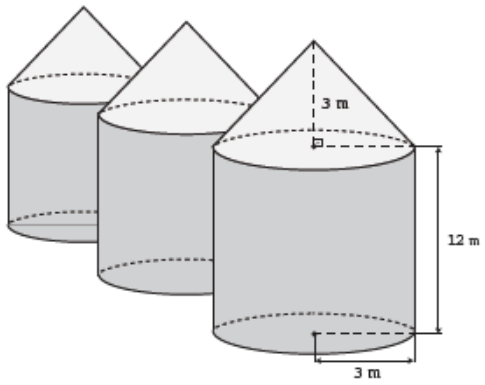
2016 | R1-183

Fonte: referência 1, página 88.

Questão 183 (H12 | ENEM 2016) **Dificuldade 711,1**

Em regiões agrícolas, é comum a presença de silos para armazenamento e secagem da produção de grãos, no formato de um cilindro reto, sobreposto por um cone, e dimensões indicadas na figura.

O silo fica cheio e o transporte dos grãos é feito em caminhões de carga cuja capacidade é de 20 m^3. Uma região possui um silo cheio e apenas um caminhão para transportar os grãos para a usina de beneficiamento.



Utilize 3 como aproximação para π.

O número mínimo de viagens que o caminhão precisará fazer para transportar todo o volume de grãos armazenados no silo é

A 6.

B 16.

C 17.

D 18.

E 21.

Resolução **Resposta: D**

Some os volumes do cilindro e do cone: $V = 3 \cdot 3^2 \cdot 12 + \frac{1}{3} \cdot 3 \cdot 3^2 \cdot 3 = 324 + 27 = 351$ m^3. Como cada viagem leva até 20 m^3, são necessárias $\lceil 351/20 \rceil = 18$ viagens.

Item 059

2017 | R1-102

Fonte: referência 1, página 57.

Questão 102 (H7 | ENEM 2017) **Dificuldade 634,7**

Uma rede hoteleira dispõe de cabanas simples na ilha de Gotland, na Suécia, conforme Figura 1. A estrutura de sustentação de cada uma dessas cabanas está representada na Figura 2. A ideia é permitir ao hóspede uma estada livre de tecnologia, mas conectada com a natureza.



Figura 1

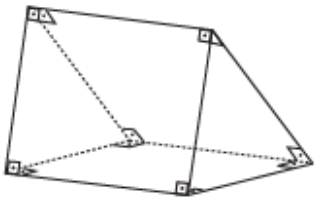


Figura 2

ROMERO, L. Tendências. Superinteressante, n. 315, fev. 2013 (adaptado).

A forma geométrica da superfície cujas arestas estão representadas na Figura 2 é

(A) tetraedro.

(B) pirâmide retangular.

(C) tronco de pirâmide retangular.

(D) prisma quadrangular reto.

(E) prisma triangular reto.

Resolução **Resposta: E**

A estrutura possui duas faces triangulares paralelas e congruentes, unidas por três faces retangulares. As arestas que unem essas bases são perpendiculares a elas. Trata-se de um prisma triangular reto.

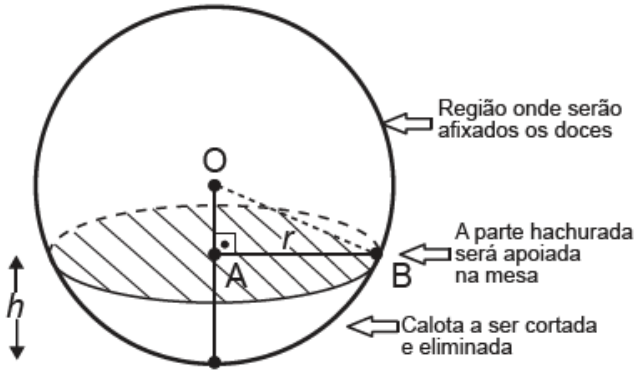
Item 060

2017 | R1-176

Fonte: referência 1, página 86.

Questão 176 (H12 | ENEM 2017) **Dificuldade 633,8**

Para decorar uma mesa de festa infantil, um chefe de cozinha usará um melão esférico com diâmetro 10 cm, o qual servirá de suporte para espetar diversos doces. Ele irá retirar uma calota esférica do melão, conforme ilustra a figura, e, para garantir a estabilidade deste suporte, dificultando que o melão role sobre a mesa, o chefe fará o corte de modo que o raio *r* da seção circular de corte seja de pelo menos 3 cm. Por outro lado, o chefe desejará dispor da maior área possível da região em que serão afixados os doces.



Para atingir todos os seus objetivos, o chefe deverá cortar a calota do melão numa altura h, em centímetro, igual a

A $5-\frac{\sqrt{91}}{2}$.

B $10-\sqrt{91}$.

C 1.

D 4.

E 5.

Resolução **Resposta: C**

Para preservar a maior superfície, retire a menor calota que permita raio de corte 3 cm. Por Pitágoras, a distância do centro ao plano de corte é $\sqrt{5^2-3^2}=4$ cm. A altura da calota é $h=5-4=1$ cm.

Item 061

2017 | R1-198

Fonte: referência 1, página 94.

Questão 198 (H13 | ENEM 2017) **Dificuldade 824,7**

Um casal realiza sua mudança de domicílio e necessita colocar numa caixa de papelão um objeto cúbico, de 80 cm de aresta, que não pode ser desmontado. Eles têm a disposição cinco caixas, com diferentes dimensões, conforme descrito:

- Caixa 1: 86 cm x 86 cm x 86 cm;
- Caixa 2: 75 cm x 82 cm x 90 cm;
- Caixa 3: 85 cm x 82 cm x 90 cm;
- Caixa 4: 82 cm x 95 cm x 82 cm;
- Caixa 5: 80 cm x 95 cm x 85 cm.

O casal precisa escolher uma caixa na qual o objeto caiba, de modo que sobre o menor espaço livre em seu interior.

A caixa escolhida pelo casal deve ser a de número

(A) 1.

(B) 2.

(C) 3.

(D) 4.

(E) 5.

Resolução **Resposta: C**

A caixa 2 tem uma dimensão menor que 80 cm e não comporta o cubo nessa disposição. Entre as demais, compare os volumes: 636056, 627300, 638780 e 646000 cm^3. O menor volume suficiente é o da caixa 3, deixando o menor espaço livre.

Item 062

2017 | R1-209

Fonte: referência 1, página 98.

Questão 209 (H14 | ENEM 2017) **Dificuldade 744,3**

Uma empresa especializada em conservação de piscinas utiliza um produto para tratamento da água cujas especificações técnicas sugerem que seja adicionado 1,5 mL desse produto para cada 1 000 L de água da piscina. Essa empresa foi contratada para cuidar de uma piscina de base retangular, de profundidade constante igual a 1,7 m, com largura e comprimento iguais a 3 me 5 m, respectivamente. O nível da lâmina d'água dessa piscina é mantido a 50 cm da borda da piscina.

A quantidade desse produto, em mililitro, que deve ser adicionada a essa piscina de modo a atender às suas especificações técnicas é

- **A** 11,25.
- **B** 27,00.
- **C** 28,80.
- **D** 32,25.
- **E** 49,50.

Resolução **Resposta: B**

A água tem profundidade $1{,}7 - 0{,}5 = 1{,}2$ m. Seu volume é $3 \cdot 5 \cdot 1{,}2 = 18$ m^3, ou 18000 L. A quantidade do produto é $18 \cdot 1{,}5 = 27$ mL.

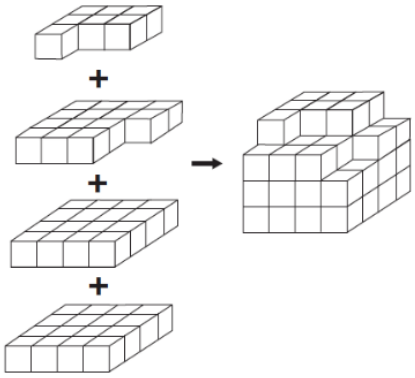
Item 063

2018 | R1-132

Fonte: referência 1, página 70.

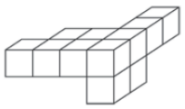
Questão 132 (H9 | ENEM 2018) **Dificuldade 512,2**

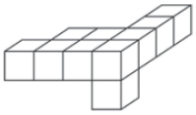
Minecraft é um jogo virtual que pode auxiliar no desenvolvimento de conhecimentos relacionados a espaço e forma. É possível criar casas, edifícios, monumentos e até naves espaciais, tudo em escala real, através do empilhamento de cubinhos. Um jogador deseja construir um cubo com dimensões 4 x 4 x 4. Ele já empilhou alguns dos cubinhos necessários, conforme a figura.

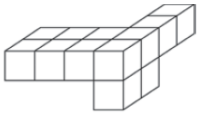


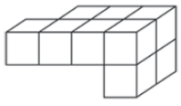
Os cubinhos que ainda faltam empilhar para finalizar. Construção do cubo, juntos, formam uma peça única, capaz de completar a tarefa.

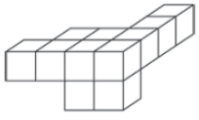
O formato da peça capaz de completar o cubo 4 x 4 x 4 é

A 

B 

C 

D 

E 

Resolução **Resposta: A**

Compare cada camada com um quadrado completo de 4×4 cubinhos. A peça complementar deve preencher exatamente os vazios, mantendo alinhadas as reentrâncias e sem sobrepor cubos existentes. O complemento correspondente é o da alternativa A.

Item 064

2018 | R1-192

Fonte: referência 1, página 92.

Questão 192 (H13 | ENEM 2018) **Dificuldade 688,1**

Um artesão possui potes cilíndricos de tinta cujas medidas externas são 4 cm de diâmetro e 6 cm de altura. Ele pretende adquirir caixas organizadoras para armazenar seus potes de tinta, empilhados verticalmente com tampas voltadas para cima, de forma que as caixas possam ser fechadas.

No mercado, existem cinco opções de caixas organizadoras, com tampa, em formato de paralelepípedo reto retângulo, vendidas pelo mesmo preço, possuindo as seguintes dimensões internas:

Modelo	Comprimento (cm)	Largura (cm)	Altura (cm)
I	8	8	40
II	8	20	14
III	18	5	35
IV	20	12	12
V	24	8	14

Qual desses modelos o artesão deve adquirir para conseguir armazenar o maior número de potes por caixa?

(A) I

(B) II

(C) III

(D) IV

(E) V

Resolução **Resposta: D**

Conte os potes inteiros em cada direção, usando diâmetro 4 cm e altura 6 cm. Os modelos I a V comportam, respectivamente, 24, 20, 20, 30 e 24 potes. O máximo é 30, no modelo IV.

Item 065

2019 | R1-089

Fonte: referência 1, página 51.

Questão 089 (H6 | ENEM 2019) **Dificuldade 588,6**

Um grupo de países criou uma instituição responsável por organizar o Programa Internacional de Nivelamento de Estudos (PINE) com o objetivo de melhorar os índices mundiais de educação. Em sua sede foi construída uma escultura suspensa, com a logomarca oficial do programa, em três dimensões, que é formada por suas iniciais, conforme mostrada na figura.

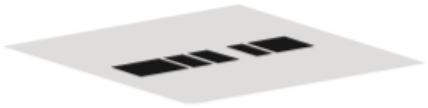
PINE

Essa escultura está suspensa por cabos de aço, de maneira que o espaçamento entre letras adjacentes é o mesmo, todas têm igual espessura e ficam dispostas em posição ortogonal ao solo, como ilustrado a seguir.



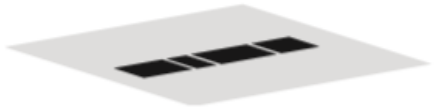
Ao meio-dia, com o sol a pino, as letras que formam essa escultura projetam ortogonalmente suas sombras sobre o solo. A sombra projetada no solo é

A 

B 

C 

D 

E 

Resolução **Resposta: E**

Com o Sol a pino, a projeção elimina a altura das letras: suas partes verticais se sobrepõem. Restam quatro faixas alinhadas, separadas pelos espaços entre as letras, com os comprimentos determinados pelas bases de P, I, N e E. A projeção correspondente é E.

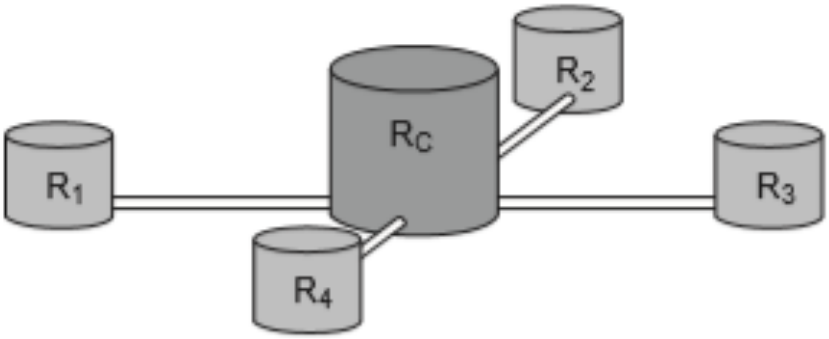
Item 066

2019 | R1-125

Fonte: referência 1, página 67.

Questão 125 (H8 | ENEM 2019) **Dificuldade 730,0**

Uma construtora pretende conectar um reservatório central (R_C) em formato de um cilindro, com raio interno igual a 2 m e altura interna igual a 3,30 m, a quatro reservatórios cilíndricos auxiliares $(R_1, R_2, R_3 \text{ e } R_4)$, os quais possuem raios internos e alturas internas medindo 1,5 m.



As ligações entre o reservatório central e os auxiliares são feitas por canos cilíndricos com 0,10 m de diâmetro interno e 20 m de comprimento, conectados próximos às bases de cada reservatório. Na conexão de cada um desses canos com o reservatório central há registros que liberam ou interrompem o fluxo de água. No momento em que o reservatório central está cheio e os auxiliares estão vazios, abrem-se os quatro registros e, após algum tempo, as alturas das colunas de água nos reservatórios se igualam, assim que cessa o fluxo de água entre eles, pelo princípio dos vasos comunicantes.

A medida, em metro, das alturas das colunas de água nos reservatórios auxiliares, após cessar o fluxo de água entre eles, é

A 1,44. **B** 1,16. **C** 1,10. **D** 1,00. **E** 0,95.

Resolução **Resposta: D**

O volume inicial é $\pi \cdot 2^2 \cdot 3{,}30 = 13{,}2\pi$. Os quatro canos ocupam $4\pi(0{,}05)^2 \cdot 20 = 0{,}2\pi$ m^3. Para a altura comum h, a soma das áreas das bases é $\pi[2^2 + 4(1{,}5)^2] = 13\pi$. Portanto, $13{,}2\pi = 13\pi h + 0{,}2\pi$, dando $h = 1$ m.

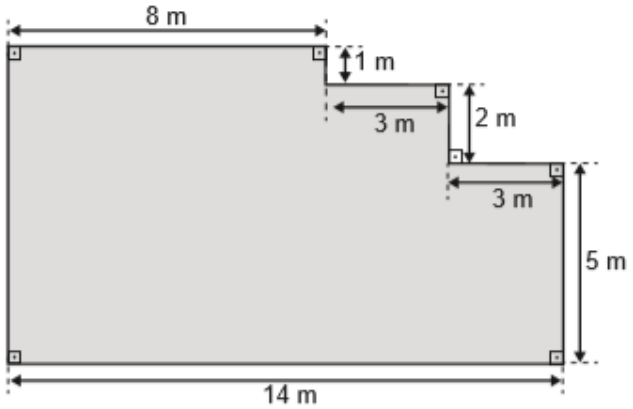
Item 067

2019 | R1-189

Fonte: referência 1, página 90.

Questão 189 (H13 | ENEM 2019) **Dificuldade 640,1**

Um mestre de obras deseja fazer uma laje com espessura de 5 cm utilizando concreto usinado, conforme as dimensões do projeto dadas na figura. O concreto para fazer a laje será fornecido por uma usina que utiliza caminhões com capacidades máximas de 2 m^3, 5 m^3 e 10 m^3 de concreto.



Qual a menor quantidade de caminhões, utilizando suas capacidades máximas, que o mestre de obras deverá pedir à usina de concreto para fazer a laje?

- **A** Dez caminhões com capacidade máxima de $10m^3$.
- **B** Cinco caminhões com capacidade máxima de $10m^3$.
- **C** Um caminhão com capacidade máxima de $5m^3$.
- **D** Dez caminhões com capacidade máxima de $2m^3$.
- **E** Um caminhão com capacidade máxima de $2m^3$.

Resolução **Resposta: C**

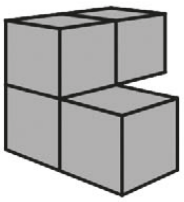
A área da planta é $100\ m^2$. Converta a espessura: $5\ cm = 0{,}05\ m$. O volume de concreto é $100 \cdot 0{,}05 = 5\ m^3$. Um único caminhão de $5\ m^3$ fornece exatamente o necessário.

Item 068

Fonte: referência 1, página 57.

Questão 101 (H7 | ENEM 2020) **Dificuldade 585,0**

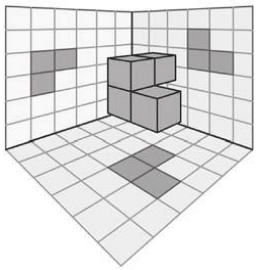
Em um jogo desenvolvido para uso no computador, objetos tridimensionais vão descendo do alto da tela até alcançarem o plano da base. O usuário pode mover ou girar cada objeto durante sua descida para posicioná-lo convenientemente no plano horizontal. Um desses objetos é formado pela justaposição de quatro cubos idênticos, formando assim um sólido rígido, como ilustrado na figura.



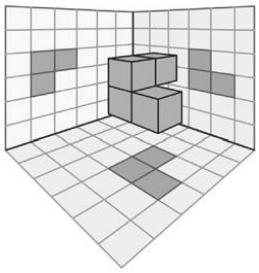
Para facilitar a movimentação do objeto pelo usuário, o programa projeta ortogonalmente esse sólido em três planos quadriculados perpendiculares entre si, durante sua descida.

A figura que apresenta uma possível posição desse sólido, com suas respectivas projeções ortogonais sobre os três planos citados, durante sua descida é

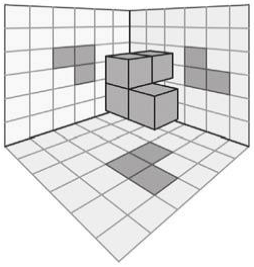
A



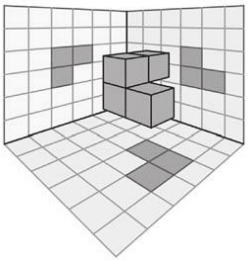
B



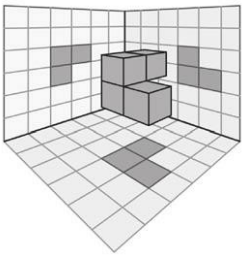
C



D



E



Item 068 – resolução 2020 / R1-101

Resolução **Resposta: E**

Em cada plano, projete os cubos na direção perpendicular a esse plano e conte as posições ocupadas, sem duplicar quadrados sobrepostos. A configuração em E é a única que mantém compatíveis as três projeções e a justaposição dos quatro cubos.

Item 069

2020 | R1-123

Fonte: referência 1, página 66.

Questão 123 (H8 | ENEM 2020) **Dificuldade 718,0**

Uma loja de materiais de construção vende dois tipos de caixas-d'água: tipo A e tipo B. Ambas têm formato cilíndrico e possuem o mesmo volume, e a altura da caixa-d'água do tipo B é igual a 25% da altura da caixa-d'água do tipo A.

Se *R* denota o raio da caixa-d'água do tipo A, então o raio da caixa-d'água do tipo B é

(A) $\frac{R}{2}$.

(B) $2\,R$.

(C) $4\,R$.

(D) $5\,R$.

(E) $16\,R$.

Resolução **Resposta: B**

Da igualdade dos volumes, $\pi R^2 h = \pi r^2 (h/4)$. Assim, $r^2 = 4R^2$ e, como o raio é positivo, $r = 2R$.

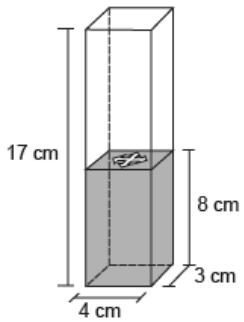
Item 070

Fonte: referência 1, página 95.

Questão 201 (H14 | ENEM 2020) **Dificuldade 660,8**

Num recipiente com a forma de paralelepípedo reto-retângulo, colocou-se água até a altura de 8 cm e um objeto, que ficou flutuando na superfície da água.

Para retirar o objeto de dentro do recipiente, a altura da coluna de água deve ser de, pelo menos, 15 cm. Para a coluna de água chegar até essa altura, é necessário colocar dentro do recipiente bolinhas de volume igual a 6 cm^3 cada, que ficarão totalmente submersas.



O número mínimo de bolinhas necessárias para que se possa retirar o objeto que flutua na água, seguindo as instruções dadas, é de

A) 14.

B) 16.

C) 18.

D) 30.

E) 34.

Resolução **Resposta: A**

A base do recipiente mede $4 \cdot 3 = 12$ cm^2. Elevar a água de 8 para 15 cm exige deslocar $12 \cdot 7 = 84$ cm^3. Cada bolinha desloca 6 cm^3; portanto, são necessárias $84/6 = 14$ bolinhas.

Item 071

2020 | R1-202

Fonte: referência 1, página 95.

Questão 202 (H14 | ENEM 2020) **Dificuldade 677,0**

No período de fim de ano, o síndico de um condomínio resolveu colocar, em um poste, uma iluminação natalina em formato de cone, lembrando uma árvore de Natal, conforme as figuras 1 e 2.



Figura 1

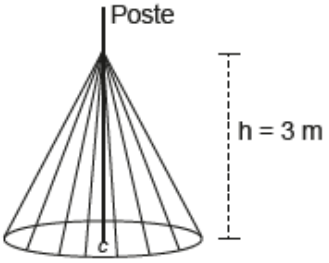


Figura 2

A árvore deverá ser feita colocando-se mangueiras de iluminação, consideradas segmentos de reta de mesmo comprimento, a partir de um ponto situado a 3 m de altura no poste até um ponto de uma circunferência de fixação, no chão, de tal forma que esta fique dividida em 20 arcos iguais. O poste está fixado no ponto *C* (centro da circunferência) perpendicularmente ao plano do chão.

Para economizar, ele utilizará mangueiras de iluminação aproveitadas de anos anteriores, que juntas totalizaram pouco mais de 100 m de comprimento, dos quais ele decide usar exatamente 100 m e deixar o restante como reserva.

Para que ele atinja seu objetivo, o raio, em metro, da circunferência deverá ser de

A 4,00.

B 4,87.

C 5,00.

D 5,83.

E 6,26.

Resolução **Resposta: A**

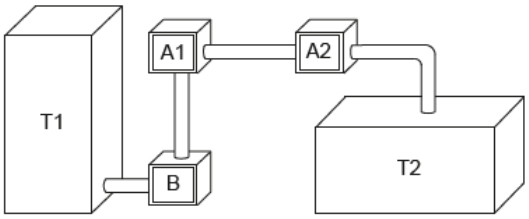
As 20 mangueiras iguais totalizam 100 m, logo cada geratriz mede 5 m. O cone tem altura 3 m; por Pitágoras, $r = \sqrt{5^2 - 3^2} = 4$ m.

Item 072

Fonte: referência 1, página 127.

Questão 275 (H19 | ENEM 2020) **Dificuldade 706,6**

Um processo de aeração, que consiste na introdução de ar num líquido, acontece do seguinte modo: uma bomba B retira o líquido de um tanque T1 e o faz passar pelo aerador A1, que aumenta o volume do líquido em 15%, e em seguida pelo aerador A2, ganhando novo aumento de volume de 10%. Ao final, ele fica armazenado num tanque T2, de acordo com a figura.



Os tanques T1 e T2 são prismas retos de bases retangulares, sendo que a base de T1 tem comprimento c e largura L, e a base de T2 tem comprimento $\frac{c}{2}$ e largura 2L.

Para finalizar o processo de aeração sem derramamento do líquido em T2, o responsável deve saber a relação entre a altura da coluna de líquido que já saiu de T1, denotada por *X*, e a altura da coluna de líquido que chegou a T2, denotada por *y*.

Disponível em: www.dec.ufcg.edu.br. Acesso em: 21 abr. 2015.

A equação que relaciona as medidas das alturas *y* e *x* é dada por

A y = 1,265x.

B y = 1,250x.

C y = 1,150x.

D y = 1,125x.

E y = x.

Resolução **Resposta: A**

Os aumentos sucessivos multiplicam o volume por $1{,}15 \cdot 1{,}10 = 1{,}265$. As bases têm a mesma área, pois $(c/2)(2L) = cL$. Portanto, a altura também é multiplicada por esse fator: $y = 1{,}265x$.

Item 073

Fonte: referência 1, página 55.

Questão 098 (H6 | ENEM 2021) **Dificuldade 978,3**

O Atomium, representado na imagem, é um dos principais pontos turísticos de Bruxelas. Ele foi construído em 1958 para a primeira grande exposição mundial depois da Segunda Guerra Mundial, a Feira Mundial de Bruxelas.

Trata-se de uma estrutura metálica construída no formato de um cubo. Essa estrutura está apoiada por um dos vértices sobre uma base paralela ao plano do solo, e a diagonal do cubo, contendo esse vértice, é ortogonal ao plano da base. Centradas nos vértices desse cubo, foram construídas oito esferas metálicas, e uma outra esfera foi construída centrada no ponto de interseção das diagonais do cubo. As oito esferas sobre os vértices são interligadas segundo suas arestas, e a esfera central se conecta a elas pelas diagonais do cubo.

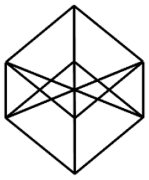
Todas essas interligações são feitas por tubos cilíndricos que possuem escadas em seu interior, permitindo o deslocamento de pessoas pela parte interna da estrutura. Na diagonal ortogonal à base, o deslocamento é feito por um elevador, que permite o deslocamento entre as esferas da base e a esfera do ponto mais alto, passando pela esfera central.

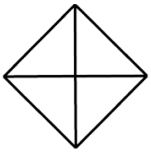
Considere um visitante que se deslocou pelo interior do Atomium sempre em linha reta e seguindo o menor trajeto entre dois vértices, passando por todas as arestas e todas as diagonais do cubo.

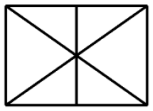


Disponível em: http://trupedatrip.com. Acesso em: 25 out. 2019.

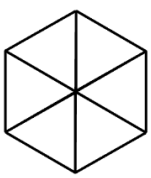
A projeção ortogonal sobre o plano do solo do trajeto percorrido por esse visitante é representada por

A 

B 

C 

D 

E 

Item 073 – resolução 2021 / R1-098

Resolução **Resposta: E**

A diagonal vertical do cubo projeta-se num único ponto, o centro. Os outros seis vértices projetam-se nos vértices de um hexágono regular. As arestas e as outras diagonais produzem seus lados e os três segmentos que ligam vértices opostos: figura E.

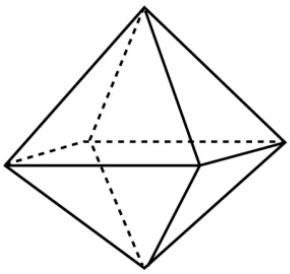
Item 074

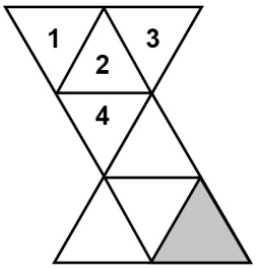
2021 | R1-108

Fonte: referência 1, página 59.

Questão 108 (H7 | ENEM 2021) **Dificuldade 716,2**

Num octaedro regular, duas faces são consideradas opostas quando não têm nem arestas, nem vértices em comum. Na figura, observa-se um octaedro regular e uma de suas planificações, na qual há uma face colorida na cor cinza escuro e outras quatro faces numeradas.





Qual(is) face(s) ficará(ão) oposta(s) à face de cor cinza escuro, quando o octaedro for reconstruído a partir da planificação dada?

- **A** 1, 2, 3 e 4
- **B** 1 e 3
- **C** 1
- **D** 2
- **E** 4

Resolução **Resposta: E**

Ao dobrar a planificação, acompanhe os três vértices da face cinza. A única face numerada que fica sem qualquer vértice comum com ela é a face 4. As demais encontram a face cinza por aresta ou vértice.

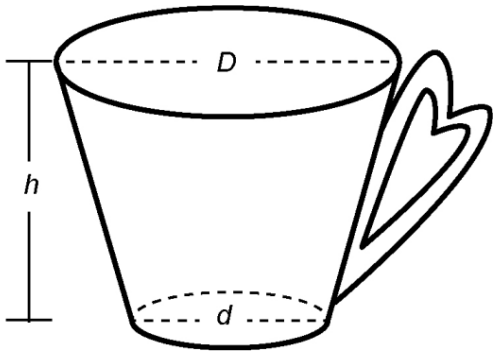
Item 075

2021 | R1-126

Fonte: referência 1, página 67.

Questão 126 (H8 | ENEM 2021) **Dificuldade 740,9**

Uma pessoa comprou uma caneca para tomar sopa, conforme ilustração.



Sabe-se que 1 cm^3 = 1 mL e que o topo da caneca é uma circunferência de diâmetro (*D*) medindo 10 cm, e a base é um círculo de diâmetro (*d*) medindo 8 cm. Além disso, sabe-se que a altura (*h*) dessa caneca mede 12 cm (distância entre o centro das circunferências do topo e da base). Utilize 3 como aproximação para π.

Qual é a capacidade volumétrica, em mililitro, dessa caneca?

A 216 **B** 408 **C** 732 **D** 2 196 **E** 2 928

Resolução **Resposta: C**

A caneca é um tronco de cone, com raios 5 e 4 cm. Seu volume é $V = \frac{\pi h}{3}(R^2+Rr+r^2) = \frac{3\cdot 12}{3}(25+20+16) = 732$ cm^3, equivalentes a 732 mL.

Item 076

2021 | R1-204

Fonte: referência 1, página 96.

Questão 204 (H14 | ENEM 2021) **Dificuldade 694,0**

Um povoado com 100 habitantes está passando por uma situação de seca prolongada e os responsáveis pela administração pública local decidem contratar a construção de um reservatório. Ele deverá ter a forma de um cilindro circular reto, cuja base tenha 5 metros de diâmetro interno, e atender à demanda de água da população por um período de exatamente sete dias consecutivos. No oitavo dia, o reservatório vazio é completamente reabastecido por carros-pipa.

Considere que o consumo médio diário por habitante é de 120 litros de água. Use 3 como aproximação para π.

Nas condições apresentadas, o reservatório deverá ser construído com uma altura interna mínima, em metro, igual a

(A) 1,12.

(B) 3,10.

(C) 4,35.

(D) 4,48.

(E) 5,60.

Resolução **Resposta: D**

O consumo semanal é $100 \cdot 120 \cdot 7 = 84000$ L, ou 84 m^3. Com raio 2,5 m, a área da base é $3 \cdot 2{,}5^2 = 18{,}75$ m^2. Assim, $h = 84/18{,}75 = 4{,}48$ m.

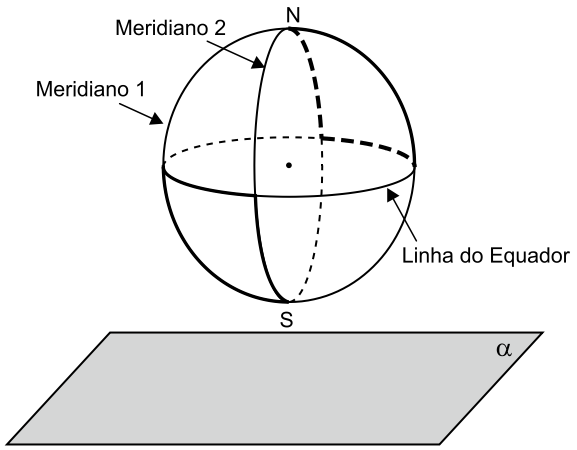
Item 077

2022 | R1-093

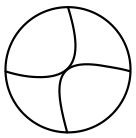
Fonte: referência 1, página 53.

Questão 093 (H6 | ENEM 2022) **Dificuldade 703,6**

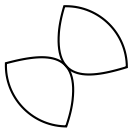
Na figura estão destacadas duas trajetórias sobre a superfície do globo terrestre, descritas ao se percorrer parte dos meridianos 1, 2 e da Linha do Equador, sendo que os meridianos 1 e 2 estão contidos em planos perpendiculares entre si. O plano a é paralelo ao que contém a Linha do Equador.

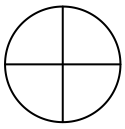


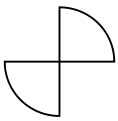
A vista superior da projeção ortogonal sobre o plano a dessas duas trajetórias é

A 

B 

C 

D 

E 

Resolução **Resposta: E**

Vistos de cima, os meridianos situados em planos perpendiculares projetam-se em segmentos radiais perpendiculares. Os trechos do Equador mantêm a forma de arcos. A figura que reúne os dois quartos de círculo nas posições indicadas é E.

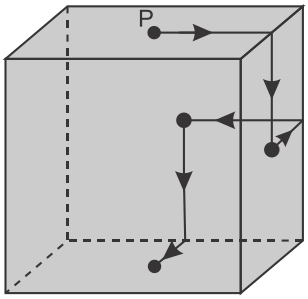
Item 078

2022 | R1-095

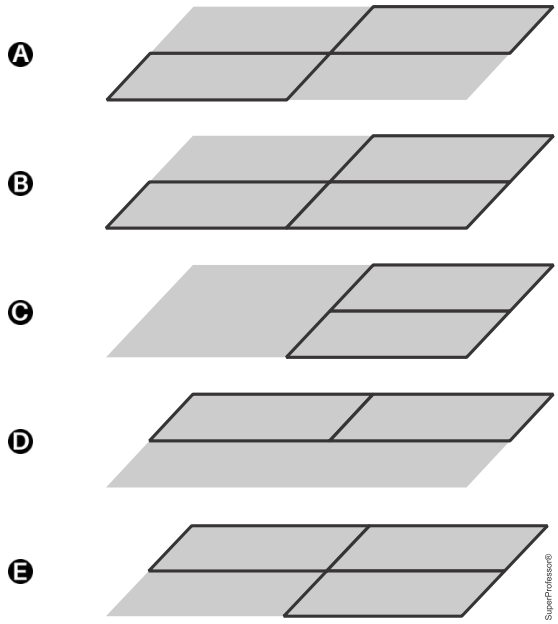
Fonte: referência 1, página 54.

Questão 095 (H6 | ENEM 2022) **Dificuldade 743,2**

Um robô, que tem um imã em sua base, se desloca sobre a superfície externa de um cubo metálico, ao longo de segmentos de reta cujas extremidades são pontos médios de arestas e centros de faces. Ele inicia seu deslocamento no ponto P, centro da face superior do cubo, segue para o centro da próxima face, converte à esquerda e segue para o centro da seguinte, converte à direita e continua sua movimentação, sempre alternado entre conversões à esquerda e à direita quando alcança o centro de uma face. O robô só termina sua movimentação quando retorna ao ponto P. A figura apresenta deslocamentos iniciais desse robô.



A projeção ortogonal do trajeto descrito por esse robô sobre o plano da base, após terminada sua movimentação, visualizada da posição em que se está enxergando esse cubo, é



Resolução **Resposta: A**

Siga o robô face a face e elimine apenas a coordenada vertical ao projetar cada trecho. As descidas e subidas nas faces laterais projetam-se em pontos ou segmentos sobre as bordas. O percurso completo determina a borda e a divisão interna mostradas em A.

Item 079

2022 | R1-127

Fonte: referência 1, página 68.

Questão 127 (H8 | ENEM 2022) **Dificuldade 757,8**

Peças metálicas de aeronaves abandonadas em aeroportos serão recicladas. Uma dessas peças é maciça e tem o formato cilíndrico, com a medida do raio da base igual a 4 cm e a da altura igual a 50 cm.

Ela será derretida, e o volume de metal resultante será utilizado para a fabricação de esferas maciças com diâmetro de 1 cm, a serem usadas para confeccionar rolamentos.

Para estimar a quantidade de esferas que poderão ser produzidas a partir de cada uma das peças cilíndricas, admite-se que não ocorre perda de material durante o processo de derretimento.

Quantas dessas esferas poderão ser obtidas a partir de cada peça cilíndrica?

(A) 800

(B) 1 200

(C) 2 400

(D) 4 800

(E) 6 400

Resolução **Resposta: D**

O cilindro tem volume $\pi \cdot 4^2 \cdot 50 = 800\pi$ cm^3. Cada esfera, de raio 0,5 cm, tem volume $\frac{4}{3}\pi(0{,}5)^3 = \pi/6$ cm^3. Portanto, podem ser feitas $800\pi/(\pi/6) = 4800$ esferas.

Item 080

2022 | R1-139

Fonte: referência 1, página 73.

Questão 139 (H9 | ENEM 2022) **Dificuldade 689,0**

Uma loja comercializa cinco modelos de caixas-d'água (I, II, III, IV e V), todos em formato de cilindro reto de base circular. Os modelos II, III, IV e V têm as especificações de suas dimensões dadas em relação às dimensões do modelo I, cuja profundidade é P e área da base é A_b, como segue:

- modelo II: o dobro da profundidade e a metade da área da base do modelo I;
- modelo III: o dobro da profundidade e a metade do raio da base do modelo I;
- modelo IV: a metade da profundidade e o dobro da área da base do modelo I;
- modelo V: a metade da profundidade e o dobro do raio da base do modelo I.

Uma pessoa pretende comprar nessa loja o modelo de caixa-d'água que ofereça a maior capacidade volumétrica.

O modelo escolhido deve ser o

(A) I.

(B) II.

(C) III.

(D) IV.

(E) V.

Resolução **Resposta: E**

Se V é o volume de I, os volumes de II a V são, respectivamente, $2 \cdot \frac{1}{2}V = V$, $2 \cdot (\frac{1}{2})^2 V = V/2$, $\frac{1}{2} \cdot 2V = V$ e $\frac{1}{2} \cdot 2^2 V = 2V$. O maior é o de V.

Item 081

2022 | R1-184

Fonte: referência 1, página 88.

Questão 184 (H12 | ENEM 2022) **Dificuldade 756,7**

Uma cozinheira produz docinhos especiais por encomenda. Usando uma receita-base de massa, ela prepara uma porção, com a qual produz 50 docinhos maciços de formato esférico, com 2 cm de diâmetro. Um cliente encomenda 150 desses docinhos, mas pede que cada um tenha formato esférico com 4 cm de diâmetro. A cozinheira pretende preparar o número exato as porções de porções da receita-base de massa necessário para produzir os docinhos dessa encomenda.

Quantas porções da receita-base de massa ela deve preparar para atender esse cliente?

(A) 2

(B) 3

(C) 6

(D) 12

(E) 24

Resolução **Resposta: E**

Dobrar o diâmetro multiplica o volume de cada docinho por $2^3 = 8$. A encomenda também triplica a quantidade de unidades: $150/50 = 3$. Logo, é preciso preparar $8 \cdot 3 = 24$ porções da receita.

Item 082

2022 | R1-197

Fonte: referência 1, página 94.

Questão 197 (H13 | ENEM 2022) **Dificuldade 758,9**

Um casal planeja construir em sua chácara uma piscina com o formato de um paralelepípedo reto retângulo com capacidade para 90.000 L de água. O casal contratou uma empresa de construções que apresentou cinco projetos com diferentes combinações nas dimensões internas de profundidade, largura e comprimento. A piscina a ser construída terá revestimento interno em suas paredes e fundo com uma mesma cerâmica, e o casal irá escolher o projeto que exija a menor área de revestimento.

As dimensões internas de profundidade, largura e comprimento, respectivamente, para cada um dos projetos, são:

- projeto I: 1,8 m, 2,0 m e 25,0 m;
- projeto II: 2,0 m, 5,0 m e 9,0 m;
- projeto III: 1,0 m, 6,0 m e 15,0 m;
- projeto IV: 1,5 m, 15,0 m e 4,0 m;
- projeto V: 2,5 m, 3,0 m e 12,0 m.

O projeto que o casal deverá escolher será o

A I.

B II.

C III.

D IV.

E V.

Resolução **Resposta: B**

A área interna sem tampa é $A = lc + 2p(l + c)$. Nos projetos I a V, as áreas são 147,2, 101, 132, 117 e 111 m^2. A menor é 101 m^2, do projeto II.

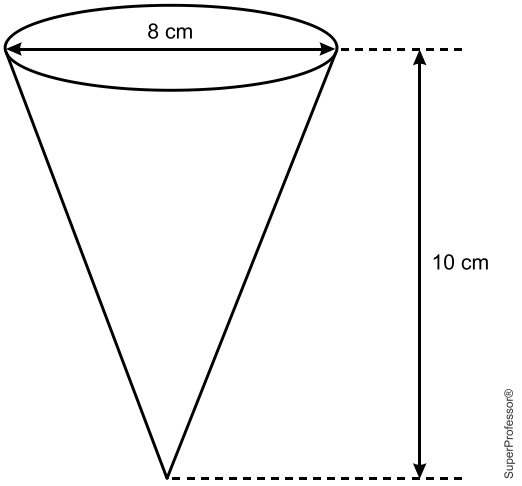
Item 083

2022 | R1-210

Fonte: referência 1, página 98.

Questão 210 (H14 | ENEM 2022) **Dificuldade 744,8**

Uma empresa produz e vende um tipo de chocolate, maciço, em formato de cone circular reto com as medidas do diâmetro da base e da altura iguais a 8 cm e 10 cm, respectivamente, como apresenta a figura.



Devido a um aumento de preço dos ingredientes utilizados na produção desse chocolate, a empresa decide produzir esse mesmo tipo de chocolate com um volume 19% menor, no mesmo formato de cone circular reto com altura de 10 cm.

Para isso, a empresa produzirá esses novos chocolates com medida do raio da base, em centímetro, igual a

A 1,52.

B 3,24.

C 3,60.

D 6,48.

E 7,20.

Resolução **Resposta: C**

Mantida a altura, o volume é proporcional ao quadrado do raio. A nova razão de volumes é 0,81, logo o raio é multiplicado por $\sqrt{0{,}81} = 0{,}9$. Como o raio original é 4 cm, o novo mede 3,6 cm.

Item 084

Fonte: referência 1, página 221.

Questão 481 (Habilidade 12) **Dificuldade 723,4**

A foto mostra a construção de uma cisterna destinada ao armazenamento de água. Uma cisterna como essa, na forma de cilindro circular reto com 3 m^2 de área da base, foi abastecida por um curso-d'água com vazão constante. O seu proprietário registrou a altura do nível da água no interior da cisterna durante o abastecimento em diferentes momentos de um mesmo dia, conforme o quadro.

Horário (h)	Nível da água (m)
06:00	0,5
08:00	1,1
12:00	2,3
15:00	3,2



Disponível em: www.paraibamix.com. Acesso em: 3 dez. 2012.

Qual foi a vazão, em metro cúbico por hora, do curso-d'água que abasteceu a cisterna?

A 0,3

B 0,5

C 0,9

D 1,8

E 2,7

Resolução **Resposta: C**

De 6 h a 8 h, a altura aumenta $1{,}1 - 0{,}5 = 0{,}6$ m em duas horas, taxa de 0,3 m/h. Multiplicando pela área da base, $Q = 3 \cdot 0{,}3 = 0{,}9$ m^3/h.

Item 085

2023 | R1-485

Fonte: referência 1, página 223.

Questão 485 (Habilidade 14) **Dificuldade 742,2**

A água utilizada pelos 75 moradores de um vilarejo provém de um reservatório de formato cilíndrico circular reto cujo raio da base mede 5 metros, sempre abastecido no primeiro dia de cada mês por caminhões-pipa. Cada morador desse vilarejo consome, em média, 200 litros de água por dia. No mês de junho de um determinado ano, o vilarejo festejou o dia do seu padroeiro e houve um gasto extra de água nos primeiros 20 dias. Passado esse período, as pessoas verificaram a quantidade de água presente no reservatório e constataram que o nível da coluna de água estava em 1,5 metro. Decidiram, então, fazer um racionamento de água durante os 10 dias seguintes. Considere 3 como aproximação para π.

Qual é a quantidade mínima de água, em litro, que cada morador, em média, deverá economizar por dia, de modo que o reservatório não fique sem água nos próximos 10 dias?

A) 50

B) 60

C) 80

D) 140

E) 150

Resolução

Resposta: A

Restam $3 \cdot 5^2 \cdot 1{,}5 = 112{,}5$ m^3, ou 112500 L. Para 75 moradores durante 10 dias, cabem $112500/(75 \cdot 10) = 150$ L por pessoa por dia. A economia mínima é $200 - 150 = 50$ L.

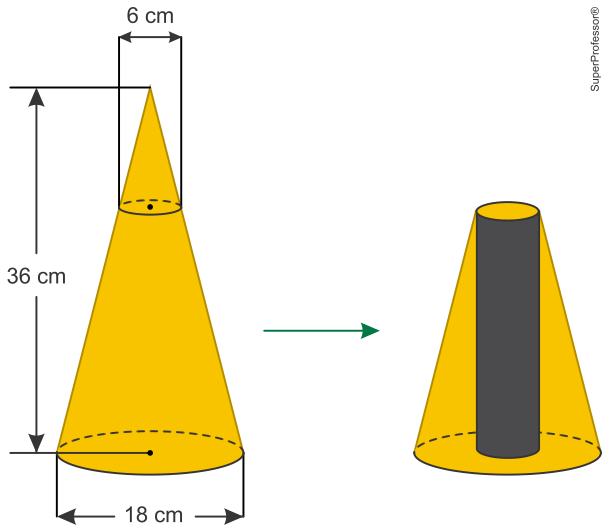
Item 086

2023 | R1-486

Fonte: referência 1, página 223.

Questão 486 (Habilidade 8) **Dificuldade 744,8**

Um artista plástico esculpe uma escultura a partir de um bloco de madeira de lei, em etapas. Inicialmente, esculpe um cone reto com 36 cm de altura e diâmetro da base medindo 18 cm. Em seguida, remove desse cone um cone menor, cujo diâmetro da base mede 6 cm, obtendo, assim, um tronco de cone, conforme ilustrado na figura.



Em seguida, perfura esse tronco de cone, removendo um cilindro reto, de diâmetro 6 cm, cujo eixo de simetria é o mesmo do cone original. Dessa forma, ao final, a escultura tem a forma de um tronco de cone com uma perfuração cilíndrica de base a base. O tipo de madeira utilizada para produzir essa escultura tem massa igual a 0,6 g por centímetro cúbico de volume. Utilize 3 como aproximação para π.

Qual é a massa, em grama, dessa escultura?

A) 1 198,8

B) 1 296,0

C) 1 360,8

D) 4 665,6

E) 4 860,0

Resolução **Resposta: B**

O cone original tem raio 9 e altura 36 cm. O cone retirado tem raio 3 e altura $36/3 = 12$ cm, por semelhança. O tronco tem altura 24 cm. Seu volume, menos a perfuração, é $\frac{1}{3} \cdot 3 \cdot 9^2 \cdot 36 - \frac{1}{3} \cdot 3 \cdot 3^2 \cdot 12 - 3 \cdot 3^2 \cdot 24 = 2160$ cm^3. A massa é $2160 \cdot 0{,}6 = 1296$ g.

Item 087

2024 | O2024-144

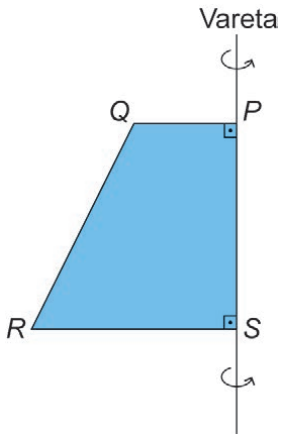
Fonte: INEP, caderno azul, página 18; questão 144.

QUESTÃO 144

Para obter um sólido de revolução (rotação de 360° em torno de um eixo fixo), uma professora realizou as seguintes etapas:

- recortou o trapézio retângulo *PQRS* de um material rígido;
- afixou o lado *PS* do trapézio em uma vareta fixa retilínea (eixo de rotação);
- girou o trapézio 360° em torno da vareta e obteve um sólido de revolução.

Observe a figura que apresenta o trapézio afixado na vareta e o sentido de giro.



O sólido obtido foi um(a)

A cone.
B cilindro.
C pirâmide.
D tronco de cone.
E tronco de pirâmide.

Resolução **Resposta: D**

Ao girar o trapézio em torno do lado perpendicular às bases, as duas bases geram círculos de raios distintos, e o lado inclinado gera a superfície lateral cônica. O sólido é um tronco de cone.

Item 088

2024 | O2024-149

Fonte: INEP, caderno azul, página 19; questão 149.

QUESTÃO 149

Em uma empresa é comercializado um produto em embalagens em formato de cilindro circular reto, com raio medindo 3 cm, e altura medindo 15 cm. Essa empresa planeja comercializar o mesmo produto em embalagens em formato de cubo, com capacidade igual a 80% da capacidade da embalagem cilíndrica utilizada atualmente.

Use 3 como valor aproximado para π.

A medida da aresta da nova embalagem, em centímetro, deve ser

A) 6
B) 18
C) $6\sqrt{6}$
D) $6\sqrt[3]{6}$
E) $3\sqrt[3]{12}$

Resolução **Resposta: E**

O cilindro comporta $3 \cdot 3^2 \cdot 15 = 405$ cm^3. O cubo deve comportar $0{,}80 \cdot 405 = 324$ cm^3. Logo, sua aresta é $\sqrt[3]{324} = 3\sqrt[3]{12}$ cm.

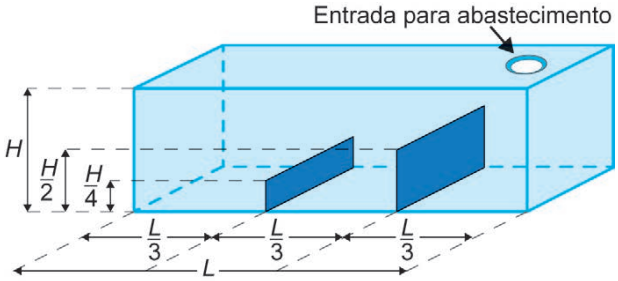
Item 089

2024 | O2024-161

Fonte: INEP, caderno azul, página 23; questão 161.

QUESTÃO 161

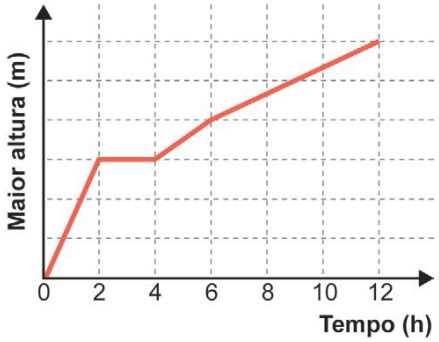
Um tanque, em formato de paralelepípedo reto retângulo, tem em seu interior dois anteparos verticais, fixados na sua base e em duas paredes opostas, sendo perpendiculares a elas, conforme a figura.



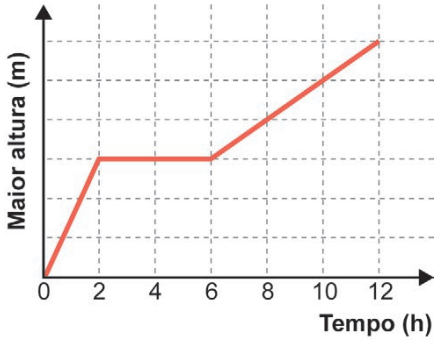
Esses anteparos, de espessuras desprezíveis, estão instalados de maneira a dividir a base do tanque em três retângulos congruentes, tendo suas alturas iguais à metade e a um quarto da altura do tanque. O tanque é abastecido por uma entrada situada no teto, através de um duto que despeja água a uma vazão constante, sendo necessárias 12 horas para finalizar o seu enchimento.

O gráfico que descreve, em cada instante, a maior altura de coluna de água, dentre aquelas que vão sendo formadas ao longo do enchimento do tanque, é

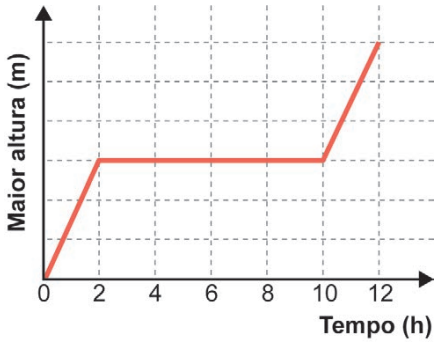
A



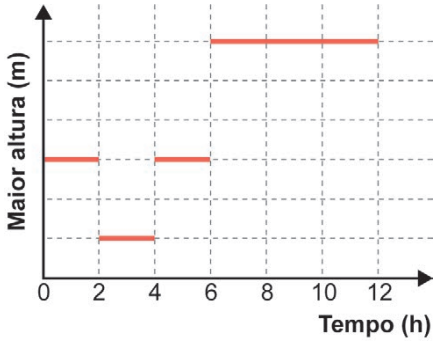
B



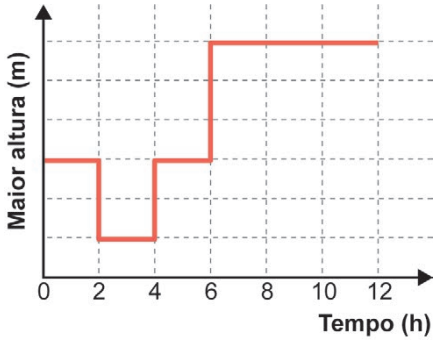
C



D



E



Item 089 – resolução 2024 / O2024-161

Resolução **Resposta: B**

Em 12 horas entra o volume total ALH, sendo A a largura. O primeiro terço da base recebe água até $H/2$: isso exige 1/6 do volume, ou 2 horas. Depois a água transborda para os outros compartimentos, enquanto a maior altura permanece $H/2$. Quando toda a base está coberta até essa altura, passaram 6 horas. Nas 6 horas restantes, a altura cresce linearmente de $H/2$ até H. Esse comportamento corresponde ao gráfico B.

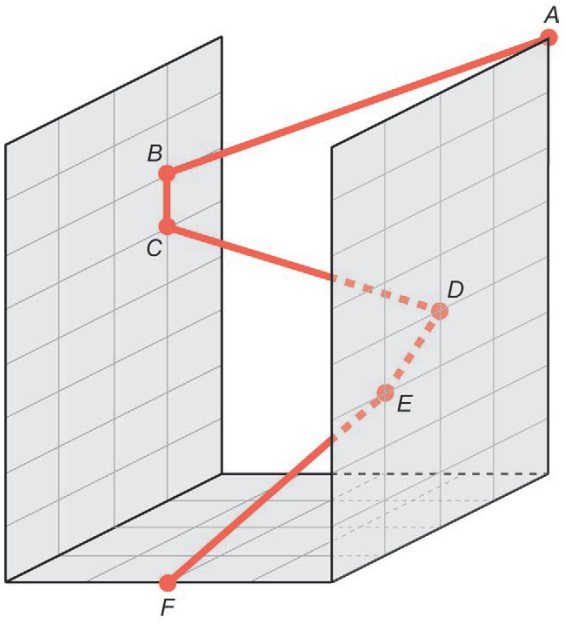
Item 090

2024 | O2024-174

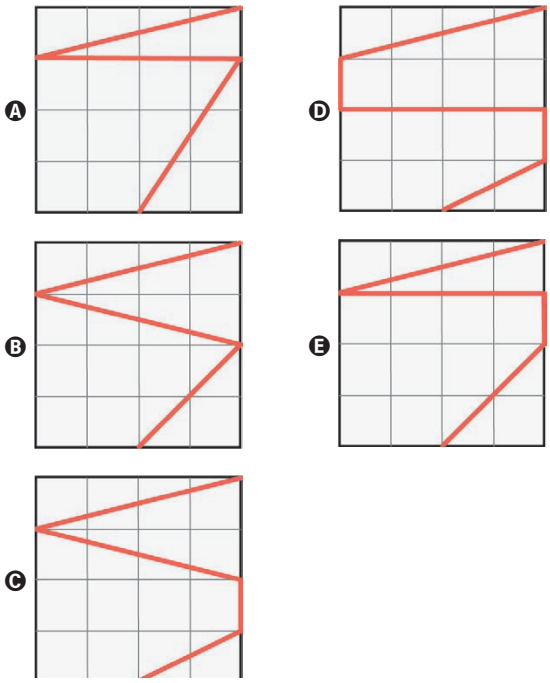
Fonte: INEP, caderno azul, página 29; questão 174.

QUESTÃO 174

Em um jogo virtual para celular, um personagem pode percorrer trajetórias retilíneas voando ou se deslocando ao longo de paredes. Considere que o personagem descreve a trajetória *ABCDEF*, em que os pontos *A*, *D* e *E* estão em um plano paralelo ao que contém os pontos *B* e *C*, sendo esses dois planos ortogonais ao plano da base que contém o ponto *F*, conforme a figura.



A projeção ortogonal, sobre o plano da base, da trajetória *ABCDEF* descrita pelo personagem é



Resolução **Resposta: C**

Projetar ortogonalmente sobre a base elimina apenas a altura. B e C, ligados por um segmento vertical, coincidem na projeção. D e E ficam na mesma borda lateral da base, enquanto A se projeta no canto superior direito e F na borda inferior. Ligando os pontos nessa ordem, obtém-se a figura da alternativa C.

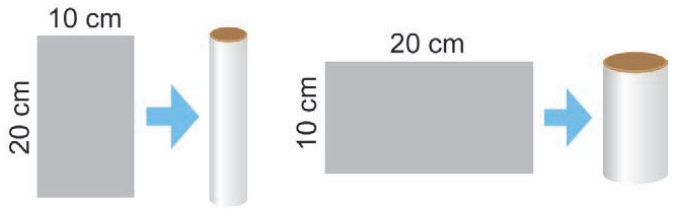
Item 091

2024 | O2024-175

Fonte: INEP, caderno azul, página 30; questão 175.

QUESTÃO 175

Uma indústria faz uma parceria com uma distribuidora de sucos para lançar no mercado dois tipos de embalagens. Para a fabricação dessas embalagens, a indústria dispõe de folhas de alumínio retangulares, de dimensões 10 cm por 20 cm. Cada uma dessas folhas é utilizada para formar a superfície lateral da embalagem, em formato de cilindro circular reto, que posteriormente recebe fundo e tampa circulares. A figura ilustra, dependendo de qual das duas extensões será utilizada como altura, as duas opções para formar a possível embalagem.



Embalagem 1 **Embalagem 2**

Dentre essas duas embalagens, a de maior capacidade apresentará volume, em centímetro cúbico, igual a

A $4\,000\,\pi$

B $2\,000\,\pi$

C $\dfrac{4\,000}{\pi}$

D $\dfrac{1000}{\pi}$

E $\dfrac{500}{\pi}$

Resolução **Resposta: D**

Se a circunferência da base é 20 cm, o raio é $10/\pi$ e a altura é 10 cm; o volume vale $\pi(10/\pi)^2 \cdot 10 = 1000/\pi$ cm^3. Na outra montagem, raio $5/\pi$ e altura 20 cm dão $500/\pi$ cm^3. O maior volume é $1000/\pi$ cm^3.

Item 092

2025 | O2025-144

Fonte: INEP, caderno azul, página 19; questão 144.

QUESTÃO 144

Uma fábrica utilizou uma impressora 3D para produzir o protótipo de uma peça. O protótipo tem forma de um poliedro convexo, obtido pela justaposição de dois sólidos distintos, um com a forma de um prisma hexagonal regular reto e o outro com a forma de um tronco de pirâmide hexagonal reta. A base maior do tronco de pirâmide coincide com uma das bases do prisma.

Após a impressão do protótipo, ele foi encaminhado ao setor de customização para realização da pintura de sua superfície. O critério definido para realização da pintura considera que faces congruentes entre si devem ser pintadas com uma mesma cor, e faces não congruentes entre si devem apresentar cores distintas.

Qual é a quantidade de cores utilizadas para pintar o protótipo?

A 9
B 8
C 6
D 4
E 3

Resolução **Resposta: D**

As faces externas têm quatro formatos: um hexágono maior, um hexágono menor, retângulos e trapézios. Faces de mesmo formato podem receber a mesma cor conforme a regra proposta. Logo, são necessárias quatro cores.

Item 093

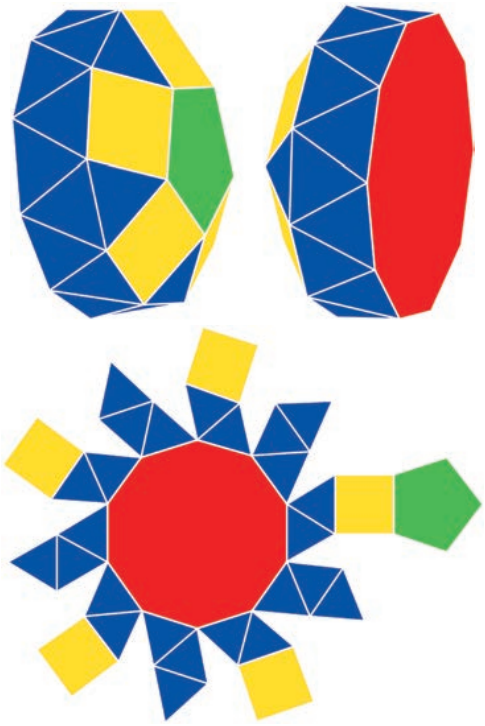
2025 | O2025-149

Fonte: INEP, caderno azul, página 21; questão 149.

QUESTÃO 149

A cúpula pentagonal giralongada é um poliedro de Johnson, cujas faces são polígonos regulares, mas que não é um poliedro de Platão, de Arquimedes, prisma ou antiprisma.

As figuras apresentam esse poliedro em duas posições e uma de suas planificações.



Quantos vértices tem esse poliedro?

A) 21
B) 25
C) 55
D) 80
E) 110

Resolução **Resposta: B**

O sólido possui três níveis de vértices: 10 no decágono inferior, 10 no decágono intermediário e 5 no pentágono superior. Os vértices da junção são contados apenas uma vez. Total: $10 + 10 + 5 = 25$ vértices.

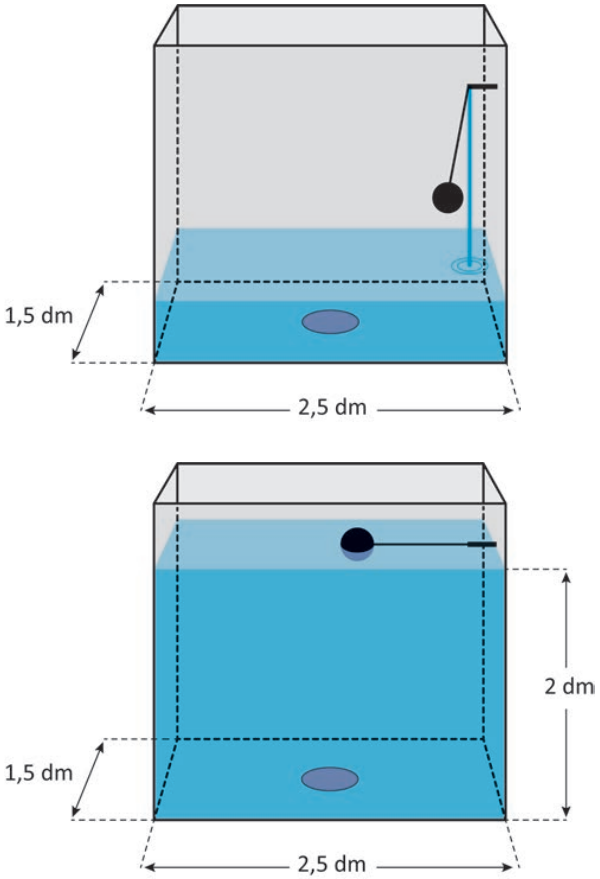
Item 094

2025 | O2025-170

Fonte: INEP, caderno azul, página 29; questão 170.

QUESTÃO 170

Uma caixa de descarga, acoplada a um vaso sanitário, tem a forma de paralelepípedo reto retângulo cujas dimensões internas da base são 2,5 dm e 1,5 dm. Nessa caixa há uma boia que interrompe o abastecimento quando a altura da coluna de água atinge 2 dm, conforme a figura.



A cada acionamento da descarga, todo o volume de água contida na caixa é despejado no vaso. Para reduzir o volume de água despejado a cada acionamento, uma pessoa colocará, no interior dessa caixa, garrafas de 300 mL, cheias de areia e tampadas, de modo a ficarem submersas quando o abastecimento for interrompido.

Para garantir o funcionamento eficiente, o mínimo de água despejada a cada acionamento deve ser de 5 L.

A quantidade máxima de garrafas que serão colocadas nessa caixa, garantindo um funcionamento eficiente, é igual a

A 10.
B 8.
C 4.
D 3.
E 2.

Resolução **Resposta: B**

O volume da caixa é $2{,}5 \cdot 1{,}5 \cdot 2 = 7{,}5$ dm^3, ou 7,5 L. Pode-se deslocar no máximo $7{,}5 - 5 = 2{,}5$ L de água. Cada garrafa ocupa 0,3 L, então $n \leq 2{,}5/0{,}3 = 8{,}33\ldots$. O máximo inteiro é 8 garrafas.

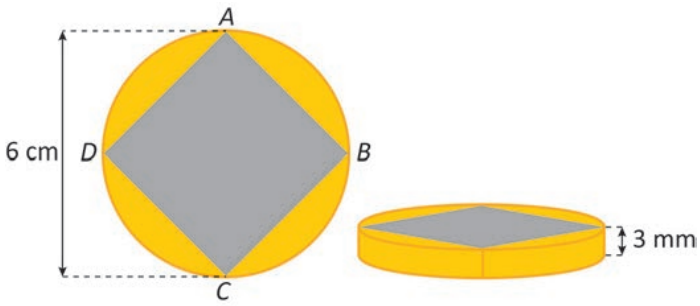
Item 095

2025 | O2025-177

Fonte: INEP, caderno azul, página 31; questão 177.

QUESTÃO 177

A figura ilustra o projeto visual para confecção de uma medalha comemorativa, com a forma de um cilindro circular reto, de diâmetro 6 cm e espessura 3 mm.



A figura *ABCD* tem a forma de um quadrado e é a base de um prisma que atravessa toda a medalha. A região da medalha externa a esse prisma será cunhada em ouro. Pretende-se cunhar 100 dessas medalhas.

Considere 3,1 como valor aproximado para π.

Qual é o volume de ouro, em centímetro cúbico, necessário para a confecção dessas medalhas?

A) 288
B) 297
C) 567
D) 990
E) 1 134

Resolução **Resposta: B**

O círculo tem raio 3 cm e área $3{,}1 \cdot 3^2 = 27{,}9$ cm^2. O quadrado inscrito tem diagonal 6 cm e área $6^2/2 = 18$ cm^2. A área de ouro é $27{,}9 - 18 = 9{,}9$ cm^2. Como a espessura é 0,3 cm, 100 medalhas exigem $100 \cdot 9{,}9 \cdot 0{,}3 = 297$ cm^3 de ouro.

Item 096

2026 | O2026-142

Fonte: INEP, caderno amarelo, página 17; questão 142.

QUESTÃO 142

Um artesão confeccionará um pingente conectando uma pirâmide a um prisma, formando um novo poliedro. Para isso, utiliza uma pirâmide com 10 arestas, cuja base é congruente às bases do prisma. Esses dois poliedros serão colados um ao outro, de forma a coincidirem as arestas da base da pirâmide com as arestas de uma das bases do prisma.

Quantas faces terá esse pingente?

A 11
B 13
C 19
D 21
E 23

Resolução **Resposta: A**

Uma pirâmide de base com n lados tem $2n$ arestas: $2n = 10$, logo a base é pentagonal. O prisma pentagonal tem $5+2 = 7$ faces e a pirâmide, $5+1 = 6$. Na colagem, a base da pirâmide e uma base do prisma deixam de ser faces externas: $7+6-2 = 11$ faces.

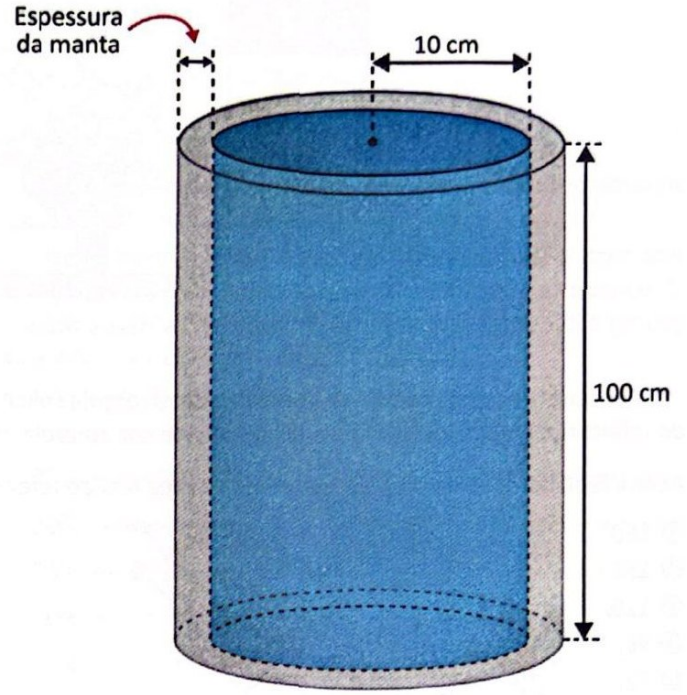
Item 097

2026 | O2026-165

Fonte: INEP, caderno amarelo, página 23; questão 165.

QUESTÃO 165

Uma equipe de estudantes de engenharia decidiu construir um modelo experimental de um foguete. Esse modelo tem internamente um compartimento na forma de cilindro circular reto, que deve ser protegido externamente com uma manta, formando um novo cilindro circular reto com mesma altura, como indicado na figura.



Essa equipe tem duas opções de material para a manta, cujas espessuras e preços estão apresentados no quadro.

Material	Espessura da manta (cm)	Preço (a cada 1 000 cm³)
I	1,0	R$ 26,00
II	2,0	R$ 12,00

Utilize 3 como aproximação para π.

A equipe terá menor custo na compra da manta cilíndrica se optar pelo material

A) I, apenas por apresentar a menor espessura.
B) I, pois apresenta um custo inferior ao do material II em R$ 6,60.
C) II, apenas por apresentar o menor preço por centímetro cúbico.
D) II, pois apresenta um custo inferior ao do material I em R$ 2,00.
E) II, pois apresenta um custo inferior ao do material I em R$ 5,40.

Resolução **Resposta: E**

A manta é a coroa cilíndrica entre os raios 10 cm e $10+e$, com 100 cm de altura. Material I ($e=1$): $3(11^2-10^2)\cdot 100 = 6300$ cm^3, custo $6{,}3\cdot 26 = 163{,}80$. Material II ($e=2$): $3(12^2-10^2)\cdot 100 = 13\,200$ cm^3, custo $13{,}2\cdot 12 = 158{,}40$. O material II sai R$ 5,40 mais barato.

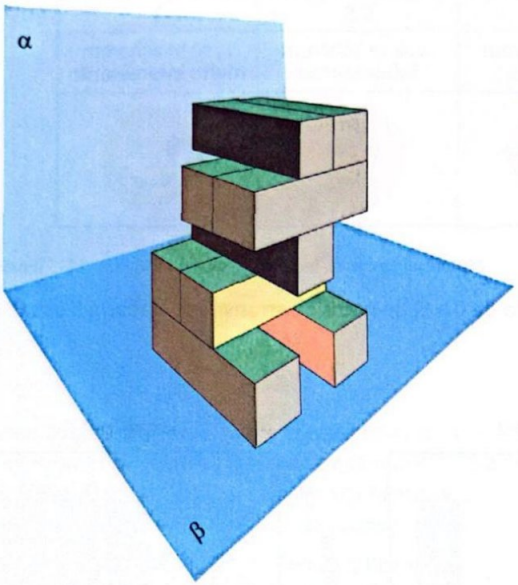
Item 098

2026 | O2026-168

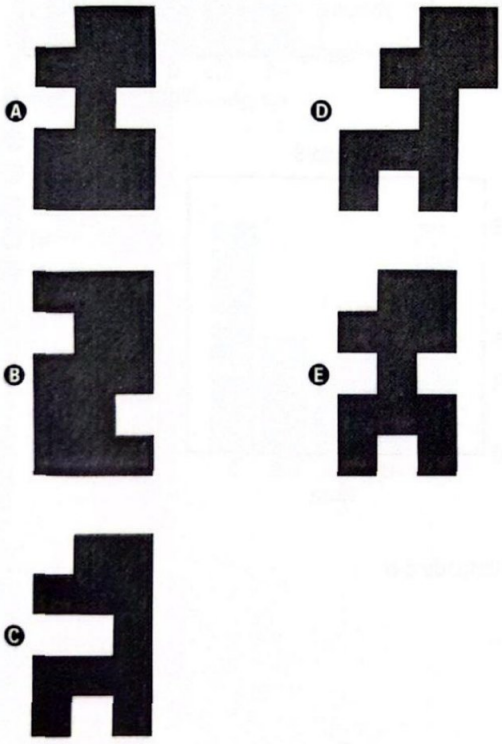
Fonte: INEP, caderno amarelo, página 25; questão 168.

QUESTÃO 168

Um jogo envolve blocos retangulares congruentes empilhados. A figura representa a configuração do empilhamento em uma etapa do jogo, de forma que uma das faces de cada bloco está paralela ao plano α, que é perpendicular ao plano β da base. *Faces verticais de mesma cor estão em um mesmo plano.*



A figura que representa a projeção ortogonal desse empilhamento sobre o plano α é



Item 098 – resolução 2026 / O2026-168

Resolução **Resposta: E**

O plano α é paralelo às faces escuras dos blocos; a projeção corresponde à vista frontal, olhando perpendicularmente a essas faces. De baixo para cima: na 1ª camada, dois blocos perpendiculares a α, nas laterais, com vão no meio; na 2^{a}, um bloco paralelo a α ocupa toda a largura; na 3^{a}, um bloco perpendicular a α projeta só um quadrado central; na 4^{a}, a largura toda volta a ser ocupada; no topo, a projeção ocupa duas das três colunas. Essa silhueta, com "pernas" separadas embaixo, é a da alternativa E.

Geometria analítica

Tema 09 | 10 itens com resoluções.

Item 001

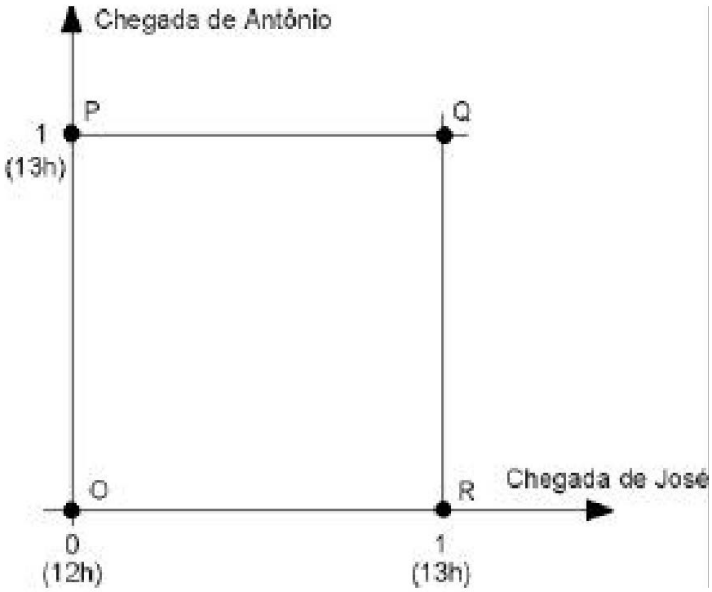
1999 | R2-38

Fonte: referência 2, página 92.

Enunciado e resolução da referência 2. Resposta: A.

42. (ENEM 1999) José e Antônio viajarão em seus carros com as respectivas famílias para a cidade de Serra Branca. Com a intenção de seguir viagem juntos, combinam um encontro no marco inicial da rodovia, onde chegarão, de modo independente, entre meio-dia e 1 hora da tarde. Entretanto, como não querem ficar muito tempo esperando um pelo outro, combinam que o primeiro que chegar ao marco inicial esperará pelo outro, no máximo, meia hora; após esse tempo, seguirá viagem sozinho.

Chamando de x o horário de chegada de José e de y o horário de chegada de Antônio, e representando os pares (x;y) em um sistema de eixos cartesianos, a região OPQR ao lado indicada corresponde ao conjunto de todas as possibilidades para o par (x;y):



Na região indicada, o conjunto de pontos que representa o evento "José e Antônio chegam ao marco inicial exatamente no mesmo horário" corresponde

(A) à diagonal OQ.
(B) à diagonal PR.
(C) ao lado PQ.
(D) ao lado QR.
(E) ao lado OR.

Chegar no marco inicial exatamente no mesmo horário → todos os pontos na região onde y = x → Diagonal OQ

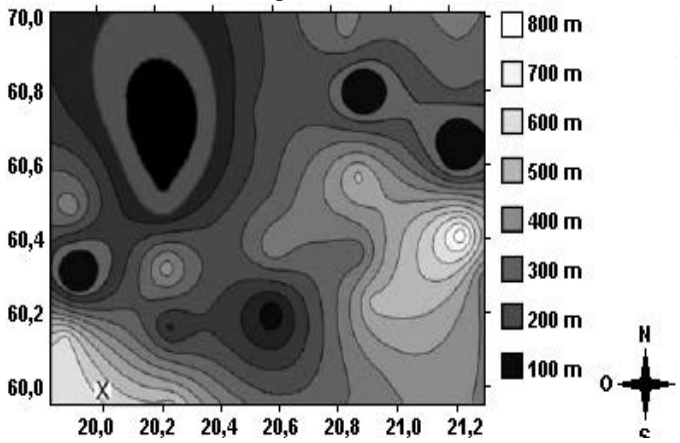
Gabarito "A"

Item 002

2010 | R3-05-04

Fonte: referência 3, página 49.

4. (Enem 2010) A figura a seguir é a representação de uma região por meio de curvas de nível, que são curvas fechadas representando a altitude da região, com relação ao nível do mar. As coordenadas estão expressas em graus de acordo com a longitude, no eixo horizontal, e a latitude, no eixo vertical. A escala em tons de cinza desenhada à direita está associada à altitude da região.



Um pequeno helicóptero usado para reconhecimento sobrevoa a região a partir do ponto X = (20; 60). O helicóptero segue o percurso:

0,8°L → 0,5°N → 0,2° O → 0,1° S → 0,4° N → 0,3 °L

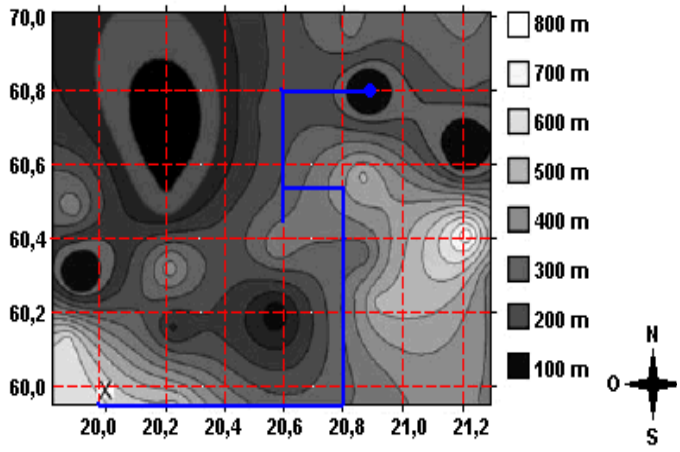
De acordo com as orientações, o helicóptero pousou em um local cuja altitude é
a) menor ou igual a 200 m.
b) maior que 200 m e menor ou igual a 400 m.
c) maior que 400 m e menor ou igual a 600 m.
d) maior que 600 m e menor ou igual a 800 m.
e) maior que 800 m.

Resolução

Resposta: A

Resposta da questão 4:
[A]

Esboço do trajeto descrito pelo avião



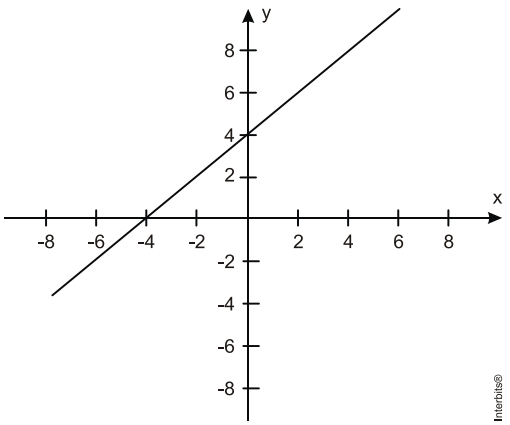
Resolução reproduzida da referência 3.

Item 003

2011 | R3-05-03

Fonte: referência 3, página 49.

3. (Enem 2011) Um bairro de uma cidade foi planejado em uma região plana, com ruas paralelas e perpendiculares, delimitando quadras de mesmo tamanho. No plano de coordenadas cartesianas seguinte, esse bairro localiza-se no segundo quadrante, e as distâncias nos eixos são dadas em quilômetros.



A reta de equação $y = x + 4$ representa o planejamento do percurso da linha do metrô subterrâneo que atravessará o bairro e outras regiões da cidade. No ponto $P = (-5,5)$, localiza-se um hospital público. A comunidade solicitou ao comitê de planejamento que fosse prevista uma estação do metrô de modo que sua distância ao hospital, medida em linha reta, não fosse maior que 5 km.
Atendendo ao pedido da comunidade, o comitê argumentou corretamente que isso seja automaticamente satisfeito, pois já estava prevista a construção de uma estação no ponto

a) $(-5,0)$.

b) $(-3,1)$.

c) $(-2,1)$.

d) $(0,4)$.

e) $(2,6)$.

Item 003 – resolução 2011 / R3-05-03

Resolução **Resposta: B**

Resposta da questão 3:
[B]

Os únicos pontos das opções das respostas que pertencem à reta são B (-3,1), D (0,4) e E (2,6);
Calculando agora a distância de P a cada um deles, temos:

$$d_{P,B} = \sqrt{(-5-(-3))^2 + (5-1)^2} = \sqrt{20} < 5$$

$$d_{P,D} = \sqrt{(-5-0))^2 + (5-4)^2} = \sqrt{26} > 5$$

$$d_{P,E} = \sqrt{(-5-2))^2 + (5-6)^2} = \sqrt{50} > 5$$

Logo, o ponto (-3,1) atende às condições do problema.

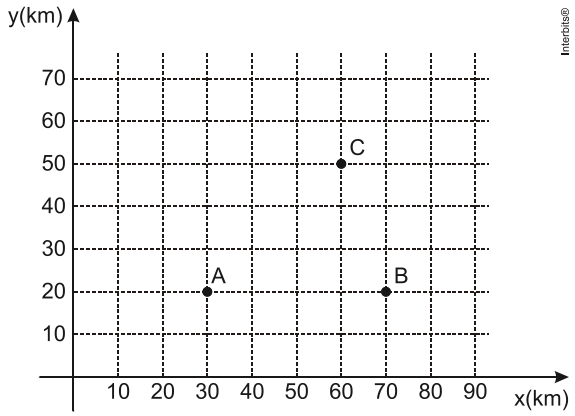
Resolução reproduzida da referência 3.

Item 004

2013 | R3-05-01

Fonte: referência 3, página 48.

1. (Enem 2013) Nos últimos anos, a televisão tem passado por uma verdadeira revolução, em termos de qualidade de imagem, som e interatividade com o telespectador. Essa transformação se deve à conversão do sinal analógico para o sinal digital. Entretanto, muitas cidades ainda não contam com essa nova tecnologia. Buscando levar esses benefícios a três cidades, uma emissora de televisão pretende construir uma nova torre de transmissão, que envie sinal às antenas A, B e C, já existentes nessas cidades. As localizações das antenas estão representadas no plano cartesiano:



A torre deve estar situada em um local equidistante das três antenas.

O local adequado para a construção dessa torre corresponde ao ponto de coordenadas
a) (65 ; 35).
b) (53 ; 30).
c) (45 ; 35).
d) (50 ; 20).
e) (50 ; 30).

Resolução **Resposta: E**

Resposta da questão 1:
[E]

O ponto procurado é o circuncentro do triângulo ABC.

Os pontos médios dos lados AB e BC são, respectivamente, $M_c = (50, 20)$ e $M_a = (65, 35)$. Além disso, o coeficiente angular da reta $\overleftarrow{BC}$ é dado por

$$\begin{aligned} m_{\overleftarrow{BC}} &= \frac{y_B - y_C}{x_B - x_C} \\ &= \frac{20 - 50}{70 - 60} \\ &= -3. \end{aligned}$$

A equação da mediatriz do lado BC é tal que

$$y - y_{M_c} = -\frac{1}{m_{\overleftarrow{BC}}}(x - x_{M_c}) \Leftrightarrow y - 35 = -\frac{1}{-3}(x - 65)$$

$$\Leftrightarrow y = \frac{1}{3}x - \frac{65}{3} + 35.$$

Agora, como AB é paralelo ao eixo das abscissas, segue-se que a equação da mediatriz do lado AB é $x = x_{M_c} = 50$.

Desse modo, a ordenada do circuncentro de ABC é dada por

$$y = \frac{1}{3} \cdot 50 - \frac{65}{3} + 35 = 30$$

e, portanto, o resultado pedido é $(50, 30)$.

Resolução reproduzida da referência 3.

Item 005

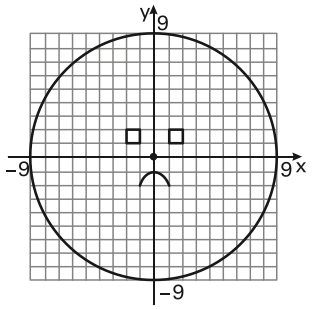
Fonte: referência 3, página 48.

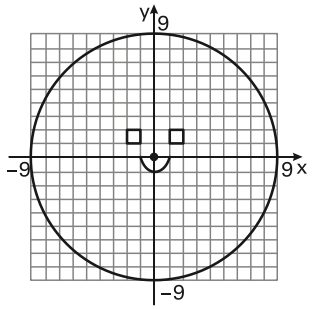
2. (Enem 2013) Durante uma aula de Matemática, o professor sugere aos alunos que seja fixado um sistema de coordenadas cartesianas (x, y) e representa na lousa a descrição de cinco conjuntos algébricos, I, II, III, IV e V, como se segue:

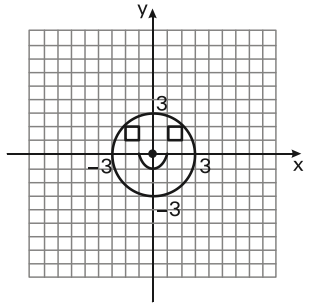
I. é a circunferência de equação $x^2 + y^2 = 9$;
II. é a parábola de equação $y = -x^2 - 1$, com x variando de –1 a 1;
III. é o quadrado formado pelos vértices (–2, 1), (–1, 1), (–1, 2) e (–2, 2);
IV. é o quadrado formado pelos vértices (1, 1), (2, 1), (2, 2) e (1, 2);
V. é o ponto (0, 0).

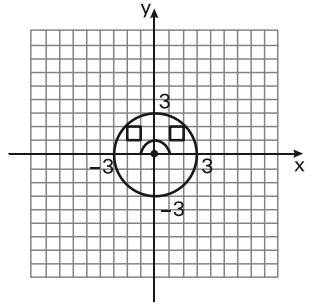
A seguir, o professor representa corretamente os cinco conjuntos sobre uma mesma malha quadriculada, composta de quadrados com lados medindo uma unidade de comprimento, cada, obtendo uma figura.

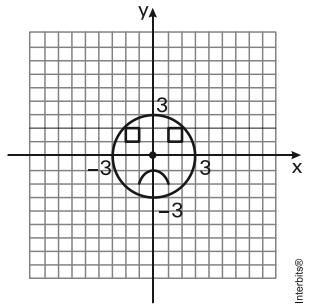
Qual destas figuras foi desenhada pelo professor?

a)


b)


c)


d)


e)


Item 005 – resolução

2013 / R3-05-02

Resolução

Resposta: E

Resposta da questão 2:

[E]

A circunferência de equação $x^2 + y^2 = 9$ possui centro no ponto $(0, 0)$ e raio igual a 3.

A parábola de equação $y = -x^2 - 1$, com x variando de -1 a 1, possui concavidade voltada para baixo e vértice no ponto $(0, -1)$.

Portanto, a única alternativa possível é a alternativa [E].

Resolução reproduzida da referência 3.

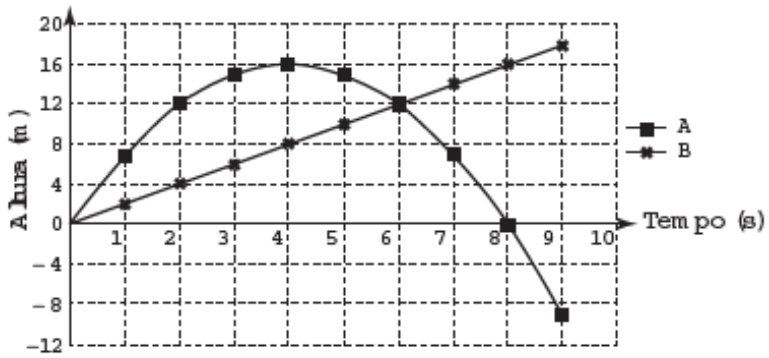
Item 006

2016 | R1-380

Fonte: referência 1, página 172.

Questão 380 (H26 | ENEM 2016) **Dificuldade 689,3**

Para uma feira de ciências, dois projéteis de foguetes, A e B, estão sendo construídos para serem lançados. O planejamento é que eles sejam lançados juntos, com o objetivo de o projétil B interceptar o A quando esse alcançar sua altura máxima. Para que isso aconteça, um dos projéteis descreverá uma trajetória parabólica, enquanto o outro irá descrever uma trajetória supostamente retilínea. O gráfico mostra as alturas alcançadas por esses projéteis em função do tempo, nas simulações realizadas.



Com base nessas simulações, observou-se que a trajetória do projétil B deveria ser alterada para que o objetivo fosse alcançado.

Para alcançar o objetivo, o coeficiente angular da reta que representa a trajetória de B deverá

A diminuir em 2 unidades. **B** diminuir em 4 unidades. **C** aumentar em 2 unidades.

D aumentar em 4 unidades. **E** aumentar em 8 unidades.

Resolução **Resposta: C**

O foguete B deve passar pela origem e pelo vértice da trajetória de A. Esse ponto exige inclinação 4, enquanto a reta atual tem inclinação 2. Portanto, o coeficiente angular precisa aumentar 2 unidades.

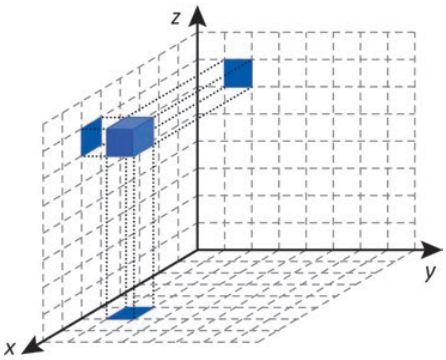
Item 007

2025 | O2025-138

Fonte: INEP, caderno azul, página 17; questão 138.

QUESTÃO 138

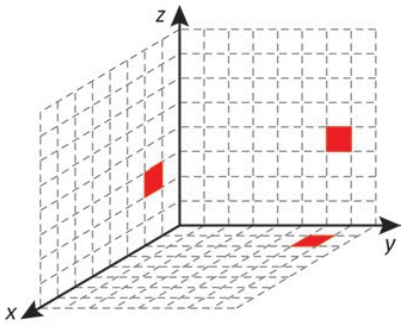
Em um jogo de computador, um cubo se encontra inicialmente posicionado conforme indicado na figura.



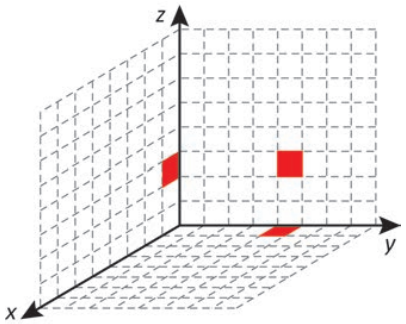
Cada deslocamento efetuado por esse cubo se dá sempre em uma das direções definidas pelos três eixos coordenados. Ao se movimentar a partir da posição inicial, esse cubo se aproximou 3 unidades do plano *yz*, se afastou 5 unidades do plano *xz* e se aproximou 4 unidades do plano *xy*.

A figura que apresenta as projeções ortogonais desse cubo sobre os três planos coordenados, após efetuar as movimentações descritas, é

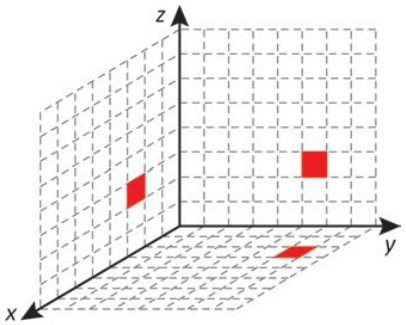
A



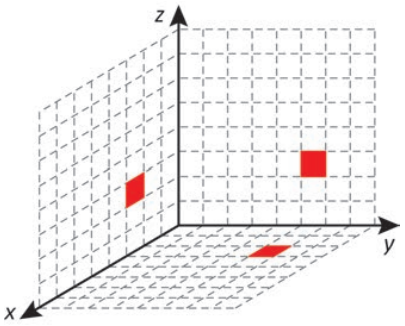
B



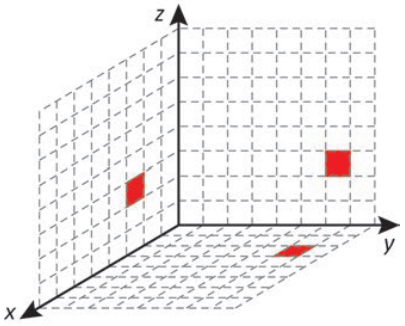
C



D



E



Item 007 – resolução 2025 / O2025-138

Resolução **Resposta: E**

A distância ao plano yz é a coordenada x; a distância a xz é y; e a distância a xy é z. Portanto, o movimento altera as coordenadas segundo $(x, y, z) \mapsto (x - 3, y + 5, z - 4)$. Em cada projeção, conserva-se o par de coordenadas do respectivo plano. Aplicando esses deslocamentos à malha, as três projeções finais são as da alternativa E.

Item 008

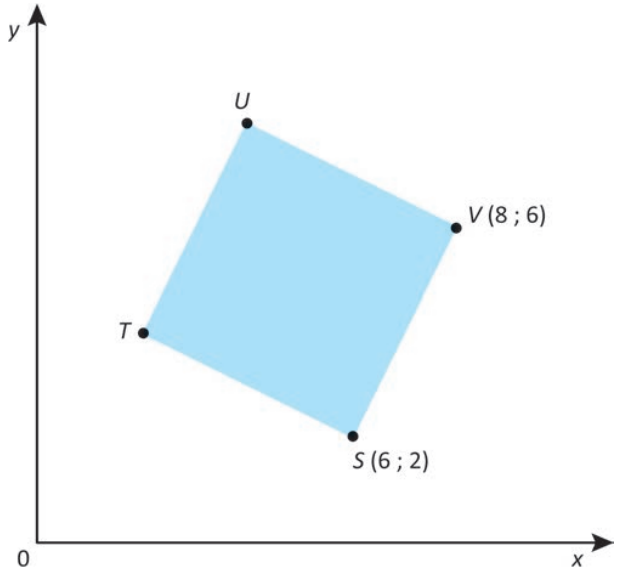
2025 | O2025-153

Fonte: INEP, caderno azul, página 22; questão 153.

QUESTÃO 153

Em um jogo digital, há três personagens: um herói e dois vilões. A programação é feita de tal forma que o herói sempre será atacado pelo vilão que estiver mais próximo dele. Uma das maneiras de "confundir" os vilões é movimentar o herói por trajetórias que o mantenha equidistante dos vilões, gerando indefinição entre eles e, com isso, não sendo atacado.

Para a programação de uma das etapas desse jogo o programador considerou, no plano cartesiano, o quadrado *STUV* como a região de movimentação dos personagens, onde *V* e *T* representam as posições fixas dos vilões, e *S*, a posição inicial do herói, como apresentado na figura.



Qual é a equação da trajetória em que o herói poderá se movimentar sem ser atacado?

A $y = -3x + 20$
B $y = -3x + 16$
C $y = -3x - 20$
D $y = 3x + 16$
E $y = 3x - 16$

Resolução **Resposta: A**

O herói precisa permanecer na mediatriz de VT, que, nesse quadrado, é a outra diagonal SU. De $S = (6, 2)$ a $V = (8, 6)$, o vetor de um lado é $(2, 4)$; girando-o 90°, o outro lado tem vetor $(-4, 2)$. Assim, a diagonal SU tem direção $(-2, 6)$, de inclinação -3. Passando por S, sua equação é $y - 2 = -3(x - 6)$, ou $y = -3x + 20$.

Item 009

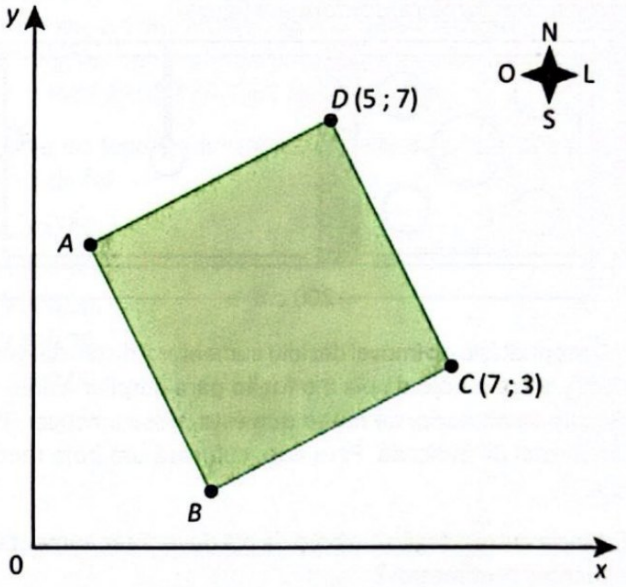
2026 | O2026-143

Fonte: INEP, caderno amarelo, página 17; questão 143.

QUESTÃO 143

Um jardim, cuja vista superior é o quadrado *ABCD*, será reformado para dar lugar a um novo jardim cuja vista superior seja a de um círculo. O jardim circular deverá conter a região do jardim original e ter a menor área possível.

Para viabilizar o projeto, foi feita a representação no plano cartesiano do jardim original, em que os eixos foram orientados nas direções sul-norte e oeste-leste e graduados em metro. Os pontos que correspondem aos vértices *C* e *D* do jardim original estão com suas coordenadas explicitadas, conforme figura.



Qual é a equação da circunferência que delimitará a região do novo jardim?

A $x^2 + y^2 - 10 = 0$

B $x^2 + y^2 - 8x - 8y + 22 = 0$

C $x^2 + y^2 - 16x - 12y + 90 = 0$

D $x^2 + y^2 - 12x - 10y + 56 = 0$

E $x^2 + y^2 + 8x + 8y + 32 - \sqrt{10} = 0$

Resolução **Resposta: B**

De $C(7;3)$ para $D(5;7)$, o vetor é $(-2;4)$. O lado CB é perpendicular e tem o mesmo comprimento: $(-4;-2)$; assim, $B(3;1)$ e $A = D + (-4;-2) = (1;5)$. O menor círculo que contém o quadrado é o circunscrito: centro no ponto médio de AC, $(4;4)$, e $r^2 = (7-4)^2 + (3-4)^2 = 10$. Equação: $(x-4)^2+(y-4)^2 = 10 \iff x^2+y^2-8x-8y+22 = 0$.

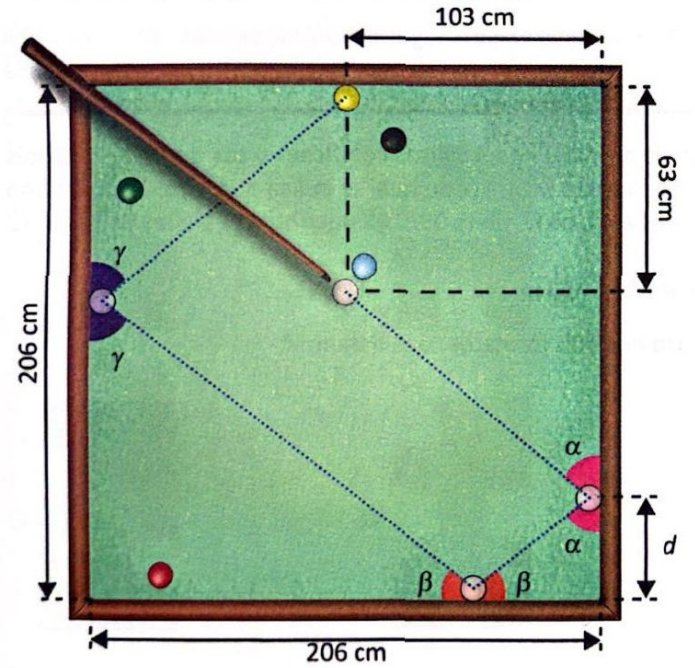
Item 010

2026 | O2026-164

Fonte: INEP, caderno amarelo, página 23; questão 164.

QUESTÃO 164

Em um tipo de mesa de bilhar, sem caçapas, cujo tampo tem o formato de um quadrado com 206 cm de lado e as bolas têm 3 cm de raio, um jogador precisa dar uma tacada na bola branca e fazê-la acertar a bola amarela, sem tocar em outra bola. Para isso, ele considerou uma trajetória poligonal que a bola branca poderia percorrer, rebatendo em três lados distintos da mesa, antes de acertar a bola amarela, conforme indicado na figura, apresentada fora de escala.



Qual deve ser a distância *d*, em centímetro, indicada na figura, para que a bola branca consiga acertar a bola amarela ao percorrer a trajetória considerada pelo jogador?

A) 40
B) 55
C) 58
D) 61
E) 70

Resolução **Resposta: C**

Trabalhe com o centro das bolas, que se move num quadrado de lado $206 - 2 \cdot 3 = 200$ (coordenadas a 3 cm das bordas). Origem no canto inferior esquerdo desse quadrado: branca $W(100; 140)$, pois está a $206 - 103 = 103$ cm da borda esquerda e a 63 cm da superior; amarela, encostada na borda superior, $Y(100; 200)$. As tabelas são, em ordem, direita, inferior e esquerda. Refletindo Y na ordem inversa: na esquerda, $(-100; 200)$; na inferior, $(-100; -200)$; na direita, $(500; -200)$. A reta de W a $(500; -200)$ tem inclinação $-340/400 = -0{,}85$ e atinge $x = 200$ em $y = 140 - 85 = 55$. Medindo a partir da borda da mesa, $d = 55 + 3 = 58$ cm.

Análise combinatória

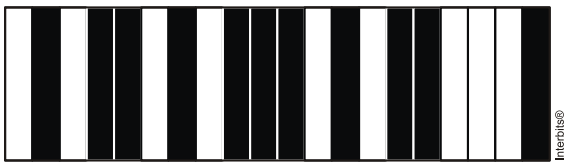
Tema 10 | 40 itens com resoluções.

Item 001

2002 | R3-09-15

Fonte: referência 3, página 74.

15. (Enem 2002) O código de barras, contido na maior parte dos produtos industrializados, consiste num conjunto de várias barras que podem estar preenchidas com cor escura ou não. Quando um leitor óptico passa sobre essas barras, a leitura de uma barra clara é convertida no número 0 e a de uma barra escura, no número 1. Observe a seguir um exemplo simplificado de um código em um sistema de código com 20 barras.



Se o leitor óptico for passado da esquerda para a direita irá ler: 01011010111010110001

Se o leitor óptico for passado da direita para a esquerda irá ler: 10001101011101011010

No sistema de código de barras, para se organizar o processo de leitura óptica de cada código, deve-se levar em consideração que alguns códigos podem ter leitura da esquerda para a direita igual à da direita para a esquerda, como o código 00000000111100000000, no sistema descrito acima.

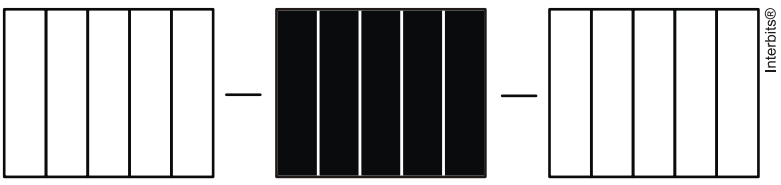
Em um sistema de códigos que utilize apenas cinco barras, a quantidade de códigos com leitura da esquerda para a direita igual à da direita para a esquerda, desconsiderando-se todas as barras claras ou todas as escuras, é

a) 14.
b) 12.
c) 8.
d) 6.
e) 4.

Resolução

Resposta: D

Resposta da questão 15:
[D]



2.2.2.1.1 - 1 (todas pretas) - 1 (todas brancas) = 6

Médias

Resolução reproduzida da referência 3.

Item 002

2004 | R3-09-14

Fonte: referência 3, página 73.

14. (Enem 2004) No Nordeste brasileiro, é comum encontrarmos peças de artesanato constituídas por garrafas preenchidas com areia de diferentes cores, formando desenhos. Um artesão deseja fazer peças com areia de cores cinza, azul, verde e amarela, mantendo o mesmo desenho, mas variando as cores da paisagem (casa, palmeira e fundo), conforme a figura.



O fundo pode ser representado nas cores azul ou cinza; a casa, nas cores azul, verde ou amarela; e a palmeira, nas cores cinza ou verde. Se o fundo não pode ter a mesma cor nem da casa nem da palmeira, por uma questão de contraste, então o número de variações que podem ser obtidas para a paisagem é

a) 6.
b) 7.
c) 8.
d) 9.
e) 10.

Resolução **Resposta: B**

Resposta da questão 14:
[B]

Se o fundo for azul, teremos 2 escolhas para a casa e 2 escolhas para a palmeira. Se o fundo for cinza, teremos 3 escolhas para a casa e 1 escolha para a palmeira.

Portanto, existem $2 \cdot 2 + 3 \cdot 1 = 7$ variações possíveis.

Resolução reproduzida da referência 3.

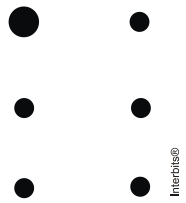
Item 003

2005 | R3-09-13

Fonte: referência 3, página 73.

13. (Enem 2005) A escrita Braile para cegos é um sistema de símbolos no qual cada caractere é um conjunto de 6 pontos dispostos em forma retangular, dos quais pelo menos um se destaca em relação aos demais.

Por exemplo, a letra A é representada por



O número total de caracteres que podem ser representados no sistema Braile é

a) 12.
b) 31.
c) 36.
d) 63.
e) 720.

Resolução

Resposta: D

Resposta da questão 13:
[D]

Cada ponto pode ou não se destacar em relação aos demais. Logo, pelo Princípio Fundamental da contagem, há

$$2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 = 64$$

conjuntos possíveis, sendo que em um deles nenhum dos pontos se destaca em relação aos demais. Portanto, o número total de caracteres que podem ser representados no sistema Braile é $64 - 1 = 63$.

Resolução reproduzida da referência 3.

Item 004

2007 | R3-09-12

Fonte: referência 3, página 73.

12. (Enem 2007) Estima-se que haja, no Acre, 209 espécies de mamíferos, distribuídas conforme a tabela a seguir.

grupos taxonômicos	número de espécies
Artiodáctilos	4
Carnívoros	18
Cetáceos	2
Quirópteros	103
Lagomorfos	1
Marsupiais	16
Perissodáctilos	1
Primatas	20
Roedores	33
Sirênios	1
Edentados	10
Total	209

T & C Amazônia, ano 1, n.º 3, dez./2003.

Deseja-se realizar um estudo comparativo entre três dessas espécies de mamíferos - uma do grupo Cetáceos, outra do grupo Primatas e a terceira do grupo Roedores.

O número de conjuntos distintos que podem ser formados com essas espécies para esse estudo é igual a

a) 1.320.
b) 2.090.
c) 5.845.
d) 6.600.
e) 7.245.

Resolução **Resposta: A**

Resposta da questão 12:
[A]

Há $\binom{2}{1} = 2$ modos de escolher um espécime do grupo Cetáceos, $\binom{20}{1} = 20$ modos de escolher um espécime do grupo Primatas e $\binom{33}{1} = 33$ modos de escolher um espécime do grupo Roedores.

Portanto, pelo PFC, podemos formar $2 \cdot 20 \cdot 33 = 1320$ conjuntos distintos.

Resolução reproduzida da referência 3.

Item 005

2009 | R3-09-09

Fonte: referência 3, página 72.

9. (Enem 2009) A população brasileira sabe, pelo menos intuitivamente, que a probabilidade de acertar as seis dezenas da mega sena não é zero, mas é quase.

Mesmo assim, milhões de pessoas são atraídas por essa loteria, especialmente quando o prêmio se acumula em valores altos. Até junho de 2009, cada aposta de seis dezenas, pertencentes ao conjunto {01, 02, 03, ..., 59, 60}, custava R$ 1,50.

Disponível em: www.caixa.gov.br. Acesso em: 7 jul. 2009.

Considere que uma pessoa decida apostar exatamente R$ 126,00 e que esteja mais interessada em acertar apenas cinco das seis dezenas da mega sena, justamente pela dificuldade desta última. Nesse caso, é melhor que essa pessoa faça 84 apostas de seis dezenas diferentes, que não tenham cinco números em comum, do que uma única aposta com nove dezenas, porque a probabilidade de acertar a quina no segundo caso em relação ao primeiro é, aproximadamente,

a) $1\frac{1}{2}$ vez menor.

b) $2\frac{1}{2}$ vezes menor.

c) 4 vezes menor.

d) 9 vezes menor.

e) 14 vezes menor.

Resolução

Resposta: C

Resposta da questão 9:
[C]

Número de possibilidades de 84 apostas de seis dezenas diferentes. $84.C_{6,5} = 84.6 = 504$

Número de possibilidades de se obter a quina com uma única aposta de 9 dezenas. C9,5 = 126

126 é a quarta parte de 504 logo a alternativa correta é a letra c.

Resolução reproduzida da referência 3.

Item 006

2009 | R3-09-10

Fonte: referência 3, página 73.

10. (Enem 2009) Doze times se inscreveram em um torneio de futebol amador. O jogo de abertura do torneio foi escolhido da seguinte forma: primeiro foram sorteados 4 times para compor o Grupo A. Em seguida, entre os times do Grupo A, foram sorteados 2 times para realizar o jogo de abertura do torneio, sendo que o primeiro deles jogaria em seu próprio campo, e o segundo seria o time visitante.

A quantidade total de escolhas possíveis para o Grupo A e a quantidade total de escolhas dos times do jogo de abertura podem ser calculadas através de

a) uma combinação e um arranjo, respectivamente.
b) um arranjo e uma combinação, respectivamente.
c) um arranjo e uma permutação, respectivamente.
d) duas combinações.
e) dois arranjos.

Resolução

Resposta: A

Resposta da questão 10:
[A]

Para o grupo A a ordem dos elementos não importa o que nos leva a pensar numa combinação.
Mas no jogo de abertura existe o time que jogará em sua caso, então temos um arranjo.
Logo a alternativa A é a correta.

Resolução reproduzida da referência 3.

Item 007

2009 | R3-09-11

Fonte: referência 3, página 73.

11. (Enem cancelado 2009) Em um concurso realizado em uma lanchonete, apresentavam-se ao consumidor quatro cartas voltadas para baixo, em ordem aleatória, diferenciadas pelos algarismos 0, 1, 2 e 5. O consumidor selecionava uma nova ordem ainda com as cartas voltadas para baixo. Ao desvirá-las, verificava-se quais delas continham o algarismo na posição correta dos algarismos do número 12,50 que era o valor, em reais, do trio-promoção. Para cada algarismo na posição acertada, ganhava-se R$ 1,00 de desconto. Por exemplo, se a segunda carta da sequência escolhida pelo consumidor fosse 2 e a terceira fosse 5, ele ganharia R$ 2,00 de desconto.

Qual é a probabilidade de um consumidor **não** ganhar qualquer desconto?

a) $\frac{1}{24}$

b) $\frac{3}{24}$

c) $\frac{1}{3}$

d) $\frac{1}{4}$

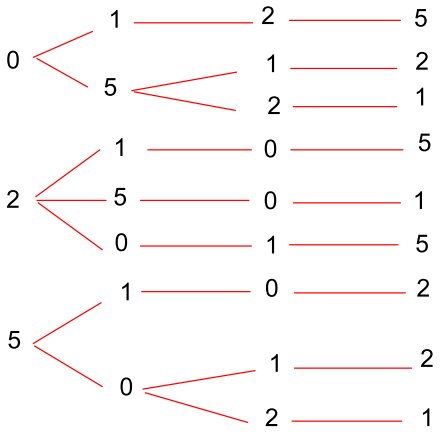
e) $\frac{1}{2}$

Resolução

Sem alternativa

Resposta da questão 11:
Sem resposta

Observe o esquema que nos mostra as possíveis disposições dos algarismos



9 possibilidades
Número total de possibilidades: 4! = 24

$P = \frac{9}{24} = \frac{3}{8}$

Não existe alternativa correta.

Resolução reproduzida da referência 3.

Item 008

Fonte: referência 3, página 72.

7. (Enem 2ª aplicação 2010) Considere que um professor de arqueologia tenha obtido recursos para visitar 5 museus, sendo 3 deles no Brasil e 2 fora do país. Ele decidiu restringir sua escolha aos museus nacionais e internacionais relacionados na tabela a seguir.

Museus nacionais	**Museus internacionais**
Masp — São Paulo	**Louvre** — Paris
MAM — São Paulo	**Prado** — Madri
Ipiranga — São Paulo	**British Museum** — Londres
Imperial — Petrópolis	**Metropolitan** — Nova York

De acordo com os recursos obtidos, de quantas maneiras diferentes esse professor pode escolher os 5 museus para visitar?
a) 6
b) 8
c) 20
d) 24
e) 36

Resolução

Resposta: D

Resposta da questão 7:
[D]

O professor pode escolher 3 museus no Brasil de $\binom{4}{3} = 4$ modos distintos e pode escolher 2 museus no exterior de $\binom{4}{2} = \frac{4!}{2!2!} = 6$ maneiras. Portanto, pelo PFC, o professor pode escolher os 5 museus para visitar de $4 \cdot 6 = 24$ maneiras diferentes.

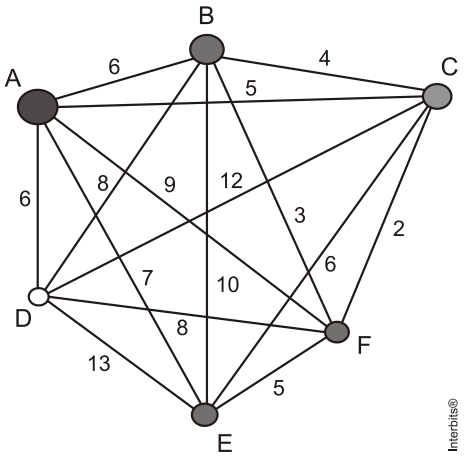
Resolução reproduzida da referência 3.

Item 009

2010 | R3-09-08

Fonte: referência 3, página 72.

8. (Enem 2010) João mora na cidade A e precisa visitar cinco clientes, localizados em cidades diferentes da sua. Cada trajeto possível pode ser representado por uma sequência de 7 letras. Por exemplo, o trajeto ABCDEFA, informa que ele saíra da cidade A, visitando as cidades B, C, D, E e F nesta ordem, voltando para a cidade A. Além disso, o número indicado entre as letras informa o custo do deslocamento entre as cidades. A figura mostra o custo de deslocamento entre cada uma das cidades.



Como João quer economizar, ele precisa determinar qual o trajeto de menor custo para visitar os cinco clientes. Examinando a figura, percebe que precisa considerar somente parte das sequências, pois os trajetos ABCDEFA e AFEDCBA têm o mesmo custo. Ele gasta 1 min30s para examinar uma sequência e descartar sua simétrica, conforme apresentado.

O tempo mínimo necessário para João verificar todas as sequências possíveis no problema é de
a) 60 min.
b) 90 min.
c) 120 min.
d) 180 min.
e) 360 min.

Resolução **Resposta: B**

Resposta da questão 8:
[B]

5! = 120 sequências possíveis para se visitar as 5 cidades. Desconsiderando as simétricas, termos 60 sequências para visitar, logo o tempo necessário será de 1,5. 60 = 90 minutos.

Resolução reproduzida da referência 3.

Item 010

2011 | R3-09-06

Fonte: referência 3, página 71.

6. (Enem 2011) O setor de recursos humanos de uma empresa vai realizar uma entrevista com 120 candidatos a uma vaga de contador. Por sorteio, eles pretendem atribuir a cada candidato um número, colocar a lista de números em ordem numérica crescente e usá-la para convocar os interessados. Acontece que, por um defeito do computador, foram gerados números com 5 algarismos distintos e, em nenhum deles, apareceram dígitos pares.
Em razão disso, a ordem de chamada do candidato que tiver recebido o número 75.913 é
a) 24.
b) 31.
c) 32.
d) 88.
e) 89.

Resolução

Resposta: E

Resposta da questão 6:
[E]

Começando com 1: 4! = 24
Começando com 3: 4! = 24
Começando com 5: 4! = 24
Começando com 71: 3! = 6
Começando com 73: 3! = 6
Começando com 751: 2! = 2
Começando com 753: 2! = 2
O próximo será 75913

Logo, 24 + 24 + 24 + 6 + 6 + 2 + 2 + 1 = 89 (octogésima nona posição).

Resolução reproduzida da referência 3.

Item 011

2012 | R3-09-04

Fonte: referência 3, página 71.

4. (Enem 2012) O diretor de uma escola convidou os 280 alunos de terceiro ano a participarem de uma brincadeira. Suponha que existem 5 objetos e 6 personagens numa casa de 9 cômodos; um dos personagens esconde um dos objetos em um dos cômodos da casa. O objetivo da brincadeira é adivinhar qual objeto foi escondido por qual personagem e em qual cômodo da casa o objeto foi escondido.
Todos os alunos decidiram participar. A cada vez um aluno é sorteado e dá a sua resposta. As respostas devem ser sempre distintas das anteriores, e um mesmo aluno não pode ser sorteado mais de uma vez. Se a resposta do aluno estiver correta, ele é declarado vencedor e a brincadeira é encerrada.
O diretor sabe que algum aluno acertará a resposta porque há
a) 10 alunos a mais do que possíveis respostas distintas.
b) 20 alunos a mais do que possíveis respostas distintas.
c) 119 alunos a mais do que possíveis respostas distintas.
d) 260 alunos a mais do que possíveis respostas distintas.
e) 270 alunos a mais do que possíveis respostas distintas.

Resolução

Resposta: A

Resposta da questão 4:
[A]

Pelo PFC, existem $5 \cdot 6 \cdot 9 = 270$ respostas possíveis.
Portanto, o diretor sabe que algum aluno acertará a resposta porque há $280 - 270 = 10$ alunos a mais do que o número de respostas possíveis.

Resolução reproduzida da referência 3.

Item 012

2012 | R3-09-05

Fonte: referência 3, página 71.

5. (Enem 2012) O *designer* português Miguel Neiva criou um sistema de símbolos que permite que pessoas daltônicas identifiquem cores. O sistema consiste na utilização de símbolos que identificam as cores primárias (azul, amarelo e vermelho). Além disso, a justaposição de dois desses símbolos permite identificar cores secundárias (como o verde, que é o amarelo combinado com o azul). O preto e o branco são identificados por pequenos quadrados: o que simboliza o preto é cheio, enquanto o que simboliza o branco é vazio. Os símbolos que representam preto e branco também podem ser associados aos símbolos que identificam cores, significando se estas são claras ou escuras.

Folha de Sao Paulo. Disponível em: www1.folha.uol.com.br. Acesso em: 18 fev. 2012. (adaptado)

De acordo com o texto, quantas cores podem ser representadas pelo sistema proposto?
a) 14
b) 18
c) 20
d) 21
e) 23

Resolução

Resposta: C

Resposta da questão 5:
[C]

Cores primárias: 3 (vermelho, amarelo e azul).

Cores secundárias: 3 (verde, (amarelo e azul), violeta (azul e vermelho) e laranja (amarelo e vermelho))

Cada uma dessas cores terá três tonalidades (normal, clara e escura).

Preto e branco: 2.

Portanto, o total de cores será $3.(3 + 3) + 2 = 20$.

Resolução reproduzida da referência 3.

Item 013

2013 | R3-09-01

Fonte: referência 3, página 70.

1. (Enem 2013) Considere o seguinte jogo de apostas:

Numa cartela com 60 números disponíveis, um apostador escolhe de 6 a 10 números. Dentre os números disponíveis, serão sorteados apenas 6. O apostador será premiado caso os 6 números sorteados estejam entre os números escolhidos por ele numa mesma cartela.
O quadro apresenta o preço de cada cartela, de acordo com a quantidade de números escolhidos.

Quantidade de números escolhidos em uma cartela	Preço da cartela (R$)
6	2,00
7	12,00
8	40,00
9	125,00
10	250,00

Cinco apostadores, cada um com R$500,00 para apostar, fizeram as seguintes opções:
- Arthur: 250 cartelas com 6 números escolhidos;
- Bruno: 41 cartelas com 7 números escolhidos e 4 cartelas com 6 números escolhidos;
- Caio: 12 cartelas com 8 números escolhidos e 10 cartelas com 6 números escolhidos;
- Douglas: 4 cartelas com 9 números escolhidos;
- Eduardo: 2 cartelas com 10 números escolhidos.

Os dois apostadores com maiores probabilidades de serem premiados são
a) Caio e Eduardo.
b) Arthur e Eduardo.
c) Bruno e Caio.
d) Arthur e Bruno.
e) Douglas e Eduardo.

Resolução

Resposta: A

Resposta da questão 1:
[A]

Supondo que duas cartelas de um mesmo jogador não possuem 6 dezenas iguais, segue-se que Arthur, Bruno, Caio, Douglas e Eduardo possuem, respectivamente, as seguintes possibilidades de serem premiados:

$$250;\ 41\cdot\binom{7}{6}+4=291;\ 12\cdot\binom{8}{6}+10=346;$$

$$4\cdot\binom{9}{6}=336 \text{ e } 2\cdot\binom{10}{6}=420.$$

Portanto, como o número de casos possíveis para o resultado do sorteio é o mesmo para todos, podemos concluir que Caio e Eduardo são os que têm as maiores probabilidades de serem premiados.

Resolução reproduzida da referência 3.

Item 014

2013 | R3-09-02

Fonte: referência 3, página 71.

2. (Enem 2013) Um banco solicitou aos seus clientes a criação de uma senha pessoal de seis dígitos, formada somente por algarismos de 0 a 9, para acesso à conta-corrente pela internet.
Entretanto, um especialista em sistemas de segurança eletrônica recomendou à direção do banco recadastrar seus usuários, solicitando, para cada um deles, a criação de uma nova senha com seis dígitos, permitindo agora o uso das 26 letras do alfabeto, além dos algarismos de 0 a 9. Nesse novo sistema, cada letra maiúscula era considerada distinta de sua versão minúscula. Além disso, era proibido o uso de outros tipos de caracteres.
Uma forma de avaliar uma alteração no sistema de senhas é a verificação do coeficiente de melhora, que é a razão do novo número de possibilidades de senhas em relação ao antigo.

O coeficiente de melhora da alteração recomendada é

a) $\frac{62^6}{10^6}$

b) $\frac{62!}{10!}$

c) $\frac{62!\,4!}{10!\,56!}$

d) $62! - 10!$

e) $62^6 - 10^6$

Resolução

Resposta: A

Resposta da questão 2:
[A]

Sabendo que cada letra maiúscula difere da sua correspondente minúscula, há $2 \cdot 26 + 10 = 62$ possibilidades para cada dígito da senha. Logo, pelo Princípio Fundamental da Contagem, segue-se que existem 62^6 senhas possíveis de seis dígitos.

Analogamente, no sistema antigo existiam 10^6 senhas possíveis de seis dígitos.

Em consequência, a razão pedida é $\frac{62^6}{10^6}$.

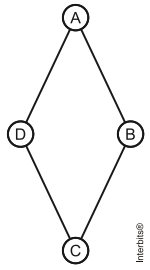
Resolução reproduzida da referência 3.

Item 015

2013 | R3-09-03

Fonte: referência 3, página 71.

3. (Enem 2013) Um artesão de joias tem a sua disposição pedras brasileiras de três cores: vermelhas, azuis e verdes. Ele pretende produzir joias constituídas por uma liga metálica, a partir de um molde no formato de um losango não quadrado com pedras nos seus vértices, de modo que dois vértices consecutivos tenham sempre pedras de cores diferentes.
A figura ilustra uma joia, produzida por esse artesão, cujos vértices A, B, C e D correspondem às posições ocupadas pelas pedras.



Com base nas informações fornecidas, quantas joias diferentes, nesse formato, o artesão poderá obter?
a) 6
b) 12
c) 18
d) 24
e) 36

Resolução

Resposta: B

Resposta da questão 3:
[B]

Há 3 escolhas para a cor da pedra que ficará no vértice A. Além disso, podem ocorrer dois casos em relação às pedras que ficarão nos vértices B e D: (i) as cores das pedras em B e D são iguais; (ii) as cores das pedras em B e D são distintas.

Portanto, as configurações possíveis são:
$(A, B, C, D) = (3, 1, 2, 1)$ e $(A, B, C, D) = (3, 2, 1, 1)$, o que corresponde a $3 \cdot 1 \cdot 2 \cdot 1 + 3 \cdot 2 \cdot 1 \cdot 1 = 12$ joias distintas.

Resolução reproduzida da referência 3.

Item 016

2014 | R1-033

Fonte: referência 1, página 31.

Questão 033 (H2 | ENEM 2014) **Dificuldade 1061,3**

Um cliente de uma videolocadora tem o hábito de alugar dois filmes por vez. Quando os devolve, sempre pega outros dois filmes e assim sucessivamente. Ele soube que a videolocadora recebeu alguns lançamentos, sendo 8 filmes de ação, 5 de comédia e 3 de drama e, por isso, estabeleceu uma estratégia para ver todos esses 16 lançamentos. Inicialmente alugará, em cada vez, um filme de ação e um de comédia. Quando se esgotarem as possibilidades de comédia, o cliente alugará um filme de ação e um de drama, até que todos os lançamentos sejam vistos e sem que nenhum filme seja repetido.

De quantas formas distintas a estratégia desse cliente poderá ser posta em prática?

A $20 \times 8! + (3!)^2$

B $8! \times 5! \times 3!$

C $\frac{8! \times 5! \times 3!}{2^8}$

D $\frac{8! \times 5! \times 3!}{2^2}$

E $\frac{16!}{2^8}$

Resolução **Resposta: B**

Ordene os 8 filmes de ação de 8! maneiras, os 5 de comédia de 5! maneiras e os 3 de drama de 3! maneiras. Os gêneros determinam o emparelhamento em cada locação; portanto, o total é 8!5!3!.

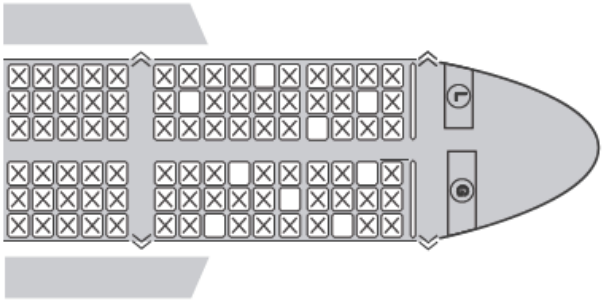
Item 017

2015 | R1-030

Fonte: referência 1, página 30.

Questão 030 (H2 | ENEM 2015) **Dificuldade 819,6**

Uma família composta por sete pessoas adultas, após decidir o itinerário de sua viagem, consultou o site de uma empresa aérea e constatou que o voo para a data escolhida estava quase lotado. Na figura, disponibilizada pelo site, as poltronas ocupadas estão marcadas com X e as únicas poltronas disponíveis são as mostradas em branco.



Disponível em: www.gebh.net. Acesso em: 30 out. 2013 (adaptado).

O número de formas distintas de se acomodar a família nesse voo é calculado por

(A) $\frac{9!}{2!}$.

(B) $\frac{9!}{7! \cdot 2!}$.

(C) $7!$.

(D) $\frac{5!}{2!} \cdot 4! \cdot$

(E) $\frac{5!}{4!} \cdot \frac{4!}{3!}$.

Resolução **Resposta: A**

A figura apresenta 9 assentos disponíveis para 7 pessoas distintas. Escolhem-se e ordenam-se as posições: $A_{9,7} = 9 \cdot 8 \cdot 7 \cdot 6 \cdot 5 \cdot 4 \cdot 3 = 9!/2!$.

Item 018

2015 | R1-352

Fonte: referência 1, página 159.

Questão 352 (H24 | ENEM 2015) **Dificuldade 782,0**

Numa cidade, cinco escolas de samba (I, II, III, IV e V) participaram do desfile de Carnaval. Quatro quesitos são julgados, cada um por dois jurados, que podem atribuir somente uma dentre as notas 6, 7, 8, 9 ou 10. A campeã será a escola que obtiver maior pontuação na soma de todas as notas emitidas. Em caso de empate, a campeã será a que alcançar a maior soma das notas atribuídas pelos jurados no quesito Enredo e Harmonia. A tabela mostra que faltava somente a divulgação das notas do jurado B no quesito Bateria.

Quesitos	1. Fantasia e Alegoria		2. Evolução e Conjunto		3. Enredo e Harmonia		4. Bateria		Total
Jurado	A	B	A	B	A	B	A	B	
Escola I	6	7	8	8	9	9	8		55
Escola II	9	8	10	9	10	10	10		66
Escola III	8	8	7	8	6	7	6		50
Escola IV	9	10	10	10	9	10	10		68
Escola V	8	7	9	8	6	8	8		54

Quantas configurações distintas das notas a serem atribuídas pelo jurado B no quesito bateria tornariam campeã a Escola II?

(A) 21

(B) 90

(C) 750

(D) 1 250

(E) 3 125

Resolução **Resposta: C**

Somente IV pode superar II. Se suas notas finais forem x e y, II vence quando $66 + x \geq 68 + y$, pois tem vantagem no desempate. Entre 6 e 10, há 6 pares com $x - y \geq 2$. As outras três notas são livres, com 5^3 escolhas. Total: $6 \cdot 125 = 750$.

Item 019

2016 | R1-026

Fonte: referência 1, página 29.

Questão 026 (H2 | ENEM 2016) **Dificuldade 742,3**

O tênis é um esporte em que a estratégia de jogo a ser adotada depende, entre outros fatores, de o adversário ser canhoto ou destro.

Um clube tem um grupo de 10 tenistas, sendo que 4 são canhotos e 6 são destros. O técnico do clube deseja realizar uma partida de exibição entre dois desses jogadores, porém, não poderão ser ambos canhotos.

Qual o número de possibilidades de escolha dos tenistas para a partida de exibição?

A $\frac{10!}{2!\cdot 8!} - \frac{4!}{2!\cdot 2!}$

B $\frac{10!}{8!} - \frac{4!}{2!}$

C $\frac{10!}{2!\cdot 8!} - 2$

D $\frac{6!}{4!} + 4\cdot 4$

E $\frac{6!}{4!} + 6\cdot 4$

Resolução **Resposta: A**

Dos $\binom{10}{2}$ pares possíveis, excluem-se os $\binom{4}{2}$ pares formados por dois canhotos. Restam $45 - 6 = 39$ pares.

Item 020

2016 | R1-028

Fonte: referência 1, página 30.

Questão 028 (H2 | ENEM 2016) **Dificuldade 759,6**

Para cadastrar-se em um site, uma pessoa precisa escolher uma senha composta por quatro caracteres, sendo dois algarismos e duas letras (maiúsculas ou minúsculas). As letras e os algarismos podem estar em qualquer posição. Essa pessoa sabe que o alfabeto é composto por vinte e seis letras e que uma letra maiúscula difere da minúscula em uma senha.

Disponível em: www.infowester.com. Acesso em: 14 dez. 2012.

O número total de senhas possíveis para o cadastramento nesse site é dado por

(A) $10^2 \cdot 26^2$.

(B) $10^2 \cdot 52^2$.

(C) $10^2 \cdot 52^2 \cdot \frac{4!}{2!}$.

(D) $10^2 \cdot 26^2 \cdot \frac{4!}{2! \times 2!}$.

(E) $10^2 \cdot 52^2 \cdot \frac{4!}{2! \times 2!}$.

Resolução **Resposta: E**

Escolha as duas posições dos algarismos: $\binom{4}{2} = 6$. Cada algarismo admite 10 escolhas e cada letra, 52 escolhas. Admitindo repetições, o total é $\binom{4}{2} \cdot 10^2 \cdot 52^2$.

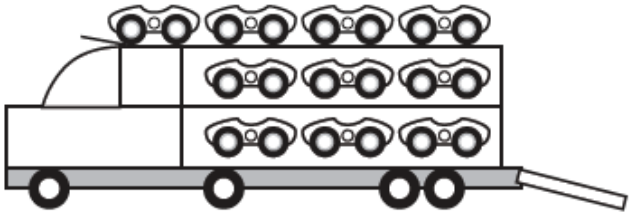
Item 021

2017 | R1-020

Fonte: referência 1, página 27.

Questão 020 (H2 | ENEM 2017) **Dificuldade 674,8**

Um brinquedo infantil caminhão-cegonha é formado por uma carreta e dez carrinhos nela transportados, conforme a figura.



No setor de produção da empresa que fabrica esse brinquedo, é feita a pintura de todos os carrinhos para que o aspecto do brinquedo fique mais atraente. São utilizadas as cores amarelo, branco, laranja e verde, e cada carrinho é pintado apenas com uma cor. O caminhão-cegonha tem uma cor fixa.

A empresa determinou que em todo caminhão cegonha deve haver pelo menos um carrinho de cada uma das quatro cores disponíveis. Mudança de posição dos carrinhos no caminhão-cegonha não gera um novo modelo do brinquedo.

Com base nessas informações, quantos são os modelos distintos do brinquedo caminhão-cegonha que essa empresa poderá produzir?

A $C_{6,4}$

B $C_{9,3}$

C $C_{10,4}$

D 6^4

E 4^6

Resolução **Resposta: B**

Reserve um carrinho de cada cor. Restam 6 carrinhos a distribuir entre quatro cores, permitindo zero em alguma delas. O número de soluções inteiras não negativas de $x_1 + x_2 + x_3 + x_4 = 6$ é $\binom{9}{3} = 84$.

Item 022

2017 | R1-044

Fonte: referência 1, página 35.

Questão 044 (H3 | ENEM 2017) **Dificuldade 681,6**

O comitê organizador da Copa do Mundo 2014 criou a logomarca da Copa, composta de uma figura plana e o slogan “Juntos num só ritmo”, com mãos que se unem formando a taça Fifa. Considere que o comitê organizador resolvesse utilizar todas as cores da bandeira nacional (verde, amarelo, azul e branco) para colorir a logomarca, de forma que regiões vizinhas tenham cores diferentes.



Disponível em: www.pt.fifa.com. Acesso em: 19 nov. 2013 (adaptado).

De quantas maneiras diferentes o comitê organizador da Copa poderia pintar a logomarca com as cores citadas?

A) 15

B) 30

C) 108

D) 360

E) 972

Resolução **Resposta: E**

Escolha uma cor para a primeira região: 4 possibilidades. Na ordem de pintura indicada pelas adjacências da figura, cada uma das outras cinco regiões pode receber qualquer uma das três cores diferentes da região vizinha já pintada. Assim, $4 \cdot 3^5 = 972$ pinturas.

Item 023

2017 | R1-080

Fonte: referência 1, página 47.

Questão 080 (H5 | ENEM 2017) **Dificuldade 676,2**

Uma empresa construirá sua página na internet e espera atrair um público de aproximadamente um milhão de clientes. Para acessar essa página, será necessária uma senha com formato a ser definido pela empresa. Existem cinco opções de formato oferecidas pelo programador, descritas no quadro, em que “L” e “D” representam, respectivamente, letra maiúscula e dígito.

Opção	Formato
I	LDDDDD
II	DDDDDD
III	LLDDDD
IV	DDDDD
V	LLLDD

As letras do alfabeto, entre as 26 possíveis, bem como os dígitos, entre os 10 possíveis, podem se repetirem qualquer das opções.

A empresa quer escolher uma opção de formato cujo número de senhas distintas possíveis seja superior ao número esperado de clientes, mas que esse número não seja superior ao dobro do número esperado de clientes.

A opção que mais se adequa às condições da empresa é

(A) I.

(B) II.

(C) III.

(D) IV.

(E) V.

Resolução **Resposta: E**

Os números de senhas são $26 \cdot 10^5 = 2600000$; $10^6 = 1000000$; $26^2 \cdot 10^4 = 6760000$; $10^5 = 100000$; e $26^3 \cdot 10^2 = 1757600$. Somente V fica estritamente acima de um milhão e até dois milhões.

Item 024

2017 | R1-341

Fonte: referência 1, página 155.

Questão 341 (H24 | ENEM 2017) **Dificuldade 558,1**

Como não são adeptos da prática de esportes, um grupo de amigos resolveu fazer um torneio de futebol utilizando *videogame*. Decidiram que cada jogador joga uma única vez com cada um dos outros jogadores. O campeão será aquele que conseguir o maior número de pontos. Observaram que o número de partidas jogadas depende do número de jogadores, como mostra o quadro:

Quantidade de jogadores	2	3	4	5	6	7
Número de partidas	1	3	6	10	15	21

Se a quantidade de jogadores for 8, quantas partidas serão realizadas?

(A) 64

(B) 56

(C) 49

(D) 36

(E) 28

Resolução **Resposta: E**

Cada partida corresponde a um par de jogadores. Para oito participantes, $\binom{8}{2} = 8 \cdot 7/2 = 28$ partidas.

Item 025

2018 | R1-029

Fonte: referência 1, página 30.

Questão 029 (H2 | ENEM 2018) **Dificuldade 797,5**

O salão do Automóvel de São Paulo é um evento no qual vários fabricantes expõem seus modelos mais recentes de veículos, mostrando, principalmente, suas inovações em design e tecnologia.

Disponível em: http://g1.globo.com. Acesso em: 4 fev.2015 (adaptado).

Uma montadora pretende participar desse evento com dois estandes, um na entrada e outro na região central do salão, expondo, em cada um deles, um carro compacto e uma caminhonete.

Para compor os estandes, foram disponibilizados pela montadora quatro carros compactos, de modelos distintos, e seis caminhonetes de diferentes cores para serem escolhidos aqueles que serão expostos. A posição dos carros dentro de cada estande é irrelevante.

Uma expressão que fornece a quantidade de maneiras diferentes que os estandes podem ser compostos é

(A) A_{10}^{4}.

(B) C_{10}^{4}.

(C) $C_{4}^{2} \times C_{6}^{2} \times 2 \times 2$.

(D) $A_{4}^{2} \times A_{6}^{2} \times 2 \times 2$.

(E) $C_{4}^{2} \times C_{6}^{2}$.

Resolução **Resposta: C**

Escolhem-se dois compactos entre quatro e duas caminhonetes entre seis. Como os estandes são distintos, há duas distribuições dos compactos e duas das caminhonetes: $\binom{4}{2}\binom{6}{2} \cdot 2 \cdot 2 = 360$.

Item 026

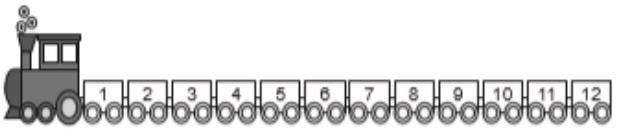
2019 | R1-022

Fonte: referência 1, página 27.

Questão 022 (H2 | ENEM 2019) **Dificuldade 693,4**

Uma empresa confecciona e comercializa um brinquedo formado por uma locomotiva, pintada na cor preta, mais 12 vagões de iguais formato e tamanho, numerados de 1 a 12. Dos 12 vagões, 4 são pintados na cor vermelha, 3 na cor azul, 3 na cor verde e 2 na cor amarela.

O trem é montado utilizando-se uma locomotiva e 12 vagões, ordenados crescentemente segundo suas numerações, conforme ilustrado na figura.



De acordo com as possíveis variações nas colorações dos vagões, a quantidade de trens que podem ser montados, expressa por meio de combinações, é dada por

(A) $C_{12}^4 \times C_{12}^3 \times C_{12}^3 \times C_{12}^2$.

(B) $C_{12}^4 + C_8^3 + C_5^3 + C_2^2$.

(C) $C_{12}^4 \times 2 \times C_8^3 \times C_5^2$.

(D) $C_{12}^4 + 2 \times C_{12}^3 + C_{12}^2$.

(E) $C_{12}^4 \times C_8^3 \times C_5^3 \times C_2^2$.

Resolução **Resposta: E**

Escolha 4 das 12 posições para o vermelho; entre as 8 restantes, 3 para o azul; entre as 5 restantes, 3 para o verde; as 2 últimas serão amarelas. Total: $\binom{12}{4}\binom{8}{3}\binom{5}{3}\binom{2}{2}$.

Item 027

2019 | R1-048

Fonte: referência 1, página 36.

Questão 048 (H3 | ENEM 2019) **Dificuldade 761,2**

Durante suas férias, oito amigos, dos quais dois são canhotos, decidem realizar um torneio de vôlei de praia. Eles precisam formar quatro duplas para a realização do torneio. Nenhuma dupla pode ser formada por dois jogadores canhotos.

De quantas maneiras diferentes podem ser formadas essas quatro duplas?

- (A) 69
- (B) 70
- (C) 90
- (D) 104
- (E) 105

Resolução **Resposta: C**

Escolha um parceiro destro para cada canhoto: $6 \cdot 5$ possibilidades. Os quatro destros restantes podem formar dois pares de 3 maneiras. Assim, há $6 \cdot 5 \cdot 3 = 90$ formações.

Item 028

2020 | R1-025

Fonte: referência 1, página 28.

Questão 025 (H2 | ENEM 2020) **Dificuldade 717,7**

Nos livros *Harry Potter*, um anagrama do nome do personagem “TOM MARVOLO RIDDLE” gerou a frase “I AM LORD VOLDEMORT”.

Suponha que Harry quisesse formar todos os anagramas da frase “I AM POTTER”, de tal forma que as vogais e consoantes aparecessem sempre intercaladas, e sem considerar o espaçamento entre as letras.

Nessas condições, o número de anagramas formados é dado por

(A) $9!$.

(B) $4!\,5!$.

(C) $2 \cdot 4!\,5!$.

(D) $\frac{9!}{2}$.

(E) $\frac{4!\,5!}{2}$.

Resolução **Resposta: E**

Em IAMPOTTER há 4 vogais diferentes e 5 consoantes, com dois T. A alternância obriga começar e terminar com consoante. As vogais podem ser ordenadas de 4! maneiras e as consoantes de 5!/2!. Total: 4!5!/2.

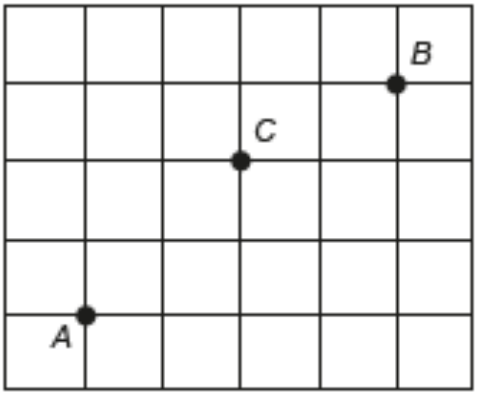
Item 029

2020 | R1-055

Fonte: referência 1, página 37.

Questão 055 (H3 | ENEM 2020) **Dificuldade 829,9**

Três amigos, André, Bernardo e Carlos, moram em um condomínio fechado de uma cidade. O quadriculado representa a localização das ruas paralelas e perpendiculares, delimitando quadras de mesmo tamanho nesse condomínio, em que nos pontos *A*, *B* e *C* estão localizadas as casas de André, Bernardo e Carlos, respectivamente.



André deseja deslocar-se da sua casa até a casa de Bernardo, sem passar pela casa de Carlos, seguindo ao longo das ruas do condomínio, fazendo sempre deslocamentos para a direita (→) ou para cima (↑),segundo o esquema da figura.

O número de diferentes caminhos que André poderá utilizar para realizar o deslocamento nas condições propostas é

A 4.

B 14.

C 17.

D 35.

E 48.

Resolução **Resposta: C**

Conte primeiro todos os caminhos mínimos de A a B: são $\binom{7}{3} = 35$. Os que passam por C são obtidos combinando independentemente os percursos A–C e C–B: $\binom{3}{1}\binom{4}{2} = 18$. Excluindo-os, restam $35 - 18 = 17$ caminhos.

Item 030

2021 | R1-021

Fonte: referência 1, página 27.

Questão 021 (H2 | ENEM 2021) **Dificuldade 687,5**

Uma pessoa produzirá uma fantasia utilizando como materiais: 2 tipos de tecidos diferentes e 5 tipos distintos de pedras ornamentais. Essa pessoa tem à sua disposição 6 tecidos diferentes e 15 pedras ornamentais distintas.

A quantidade de fantasias com materiais diferentes que podem ser produzidas é representada pela expressão

(A) $\frac{6!}{4!2!} \cdot \frac{15!}{10!5!}$.

(B) $\frac{6!}{4!2!} + \frac{15!}{10!5!}$.

(C) $\frac{6!}{2!} + \frac{15!}{5!}$.

(D) $\frac{6!}{2!} \cdot \frac{15!}{5!}$.

(E) $\frac{21!}{7!14!}$.

Resolução **Resposta: A**

A ordem dos materiais escolhidos não importa. Escolhem-se 2 tecidos entre 6 e 5 pedras entre 15, independentemente: $\binom{6}{2}\binom{15}{5} = \frac{6!}{4!2!}\frac{15!}{10!5!}$.

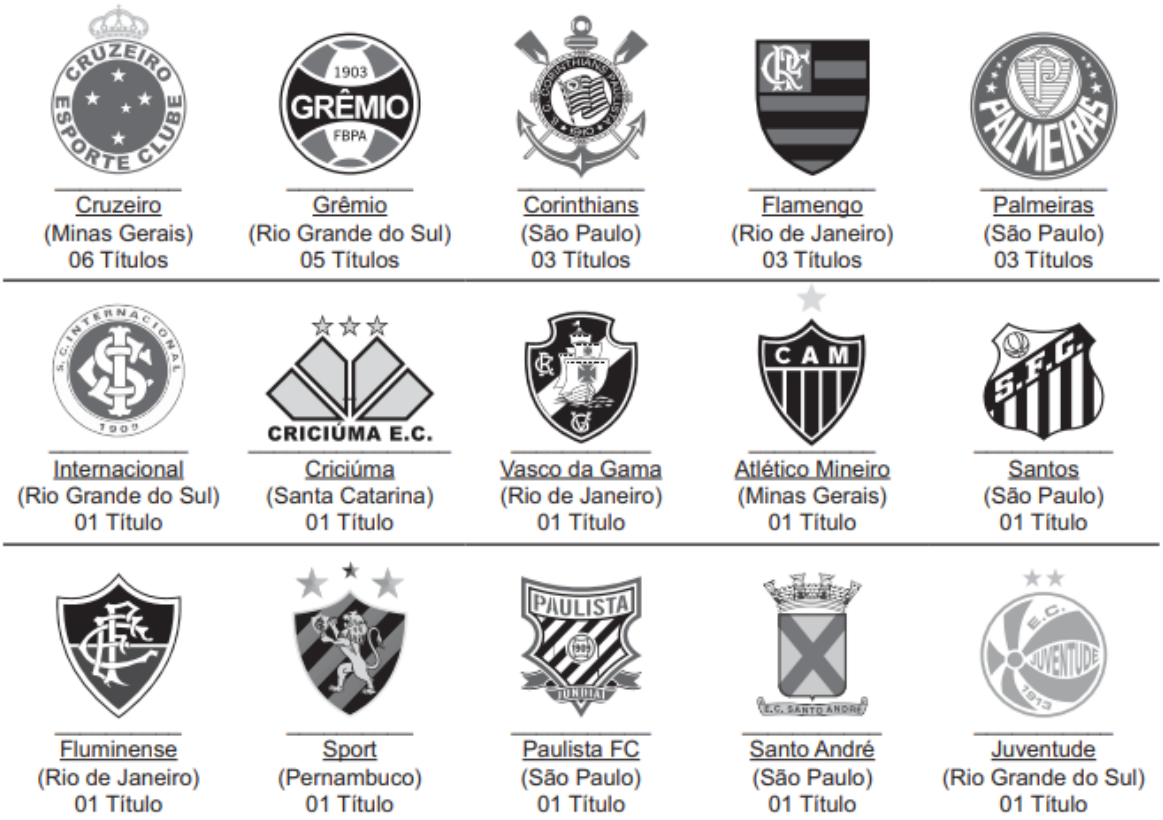
Item 031

2021 | R1-035

Fonte: referência 1, página 32.

Questão 035 (H2 | ENEM 2021) **Anulada**

A Copa do Brasil teve, até a edição de 2018, 15 times diferentes como campeões da competição, conforme apresentado na imagem. Suponha que, como homenagem aos times campeões, a Confederação Brasileira de Futebol (CBF) pretenda colocar um painel na sua sede. Este painel teria 6 linhas e, em cada uma delas, 5 placas, referentes a cada edição da competição, com o nome do time vencedor, o brasão e o ano do título. O painel deve ser fabricado de modo que a primeira linha só tenha clubes gaúchos (Internacional, Grêmio e Juventude); a segunda, apenas times cariocas (Flamengo, Vasco e Fluminense); a terceira, somente times mineiros (Cruzeiro e Atlético Mineiro); a quarta, exclusivamente clubes paulistas (Corinthians, Palmeiras, Santos, Paulista FC, Santo André), e as duas últimas sem nenhuma restrição.



Disponível em: http://campeoesdofutebol.com.br. Acesso em: 1 nov. 2018 (adaptado).

Qual expressão determina a quantidade de painéis diferentes que a CBF poderá montar?

A $\frac{7!}{5!}\cdot\frac{5!}{3!}\cdot\frac{7!}{6!}\cdot\frac{9!}{3!\cdot 3!}\cdot 10!$

B $7!\cdot 5!\cdot 7!\cdot 9!\cdot 10!$

C $30!$

D $\frac{7!}{5!\cdot 5!}\cdot\frac{7!}{5!\cdot 2!}\cdot\frac{9!}{5!\cdot 4!}$

E $\frac{9!}{3!}\cdot 5!\cdot\frac{7!}{2!}\cdot\frac{9!}{4!}\cdot 10!$

Item 031 – resolução

2021 / R1-035

Resolução

Anulada

Questão anulada: não há alternativa oficial válida a assinalar. Na contagem pretendida, as placas são distintas por edição. Usando os totais regionais da figura, a montagem seria contada por $A_{7,5} \cdot 5! \cdot A_{7,5} \cdot A_{9,5} \cdot 10!$. A anulação deve ser preservada ao usar o item em um simulado.

Item 032

2022 | R1-024

Fonte: referência 1, página 28.

Questão 024 (H2 | ENEM 2022) **Dificuldade 716,9**

Um prédio, com 9 andares e 8 apartamentos de 2 quartos por andar, está com todos os seus apartamentos à venda. Os apartamentos são identificados por números formados por dois algarismos, sendo que a dezena indica o andar onde se encontra o apartamento, e a unidade, um algarismo de 1 a 8, que diferencia os apartamentos de um mesmo andar. Quanto à incidência de sol nos quartos desses apartamentos, constatam-se as seguintes características, em função de seus números de identificação:

- naqueles que finalizam em 1 ou 2, ambos os quartos recebem sol apenas na parte da manhã;
- naqueles que finalizam em 3, 4, 5 ou 6, apenas um dos quartos recebe sol na parte da manhã;
- naqueles que finalizam em 7 ou 8, ambos os quartos recebem sol apenas na parte da tarde.

Uma pessoa pretende comprar 2 desses apartamentos em um mesmo andar, mas quer que, em ambos, pelo menos um dos quartos receba sol na parte da manhã.

De quantas maneiras diferentes essa pessoa poderá escolher 2 desses apartamentos para compra nas condições desejadas?

A $9\times\dfrac{6!}{(6-2)!}$

B $9\times\dfrac{6!}{(6-2)!\times 2!}$

C $9\times\dfrac{4!}{(4-2)!\times 2!}$

D $9\times\dfrac{2!}{(2-2)!\times 2!}$

E $9\times\left(\dfrac{8!}{(8-2)!\times 2!}-1\right)$

Resolução **Resposta: B**

Em cada andar, somente os apartamentos com finais de 1 a 6 atendem à condição. Há $\binom{6}{2}$ pares por andar e 9 escolhas de andar. Portanto, $9\binom{6}{2}=135$ possibilidades.

Item 033

2022 | R1-085

Fonte: referência 1, página 48.

Questão 085 (H5 | ENEM 2022) **Dificuldade 833,6**

Uma montadora de automóveis divulgou que oferta a seus clientes mais de 1 000 configurações diferentes de carro, variando o modelo, a motorização, os opcionais e a cor do veículo. Atualmente, ela oferece 7 modelos de carros com 2 tipos de motores: 1.0 e 1.6. Já em relação aos opcionais, existem 3 escolhas possíveis: central multimídia, rodas de liga leve e bancos de couro, podendo o cliente optar por incluir um, dois, três ou nenhum dos opcionais disponíveis.

Para ser fiel à divulgação feita, a quantidade mínima decores que a montadora deverá disponibilizar a seus clientes é

(A) 8.

(B) 9.

(C) 11.

(D) 18.

(E) 24.

Resolução **Resposta: B**

Os três opcionais fornecem $2^3 = 8$ subconjuntos possíveis. Com c cores, há $7 \cdot 2 \cdot 8 \cdot c = 112c$ configurações. Exigindo $112c > 1000$, temos $c > 8{,}928\ldots$; o mínimo inteiro é 9.

Item 034

Fonte: referência 1, página 223.

Questão 484 (Habilidade 29) **Dificuldade 738,0**

Ao realizar o cadastro em um aplicativo de investimentos, foi solicitado ao usuário que criasse uma senha, sendo permitido o uso somente dos seguintes caracteres:

- algarismos de 0 a 9;
- 26 letras minúsculas do alfabeto;
- 26 letras maiúsculas do alfabeto;
- 6 caracteres especiais 1, @, #, $, *, &.

Três tipos de estruturas para senha foram apresentadas ao usuário:

- tipo I: formada por quaisquer quatro caracteres distintos, escolhidos dentre os permitidos;
- tipo II: formada por cinco caracteres distintos, iniciando por três letras, seguidas por um algarismo e, ao final, um caractere especial;
- tipo III: formada por seis caracteres distintos, iniciando por duas letras, seguidas por dois algarismos e, ao final, dois caracteres especiais.

Considere p_1, p_2 e p_3 as probabilidades de se descobrirem ao acaso, na primeira tentativa, as senhas dos tipos I, II e III, respectivamente. Nessas condições, o tipo de senha que apresenta a menor probabilidade de ser descoberta ao acaso, na primeira tentativa, é o

A tipo I, pois $p_1 < p_2 < p_3$.

B tipo I, pois tem menor quantidade de caracteres.

C tipo II, pois tem maior quantidade de letras.

D tipo III, pois $p_3 < p_2 < p_1$.

E tipo III, pois tem maior quantidade de caracteres.

Resolução **Resposta: A**

Há 68 caracteres possíveis. As quantidades de senhas são $N_1 = 68 \cdot 67 \cdot 66 \cdot 65 = 19545240$, $N_2 = 52 \cdot 51 \cdot 50 \cdot 10 \cdot 6 = 7956000$ e $N_3 = 52 \cdot 51 \cdot 10 \cdot 9 \cdot 6 \cdot 5 = 7160400$. Como $p_i = 1/N_i$, temos $p_1 < p_2 < p_3$. O tipo I é o mais difícil de adivinhar.

Item 035

2024 | O2024-138

Fonte: INEP, caderno azul, página 16; questão 138.

QUESTÃO 138

Para abrir a porta de uma empresa, cada funcionário deve cadastrar uma senha utilizando um teclado alfanumérico como o representado na figura.



Por exemplo: a tecla que contém o número 2 traz as letras correlacionadas A, B e C. Cada toque nessa tecla mostra, sequencialmente, os seguintes caracteres: 2, A, B e C. Para os próximos toques, essa sequência se repete. As demais teclas funcionam da mesma maneira.

As senhas a serem cadastradas pelos funcionários devem conter 5 caracteres, sendo 2 algarismos distintos seguidos de 3 letras diferentes, nessa ordem. Um funcionário irá cadastrar a sua primeira senha, podendo escolher entre as teclas que apresentam os números 1, 2, 5, 7 e 0 e as respectivas letras correlacionadas, quando houver.

O número de possibilidades diferentes que esse funcionário tem para cadastrar sua senha é

A 11 520.
B 14 400.
C 18 000.
D 312 000.
E 390 000.

Resolução **Resposta: B**

Há cinco algarismos possíveis, escolhidos sem repetição e com ordem: $5 \cdot 4 = 20$. As teclas 2, 5 e 7 oferecem $3 + 3 + 4 = 10$ letras; três letras diferentes e ordenadas dão $10 \cdot 9 \cdot 8 = 720$. Total: $20 \cdot 720 = 14400$ senhas.

Item 036

2024 | O2024-180

Fonte: INEP, caderno azul, página 31; questão 180.

QUESTÃO 180

Um hospital tem 7 médicos cardiologistas e 6 médicos neurologistas em seu quadro de funcionários. Para executar determinada atividade, a direção desse hospital formará uma equipe com 5 médicos, sendo, pelo menos, 3 cardiologistas.

A expressão numérica que representa o número máximo de maneiras distintas de formar essa equipe é

A $\frac{7!}{4!} \times \frac{6!}{4!}$

B $\frac{7!}{3! \times 4!} \times \frac{6!}{2! \times 4!}$

C $\frac{7!}{3! \times 4!} + \frac{6!}{2! \times 4!} + \frac{5!}{1! \times 4!}$

D $\left(\frac{7!}{3! \times 4!} + \frac{6!}{2! \times 4!}\right) \times \left(\frac{7!}{4! \times 3!} + \frac{6!}{1! \times 5!}\right) \times \left(\frac{7!}{5! \times 2!} + \frac{6!}{0! \times 6!}\right)$

E $\left(\frac{7!}{3! \times 4!} \times \frac{6!}{2! \times 4!}\right) + \left(\frac{7!}{4! \times 3!} \times \frac{6!}{1! \times 5!}\right) + \left(\frac{7!}{5! \times 2!} \times \frac{6!}{0! \times 6!}\right)$

Resolução **Resposta: E**

Há três casos: escolher 3, 4 ou 5 cardiologistas. O total é $\binom{7}{3}\binom{6}{2} + \binom{7}{4}\binom{6}{1} + \binom{7}{5} = 35 \cdot 15 + 35 \cdot 6 + 21 = 756$ equipes. A ordem dos integrantes não importa.

Item 037

2025 | O2025-155

Fonte: INEP, caderno azul, página 23; questão 155.

QUESTÃO 155

Dez casais fundaram um grupo de dança e decidiram constituir uma diretoria com três cargos: presidente, secretário e tesoureiro. Para maior representatividade, decidiu-se que no máximo uma pessoa por casal poderá ocupar um cargo nessa diretoria.

Quantas diretorias diferentes podem ser constituídas por esses 10 casais?

A $10 \times 9 \times 8$
B $20 \times 18 \times 16$
C $20 \times 19 \times 18$
D $10 \times 9 \times 8 \times 2$
E $20 \times 18 \times 16 \times 2$

Resolução **Resposta: B**

São escolhas ordenadas para cargos distintos, respeitando as exclusões indicadas: 20 possibilidades para o primeiro cargo, 18 para o segundo e 16 para o terceiro. Pelo princípio multiplicativo, o total é $20 \cdot 18 \cdot 16 = 5760$.

Item 038

2025 | O2025-175

Fonte: INEP, caderno azul, página 30; questão 175.

QUESTÃO 175

Um pai comprou oito presentes diferentes (dentre os quais, uma bicicleta e um celular) para dar a seus três filhos. Ele pretende distribuir os presentes de modo que o filho mais velho e o mais novo recebam três presentes cada um, e o do meio receba os dois presentes restantes. O mais velho ganhará, entre seus presentes, ou uma bicicleta ou um celular, mas não ambos.

De quantas maneiras distintas a distribuição dos presentes pode ser feita?

A) 36
B) 53
C) 300
D) 360
E) 560

Resolução **Resposta: C**

Escolhe-se qual dos dois presentes especiais irá para o filho mais velho: 2 maneiras. Seus outros dois presentes vêm dos seis comuns: $\binom{6}{2} = 15$ maneiras. Dos cinco presentes restantes, escolhem-se os três do filho mais novo: $\binom{5}{3} = 10$ maneiras; os dois finais vão para o filho do meio. Total: $2 \cdot 15 \cdot 10 = 300$ distribuições.

Item 039

2026 | O2026-139

Fonte: INEP, caderno amarelo, página 16; questão 139.

QUESTÃO 139

Uma cafeteria vende cápsulas de café nas intensidades tradicional, suave, forte e extraforte. Ela comercializa essas cápsulas em kits com 12 unidades, contendo:

- pelo menos duas cápsulas de café na intensidade tradicional e pelo menos uma cápsula de cada uma das demais intensidades;
- quantidades iguais de cápsulas de café nas intensidades suave e forte.

Quantos kits diferentes podem ser formados?

A) 20
B) 25
C) 36
D) 286
E) 455

Resolução **Resposta: A**

Sejam t, s, f, x as quantidades de tradicional, suave, forte e extraforte, com $t \geq 2$, $s = f = k \geq 1$, $x \geq 1$ e $t + 2k + x = 12$. Fazendo $t' = t - 2$ e $x' = x - 1$: $t' + x' = 9 - 2k$, que tem $10 - 2k$ soluções inteiras não negativas, com $k = 1, 2, 3, 4$. Total: $8 + 6 + 4 + 2 = 20$ kits.

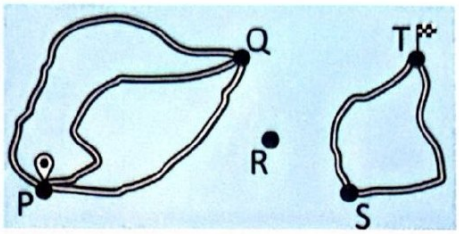
Item 040

2026 | O2026-179

Fonte: INEP, caderno amarelo, página 31; questão 179.

QUESTÃO 179

No esquema estão representadas cinco cidades, P, Q, R, S e T, e todas as estradas que conectam as cidades P a Q e S a T. As estradas que conectam as cidades Q a R e R a S foram omitidas no esquema, porém sabe-se que há mais estradas conectando Q a R do que R a S.



Será realizada uma viagem saindo da cidade P até a cidade T, passando pelas cidades Q, R e S, nessa ordem. Há um total de 30 possíveis rotas para fazer essa viagem.

A quantidade de estradas que conectam a cidade Q à cidade R é

A $\frac{30}{3\times2}$

B $\frac{30}{3+2}$

C $\frac{30}{2}$

D $30-(3\times2)$

E $30-(3+2)$

Resolução **Resposta: A**

Pelo princípio multiplicativo, rotas $= 3 \cdot a \cdot b \cdot 2 = 30$, em que a e b são os números de estradas Q–R e R–S. Então $ab = 5$, com $a > b$: $a = 5$ e $b = 1$. Como $b = 1$, o número de estradas entre Q e R é $a = \dfrac{30}{3 \times 2} = 5$.

Probabilidade

Tema 11 | 56 itens com resoluções.

Item 001

2009 | R3-11-18

Fonte: referência 3, página 84.

18. (Enem 2009) O controle de qualidade de uma empresa fabricante de telefones celulares aponta que a probabilidade de um aparelho de determinado modelo apresentar defeito de fabricação é de 0,2%. Se uma loja acaba de vender 4 aparelhos desse modelo para um cliente, qual é a probabilidade de esse cliente sair da loja com exatamente dois aparelhos defeituosos?

a) $2 \times (0{,}2\%)^4$.
b) $4 \times (0{,}2\%)^2$.
c) $6 \times (0{,}2\%)^2 \times (99{,}8\%)^2$.
d) $4 \times (0{,}2\%)$.
e) $6 \times (0{,}2\%) \times (99{,}8\%)$.

Resolução

Resposta: C

Resposta da questão 18:
[C]

$0{,}2\% \quad . \quad 0{,}2\% \quad . \quad 99{,}8\% \quad . \quad 99{,}8\% =$

$P_4^{2,2}. (0{,}2\%)^2.(99{,}8\%)^2 = \frac{4!}{2!.2!}.(0{,}2\%)^2.(99{,}8\%)^2 = 6.$

$(0{,}2\%)^2.(99{,}8\%)^2$

Resolução reproduzida da referência 3.

Item 002

2009 | R3-11-19

Fonte: referência 3, página 84.

19. (Enem cancelado 2009) Dados do Instituto de Pesquisas Econômicas Aplicadas (IPEA) revelaram que no biênio 2004/2005, nas rodovias federais, os atropelamentos com morte ocuparam o segundo lugar no ranking de mortalidade por acidente.
A cada 34 atropelamentos, ocorreram 10 mortes. Cerca de 4 mil atropelamentos/ano, um a cada duas horas, aproximadamente.

Disponível em: http://www.ipea.gov.br. Acesso em: 6 jan. 2009.

De acordo com os dados, se for escolhido aleatoriamente para investigação mais detalhada um dos atropelamentos ocorridos no biênio 2004/2005, a probabilidade de ter sido um atropelamento sem morte é

a) $\frac{2}{17}$

b) $\frac{5}{17}$

c) $\frac{2}{5}$

d) $\frac{3}{5}$

e) $\frac{12}{17}$

Resolução

Resposta: E

Resposta da questão 19:
[E]

Logo P = 24/34 ⇔ P = 12/17

34 atropelamentos (10 com mortes e 24 sem mortes)

Resolução reproduzida da referência 3.

Item 003

Fonte: referência 3, página 84.

20. (Enem cancelado 2009) No quadro seguinte, são informados os turnos em que foram eleitos os prefeitos das capitais de todos os estados brasileiros em 2004.

	cidade	turno		cidade	turno
1	Aracaju (SE)	1º	14	Manaus (AM)	2º
2	Belém (PA)	2º	15	Natal (RN)	2º
3	Belo Horizonte (MG)	1º	16	Palmas (TO)	1º
4	Boa Vista (RR)	1º	17	Porto Alegre (RS)	2º
5	Campo Grande (MS)	1º	18	Porto Velho (RO)	2º
6	Cuiabá (MT)	2º	19	Recife (PE)	1º
7	Curitiba (PR)	2º	20	Rio Branco (AC)	1º
8	Florianópolis (SC)	2º	21	Rio de Janeiro (RJ)	1º
9	Fortaleza (CE)	2º	22	Salvador (BA)	2º
10	Goiânia (GO)	2º	23	São Luís (MA)	1º
11	João Pessoa (PB)	1º	24	São Paulo (SP)	2º
12	Macapá (AP)	1º	25	Terezina (PI)	2º
13	Maceió (AL)	2º	26	Vitória (ES)	2º

Fonte: TSE. *Almanaque ABRIL:* Brasil 2005. São Paulo: Abril, 2005.

Na região Norte, a frequência relativa de eleição dos prefeitos no 2º turno foi, aproximadamente,
a) 42,86%.
b) 44,44%.
c) 50,00%.
d) 57,14%.
e) 57,69%.

Resolução **Resposta: A**

Resposta da questão 20:
[A]

Capitais da região norte:

Belém ---------- 2º turno
Boa Vista -------- 1º turno
Macapá ---------- 1º turno
Manaus ---------- 2º turno
Porto velho ----- 2º turno
Rio Branco ___1º turno
Palmas ---------- 1º turno

Frequência relativa = $\frac{3}{7} = 42{,}86\,\%$

Resolução reproduzida da referência 3.

Item 004

2009 | R3-11-21

Fonte: referência 3, página 85.

21. (Enem 2009) Um médico está estudando um novo medicamento que combate um tipo de câncer em estágios avançados. Porém, devido ao forte efeito dos seus componentes, a cada dose administrada há uma chance de 10% de que o paciente sofra algum dos efeitos colaterais observados no estudo, tais como dores de cabeça, vômitos ou mesmo agravamento dos sintomas da doença. O médico oferece tratamentos compostos por 3, 4, 6, 8 ou 10 doses do medicamento, de acordo com o risco que o paciente pretende assumir.

Se um paciente considera aceitável um risco de até 35% de chances de que ocorra algum dos efeitos colaterais durante o tratamento, qual é o maior número admissível de doses para esse paciente?

a) 3 doses.
b) 4 doses.
c) 6 doses.
d) 8 doses.
e) 10 doses.

Resolução

Resposta: B

Resposta da questão 21:
[B]

3 doses $\rightarrow (1- 0{,}9^3).100\% = 27\%$
4 doses $\rightarrow (1- 0{,}9^4).100\% = 34\%$
5 doses $\rightarrow (1- 0{,}9^5).100\% = 41\%$

Resposta 4 doses.

Resolução reproduzida da referência 3.

Item 005

2009 | R3-11-22

Fonte: referência 3, página 85.

22. (Enem cancelado 2009) Em um determinado semáforo, as luzes completam um ciclo de verde, amarelo e vermelho em 1 minuto e 40 segundos. Desse tempo, 25 segundos são para a luz verde, 5 segundos para a amarela e 70 segundos para a vermelha. Ao se aproximar do semáforo, um veículo tem uma determinada probabilidade de encontrá-lo na luz verde, amarela ou vermelha. Se essa aproximação for de forma aleatória, pode-se admitir que a probabilidade de encontrá-lo com uma dessas cores é diretamente proporcional ao tempo em que cada uma delas fica acesa. Suponha que um motorista passa por um semáforo duas vezes ao dia, de maneira aleatória e independente uma da outra. Qual é a probabilidade de o motorista encontrar esse semáforo com a luz verde acesa nas duas vezes em que passar?

a) $\frac{1}{25}$

b) $\frac{1}{16}$

c) $\frac{1}{9}$

d) $\frac{1}{3}$

e) $\frac{1}{2}$

Resolução

Resposta: B

Resposta da questão 22:
[B]

Verde: 25s
Amarelo: 5s
Vermelho: 70s
Total: 100s

Logo a probabilidade de se encontrar um sinal verde é 25/100 = ¼
Nas duas vezes que passar temos: (1/4).(1/4) = 1/16 (princípio multiplicativo)

Resolução reproduzida da referência 3.

Item 006

2009 | R3-11-23

Fonte: referência 3, página 85.

23. (Enem cancelado 2009) Um casal decidiu que vai ter 3 filhos. Contudo, quer exatamente 2 filhos homens e decide que, se a probabilidade fosse inferior a 50%, iria procurar uma clínica para fazer um tratamento específico para garantir que teria os dois filhos homens.
Após os cálculos, o casal concluiu que a probabilidade de ter exatamente 2 filhos homens é
a) 66,7%, assim ele não precisará fazer um tratamento.
b) 50%, assim ele não precisará fazer um tratamento.
c) 7,5%, assim ele não precisará fazer um tratamento.
d) 25%, assim ele precisará procurar uma clínica para fazer um tratamento.
e) 37,5%, assim ele precisará procurar uma clínica para fazer um tratamento.

Resolução

Resposta: E

Resposta da questão 23:
[E]

Os filhos poderão ser:
Homem, homem e mulher ou mulher, homem e homem ou homem, mulher e homem.

Logo a probabilidade será $\frac{1}{2}\cdot\frac{1}{2}\cdot\frac{1}{2} + \frac{1}{2}\cdot\frac{1}{2}\cdot\frac{1}{2} + \frac{1}{2}\cdot\frac{1}{2}\cdot\frac{1}{2} = \frac{3}{8} = 0{,}375 = 37{,}5\%$

Resolução reproduzida da referência 3.

Logaritmo e *Expônencial*

Item 007

2010 | R3-11-11

Fonte: referência 3, página 82.

11. (Enem 2010) O diretor de um colégio leu numa revista que os pés das mulheres estavam aumentando. Há alguns anos, a média do tamanho dos calçados das mulheres era de 35,5 e, hoje, é de 37,0. Embora não fosse uma informação científica, ele ficou curioso e fez uma pesquisa com as funcionárias do seu colégio, obtendo o quadro a seguir:

TAMANHO DOS CALÇADOS	NUMERO DE FUNCIONÁRIAS
39,0	1
38,0	10
37,0	3
36,0	5
35,0	6

Escolhendo uma funcionária ao acaso e sabendo que ela tem calcado maior que 36,0, a probabilidade de ela calçar 38,0 é

a) $\frac{1}{3}$

b) $\frac{1}{5}$

c) $\frac{2}{5}$

d) $\frac{5}{7}$

e) $\frac{5}{14}$

Resolução

Resposta: D

Resposta da questão 11:
[D]

$$P = \frac{10}{14} = \frac{5}{7}$$

Resolução reproduzida da referência 3.

Item 008

2010 | R3-11-12

Fonte: referência 3, página 83.

12. (Enem 2ª aplicação 2010) Grandes times nacionais e internacionais utilizam dados estatísticos para a definição do time que sairá jogando numa partida. Por exemplo, nos últimos treinos, dos chutes a gol feito pelo jogador I, ele converteu 45 chutes em gol. Enquanto isso, o jogador II acertou 50 gols. Quem deve ser selecionado para estar no time no próximo jogo, já que os dois jogam na mesma posição?
A decisão parece simples, porém deve-se levar em conta quantos chutes a gol cada um teve oportunidade de executar. Se o jogador I chutou 60 bolas a gol e o jogador II chutou 75, quem deveria ser escolhido?

a) O jogador I, porque acertou $\frac{3}{4}$ dos chutes, enquanto o jogador II acertou $\frac{2}{3}$ dos chutes.

b) O jogador I, porque acertou $\frac{4}{3}$ dos chutes, enquanto o jogador II acertou $\frac{2}{3}$ dos chutes.

c) O jogador I, porque acertou $\frac{3}{4}$ dos chutes, enquanto o jogador II acertou $\frac{3}{2}$ dos chutes.

d) O jogador I, porque acertou $\frac{12}{25}$ dos chutes, enquanto o jogador II acertou $\frac{2}{3}$ dos chutes.

e) O jogador I, porque acertou $\frac{9}{25}$ dos chutes, enquanto o jogador II acertou $\frac{2}{5}$ dos chutes.

Resolução

Resposta: A

Resposta da questão 12:
[A]
O jogador I converte chutes em gol com probabilidade $\frac{45}{60} = \frac{3}{4}$, enquanto que o jogador II converte chutes em gol com probabilidade $\frac{50}{75} = \frac{2}{3}$.

Portanto, como $\frac{3}{4} > \frac{2}{3}$, o jogador I deve ser escolhido para iniciar a partida.

Resolução reproduzida da referência 3.

Item 009

2010 | R3-11-13

Fonte: referência 3, página 83.

13. (Enem 2ª aplicação 2010) Um experimento foi conduzido com o objetivo de avaliar o poder germinativo de duas culturas de cebola, conforme a tabela.

Germinação de sementes de duas culturas de cebola

Culturas	Germinação		TOTAL
	Germinaram	Não Germinaram	
A	392	8	400
B	381	19	400
TOTAL	773	27	800

BUSSAB, W. O; MORETIN, L. G. *Estatística para as ciências agrárias e biológicas* (adaptado).

Desejando-se fazer uma avaliação do poder germinativo de uma das culturas de cebola, uma amostra foi retirada ao acaso. Sabendo-se que a amostra escolhida germinou, a probabilidade de essa amostra pertencer à Cultura A é de

a) $\frac{8}{27}$

b) $\frac{19}{27}$

c) $\frac{381}{773}$

d) $\frac{392}{773}$

e) $\frac{392}{800}$

Resolução **Resposta: D**

Resposta da questão 13:
[D]

Sejam os eventos A: "amostra pertence à cultura A" e B: "amostra escolhida germinou".
Queremos calcular a probabilidade condicional $P(A \mid B)$.

Portanto, de acordo com os dados da tabela, temos que

$$P(A \mid B) = \frac{n(A \cap B)}{n(B)} = \frac{392}{773}.$$

Resolução reproduzida da referência 3.

Item 010

2010 | R3-11-14

Fonte: referência 3, página 83.

14. (Enem 2010) A figura I abaixo mostra um esquema das principais vias que interligam a cidade A com a cidade B. Cada número indicado na figura II representa a probabilidade de pegar um engarrafamento quando se passa na via indicada,
Assim, há uma probabilidade de 30% de se pegar engarrafamento no deslocamento do ponto C ao o ponto B, passando pela estrada E4, e de 50%, quando se passa por E3. Essas probabilidades são independentes umas das outras.

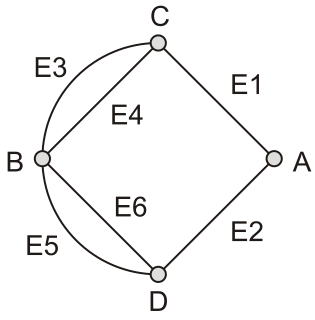


Figura I

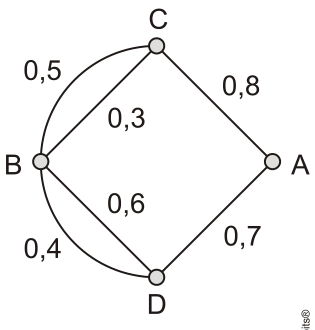


Figura II

Interbits®

Paula deseja se deslocar da cidade A para a cidade B usando exatamente duas das vias indicadas, percorrendo um trajeto com a menor probabilidade de engarrafamento possível.

O melhor trajeto para Paula é
a) E1E3.
b) E1E4.
c) E2E4.
d) E2E5.
e) E2E6.

Resolução

Resposta: D

Resposta da questão 14:
[D]

Probabilidade de congestionamento = 1 – probabilidade de não haver congestionamento

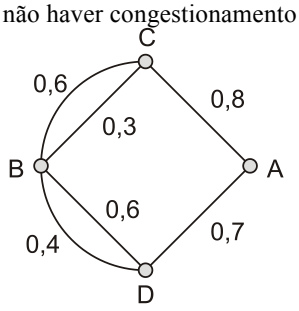
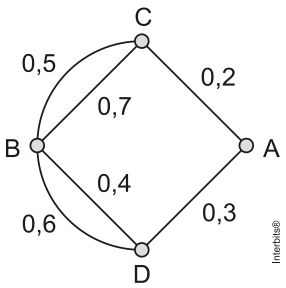


Figura II



sem congestionamento

Interbits®

E1E3 =1-0,2.0,5 = 0,9
E1E4 = 1 -0,2.0,7 = 0,86

E2E5 = 1 – 0,3.0,6 = 0,82 (menor probabilidade)

$E2E_5$ = 1 – 0,3.0,4 = 0,88

O trajeto E2E4 não existe.

Resolução reproduzida da referência 3.

Item 011

2010 | R3-11-15

Fonte: referência 3, página 84.

15. (Enem 2ª aplicação 2010) Em uma reserva florestal existem 263 espécies de peixes, 122 espécies de mamíferos, 93 espécies de répteis, 1 132 espécies de borboletas e 656 espécies de aves.

Disponível em: http:www.wwf.org.br. Acesso em: 23 abr. 2010 (adaptado).

Se uma espécie animal for capturada ao acaso, qual a probabilidade de ser uma borboleta?
a) 63,31%
b) 60,18%
c) 56,52%
d) 49,96%
e) 43,27%

Resolução

Resposta: D

Resposta da questão 15:
[D]

O número total de espécies animais é dado por
$263 + 122 + 93 + 1132 + 656 = 2.266.$

Portanto, a probabilidade pedida é dada por
$\frac{1132}{2266} \cdot 100\% \cong 49,96\%.$

Resolução reproduzida da referência 3.

Item 012

Fonte: referência 3, página 84.

16. (Enem 2ª aplicação 2010) Os estilos musicais preferidos pelos jovens brasileiros são o samba, o *rock* e a MPB. O quadro a seguir registra o resultado de uma pesquisa relativa à preferência musical de um grupo de 1 000 alunos de uma escola.
Alguns alunos disseram não ter preferência por nenhum desses três estilos.

Preferência musical	*rock*	samba	MPB	*rock* e samba
número de alunos	200	180	200	70

Preferência musical	*rock* e MPB	samba e MPB	*rock,* samba e MPB
número de alunos	60	50	20

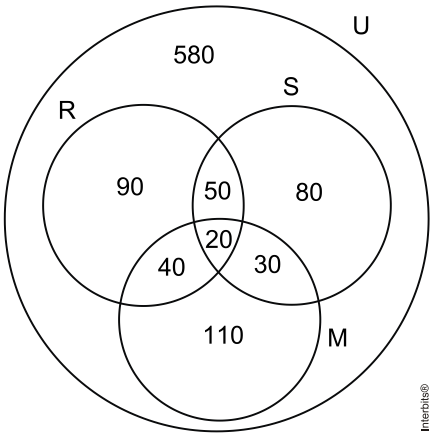
Se for selecionado ao acaso um estudante no grupo pesquisado, qual é a probabilidade de ele preferir somente MPB?
a) 2%
b) 5%
c) 6%
d) 11%
e) 20%

Resolução

Resposta: D

Resposta da questão 16:
[D]

De acordo com os dados da tabela, obtemos o seguinte diagrama.



Portanto, a probabilidade de um estudante selecionado ao acaso preferir apenas MPB é dada por

$$\frac{110}{1000}\cdot 100\% = 11\%.$$

Resolução reproduzida da referência 3.

Item 013

2010 | R3-11-17

Fonte: referência 3, página 84.

17. (Enem 2ª aplicação 2010) Para verificar e analisar o grau de eficiência de um teste que poderia ajudar no retrocesso de uma doença numa comunidade, uma equipe de biólogos aplicou-o em um grupo de 500 ratos, para detectar a presença dessa doença. Porém, o teste não é totalmente eficaz podendo existir ratos saudáveis com resultado positivo e ratos doentes com resultado negativo. Sabe-se, ainda, que 100 ratos possuem a doença, 20 ratos são saudáveis com resultado positivo e 40 ratos são doentes com resultado negativo.
Um rato foi escolhido ao acaso, e verificou-se que o seu resultado deu negativo. A probabilidade de esse rato ser saudável é

a) $\frac{1}{5}$

b) $\frac{4}{5}$

c) $\frac{19}{21}$

d) $\frac{19}{25}$

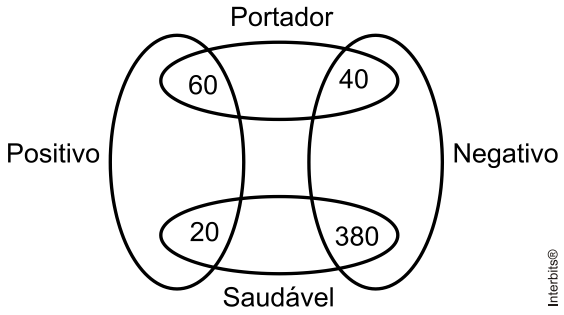
e) $\frac{21}{25}$

Resolução

Resposta: C

Resposta da questão 17:
[C]

Considere o diagrama abaixo.



Queremos calcular a probabilidade condicional:

$$P(\text{saudável} \mid \text{negativo}) = \frac{n(\text{saudável} \cap \text{negativo})}{n(\text{negativo})}.$$

Portanto, de acordo com o diagrama, temos que

$$P(\text{saudável} \mid \text{negativo}) = \frac{380}{380 + 40} = \frac{19}{21.}$$

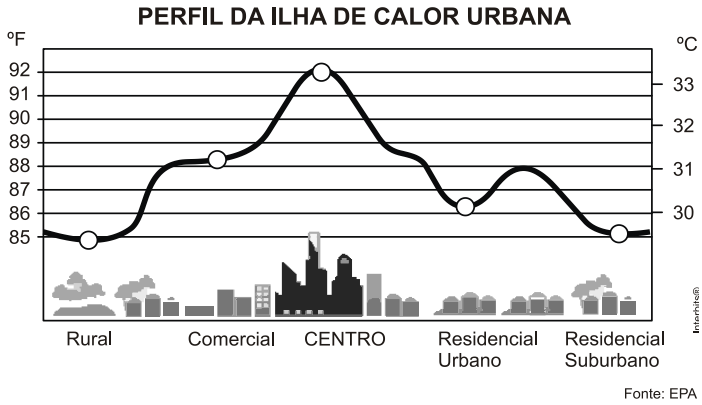
Resolução reproduzida da referência 3.

Item 014

2011 | R3-11-07

Fonte: referência 3, página 81.

7. (Enem 2011) Rafael mora no Centro de uma cidade e decidiu se mudar, por recomendações médicas, para uma das regiões: Rural, Comercial, Residencial Urbano ou Residencial Suburbano. A principal recomendação médica foi com as temperaturas das "ilhas de calor" da região, que deveriam ser inferiores a 31°C. Tais temperaturas são apresentadas no gráfico:



Escolhendo, aleatoriamente, uma das outras regiões para morar, a probabilidade de ele escolher uma região que seja adequada às recomendações médicas é

a) $\frac{1}{5}$

b) $\frac{1}{4}$

c) $\frac{2}{5}$

d) $\frac{3}{5}$

e) $\frac{3}{4}$

Resolução

Resposta: E

Resposta da questão 7:
[E]

O espaço amostral da escolha de Rafael terá 4 elementos e sua escolha, de acordo com as condições do problema, poderá ser Rural, Residencial Urbano ou Residencial Suburbano. Logo, a probabilidade será:

$P = \frac{3}{4}$.

Resolução reproduzida da referência 3.

Item 015

2011 | R3-11-08

Fonte: referência 3, página 81.

8. (Enem 2011) Todo o país passa pela primeira fase de campanha de vacinação contra a gripe suma (HIN1). Segundo um médico infectologista do Instituto Emilio Ribas, de São Paulo, a imunização "deve mudar", no país, a história da epidemia. Com a vacina, de acordo com ele, o Brasil tem a chance de barrar uma tendência do crescimento da doença, que já matou 17 mil no mundo. A tabela apresenta dados específicos de um único posto de vacinação.

Campanha de vacinação contra a gripe suína

Datas da vacinação	Público-alvo	Quantidade de pessoas vacinadas
8 a 19 de março	Trabalhadores da saúde e indígenas	42
22 de março a 2 de abril	Portadores de doenças crônicas	22
5 a 23 de abril	Adultos saudáveis entre 20 e 29 anos	56
24 de abril a 7 de maio	População com mais de 60 anos	30
10 a 21 de maio	Adultos saudáveis entre 30 e 39 anos	50

Disponível em: http://img.terra.com.br. Acesso em 26 abr. 2010 (adaptado).

Escolhendo-se aleatoriamente uma pessoa atendida nesse posto de vacinação, a probabilidade de ela ser portadora de doença crônica é
a) 8%.
b) 9%.
c) 11%.
d) 12%.
e) 22%.

Resolução **Resposta: C**

Resposta da questão 8:
[C]

$$P = \frac{22}{42 + 22 + 56 + 30 + 50} = \frac{22}{200} = \frac{11}{100} = 11\%$$

Resolução reproduzida da referência 3.

Item 016

2011 | R3-11-09

Fonte: referência 3, página 82.

9. (Enem 2011) Em um jogo disputado em uma mesa de sinuca, há 16 bolas: 1 branca e 15 coloridas, as quais, de acordo com a coloração, valem de 1 a 15 pontos (um valor para cada bola colorida).
O jogador acerta o taco na bola branca de forma que esta acerte as outras, com o objetivo de acertar duas das quinze bolas em quaisquer caçapas. Os valores dessas duas bolas são somados e devem resultar em um valor escolhido pelo jogador antes do início da jogada.
Arthur, Bernardo e Caio escolhem os números 12, 17 e 22 como sendo resultados de suas respectivas somas.
Com essa escolha, quem tem a maior probabilidade de ganhar o jogo é

a) Arthur, pois a soma que escolheu é a menor.
b) Bernardo, pois há 7 possibilidades de compor a soma escolhida por ele, contra 4 possibilidades para a escolha de Arthur e 4 possibilidades para a escolha de Caio.
c) Bernardo, pois há 7 possibilidades de compor a soma escolhida por ele, contra 5 possibilidades para a escolha de Arthur e 4 possibilidades para a escolha de Caio.
d) Caio, pois há 10 possibilidades de compor a soma escolhida por ele, contra 5 possibilidades para a escolha de Arthur e 8 possibilidades para a escolha de Bernardo.
e) Caio, pois a soma que escolheu é a maior.

Resolução

Resposta: C

Resposta da questão 9:
[C]

Possíveis resultados para:

Arthur: {(1,11); (2,10); (3,9); (4,8); (5,7)} (5 possibilidades);

Bernardo: {(2,15); (3,14); (4,13); (5,12); (6,11); (7,10);(8,9)} (7 possibilidades);

Caio: {(7,15); (8,14); (9,13); (10,12)} (4 possibilidades);

Portanto, Bernardo apresenta mais chances de vencer.

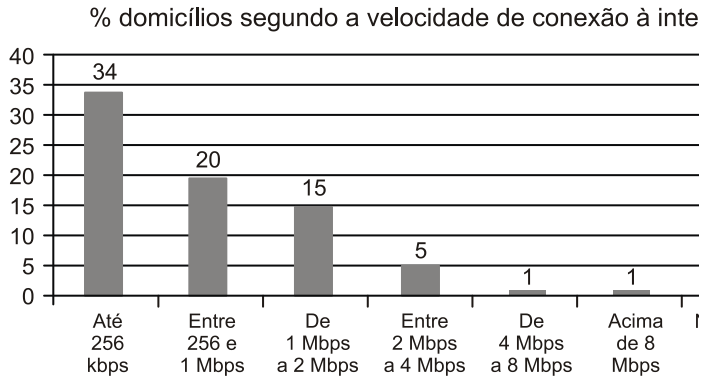
Resolução reproduzida da referência 3.

Item 017

2011 | R3-11-10

Fonte: referência 3, página 82.

10. (Enem 2011) O gráfico mostra a velocidade de conexão à internet utilizada em domicílios no Brasil. Esses dados são resultado da mais recente pesquisa, de 2009, realizada pelo Comitê Gestor da Internet (CGI).



Disponível em: http://agencia.ipea.gov.br. Acesso em: 28 abr. 2010

Escolhendo-se, aleatoriamente, um domicílio pesquisado, qual a chance de haver banda larga de conexão de pelo menos 1 Mbps neste domicílio?

a) 0,45
b) 0,42
c) 0,30
d) 0,22
e) 0,15

Resolução

Resposta: D

Resposta da questão 10:
[D]

Considerando que as pessoas que não sabem e que não respondem não tenham banda larga acima de Mbps, temos:

$$P = \frac{15+5+1+1}{34+20+15+5+1+1+24} = \frac{22}{100} = 22\%$$

Resolução reproduzida da referência 3.

Item 018

2012 | R3-11-04

Fonte: referência 3, página 80.

4. (Enem 2012) Em um jogo há duas urnas com 10 bolas de mesmo tamanho em cada uma. A tabela a seguir indica as quantidades de bolas de cada cor em cada urna.

Cor	Urna 1	Urna 2
Amarela	4	0
Azul	3	1
Branca	2	2
Verde	1	3
Vermelha	0	4

Uma jogada consiste em:

1º) o jogador apresenta um palpite sobre a cor da bola que será retirada por ele da urna 2;
2º) ele retira, aleatoriamente, uma bola da urna 1 e a coloca na urna 2, misturando-a com as que lá estão;
3º) em seguida ele retira, também aleatoriamente, uma bola da urna 2;
4º) se a cor da última bolsa retirada for a mesma do palpite inicial, ele ganha o jogo.

Qual cor deve ser escolhida pelo jogador para que ele tenha a maior probabilidade de ganhar?
a) Azul
b) Amarela
c) Branca
d) Verde
e) Vermelha

Resolução **Resposta: E**

Resposta da questão 4:
[E]

As cores que podem ficar com o maior número de bolas, após o procedimento de retirada e depósito, são a verde (3 ou 4) e a vermelha (4).
Portanto, como a probabilidade de retirar uma bola verde da urna 2 é

$$\frac{9}{10}\cdot\frac{3}{11}+\frac{1}{10}\cdot\frac{4}{11}=\frac{31}{110},$$

e a probabilidade de retirar uma bola vermelha da urna 2 é

$$\frac{10}{10}\cdot\frac{4}{11}=\frac{40}{110},$$

segue que o jogador deve escolher a cor vermelha.

Resolução reproduzida da referência 3.

Item 019

2012 | R3-11-05

Fonte: referência 3, página 81.

5. (Enem 2012) José, Paulo e Antônio estão jogando dados não viciados, nos quais, em cada uma das seis faces, há um número de 1 a 6. Cada um deles jogará dois dados simultaneamente. José acredita que, após jogar seus dados, os números das faces voltadas para cima lhe darão uma soma igual a 7. Já Paulo acredita que sua soma será igual a 4 e Antônio acredita que sua soma será igual a 8.
Com essa escolha, quem tem a maior probabilidade de acertar sua respectiva soma é

a) Antônio, já que sua soma é a maior de todas as escolhidas.
b) José e Antônio, já que há 6 possibilidades tanto para a escolha de José quanto para a escolha de Antônio, e há apenas 4 possibilidades para a escolha de Paulo.
c) José e Antônio, já que há 3 possibilidades tanto para a escolha de José quanto para a escolha de Antônio, e há apenas 2 possibilidades para a escolha de Paulo.
d) José, já que ha 6 possibilidades para formar sua soma, 5 possibilidades para formar a soma de Antônio e apenas 3 possibilidades para formar a soma de Paulo.
e) Paulo, já que sua soma é a menor de todas.

Resolução

Resposta: D

Resposta da questão 5:
[D]

Resultados que darão a vitória a José: {(1,6), (2,5), (3,4), (4,3), (5,2), (6,1)}.

Resultados que darão a vitória a Paulo: {(1.3), (2,2), (3,1)}.

Resultados que darão a vitória a Antônio: {(2,6), (3,5), (4,4), (5,3), (6,2)}.

Resposta: José, já que há 6 possibilidades para formar sua soma, 5 possibilidades para formar a soma de Antônio e apenas 3 possibilidades para formar a soma de Paulo.

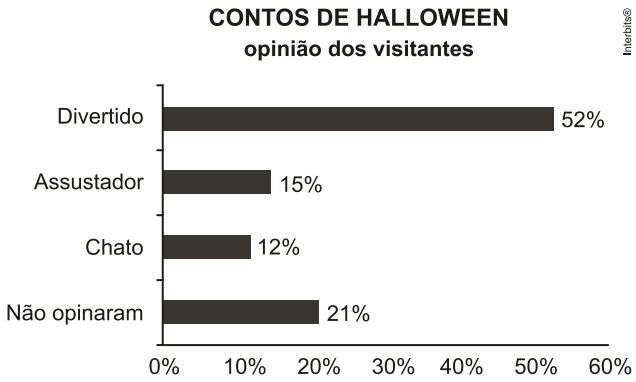
Resolução reproduzida da referência 3.

Item 020

2012 | R3-11-06

Fonte: referência 3, página 81.

6. (Enem 2012) Em um *blog* de variedades, músicas, mantras e informações diversas, foram postados "Contos de Halloween". Após a leitura, os visitantes poderiam opinar, assinalando suas reações em "Divertido", "Assustador" ou "Chato". Ao final de uma semana, o *blog* registrou que 500 visitantes distintos acessaram esta postagem.
O gráfico a seguir apresenta o resultado da enquete.



O administrador do *blog* irá sortear um livro entre os visitantes que opinaram na postagem "Contos de Halloween".

Sabendo que nenhum visitante votou mais de uma vez, a probabilidade de uma pessoa escolhida ao acaso entre as que opinaram ter assinalado que o conto "Contos de Halloween" é "Chato" é mais aproximada por
a) 0,09.
b) 0,12.
c) 0,14.
d) 0,15.
e) 0,18.

Resolução

Resposta: D

Resposta da questão 6:
[D]

$$P = \frac{12}{52+15+12} = \frac{12}{79} \simeq 0{,}152 \simeq 0{,}15.$$

Resolução reproduzida da referência 3.

Item 021

2013 | R3-11-01

Fonte: referência 3, página 80.

1. (Enem 2013) Uma fábrica de parafusos possui duas máquinas, I e II, para a produção de certo tipo de parafuso. Em setembro, a máquina I produziu $\frac{54}{100}$ do total de parafusos produzidos pela fábrica. Dos parafusos produzidos por essa máquina, $\frac{25}{1000}$ eram defeituosos. Por sua vez, $\frac{38}{1000}$ dos parafusos produzidos no mesmo mês pela máquina II eram defeituosos.
O desempenho conjunto das duas máquinas é classificado conforme o quadro, em que P indica a probabilidade de um parafuso escolhido ao acaso ser defeituoso.

$0 \leq P < \frac{2}{100}$	Excelente
$\frac{2}{100} \leq P < \frac{4}{100}$	Bom
$\frac{4}{100} \leq P < \frac{6}{100}$	Regular
$\frac{6}{100} \leq P < \frac{8}{100}$	Ruim
$\frac{8}{100} \leq P \leq 1$	Péssimo

O desempenho conjunto dessas máquinas, em setembro, pode ser classificado como
a) excelente.
b) bom.
c) regular.
d) ruim.
e) péssimo.

Resolução

Resposta: B

Resposta da questão 1:
[B]

A probabilidade de um parafuso escolhido ao acaso ser defeituoso é dada por

$$\begin{aligned} P &= P(A \text{ e defeituoso}) + P(B \text{ e defeituoso}) \\ &= \frac{54}{100} \cdot \frac{25}{1000} + \left(1 - \frac{54}{100}\right) \cdot \frac{38}{1000} \\ &= \frac{3,098}{100}. \end{aligned}$$

Daí, como $\frac{2}{100} \leq \frac{3,098}{100} < \frac{4}{100}$, segue-se que o desempenho conjunto dessas máquinas pode ser classificado como Bom.

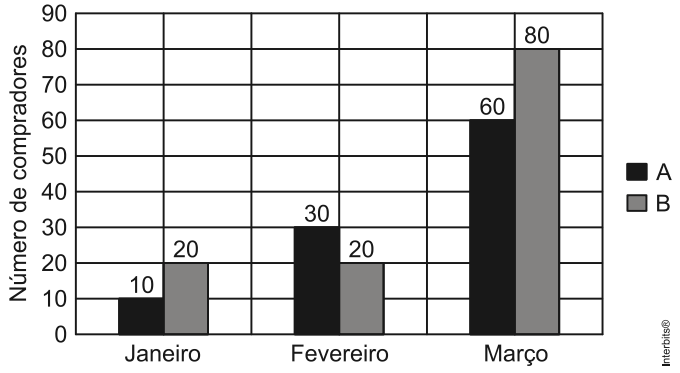
Resolução reproduzida da referência 3.

Item 022

2013 | R3-11-02

Fonte: referência 3, página 80.

2. (Enem 2013) Uma loja acompanhou o número de compradores de dois produtos, A e B, durante os meses de janeiro, fevereiro e março de 2012. Com isso, obteve este gráfico:



A loja sorteará um brinde entre os compradores do produto A e outro brinde entre os compradores do produto B.

Qual a probabilidade de que os dois sorteados tenham feito suas compras em fevereiro de 2012?

a) $\frac{1}{20}$

b) $\frac{3}{242}$

c) $\frac{5}{22}$

d) $\frac{6}{25}$

e) $\frac{7}{15}$

Resolução

Resposta: A

Resposta da questão 2:
[A]

Nos três meses considerados o número de compradores do produto A foi $10 + 30 + 60 = 100$, e o número de compradores do produto B, $20 + 20 + 80 = 120$. Logo, como no mês de fevereiro 30 pessoas compraram o produto A, e 20 pessoas compraram o produto B, segue-se que a probabilidade pedida é igual a $\frac{30}{100} \cdot \frac{20}{120} = \frac{1}{20}$.

Resolução reproduzida da referência 3.

Item 023

2013 | R3-11-03

Fonte: referência 3, página 80.

3. (Enem 2013) Numa escola com 1200 alunos foi realizada uma pesquisa sobre o conhecimento desses em duas línguas estrangeiras, inglês e espanhol.
Nessa pesquisa constatou-se que 600 alunos falam inglês, 500 falam espanhol e 300 não falam qualquer um desses idiomas.

Escolhendo-se um aluno dessa escola ao acaso e sabendo-se que ele não fala inglês, qual a probabilidade de que esse aluno fale espanhol?

a) $\frac{1}{2}$

b) $\frac{5}{8}$

c) $\frac{1}{4}$

d) $\frac{5}{6}$

e) $\frac{5}{14}$

Resolução

Resposta: A

Resposta da questão 3:
[A]

Sejam U, I e E, respectivamente, o conjunto universo, o conjunto dos alunos que falam inglês e o conjunto dos alunos que falam espanhol.

Queremos calcular $P(E \mid \overline{I})$.

Sabendo que $n(U) = 1200, n(I) = 600, n(E) = 500$ e $n(\overline{I \cup E}) = 300$, temos

$$n(I \cup E) = n(U) - n(\overline{I \cup E}) = 1200 - 300 = 900.$$

Além disso, pelo Princípio da Inclusão-Exclusão, obtemos

$$n(I \cup E) = n(I) + n(E) - n(I \cap E) \Leftrightarrow 900 = 600 + 500 - n(I \cap E) \Leftrightarrow n(I \cap E) = 200.$$

Portanto,

$$\begin{aligned} P(E \mid \overline{I}) &= \frac{n(E \cap \overline{I})}{n(\overline{I})} \\ &= \frac{n(E - I)}{n(E - I) + n(\overline{I \cup E})} \\ &= \frac{300}{300 + 300} \\ &= \frac{1}{2}. \end{aligned}$$

Resolução reproduzida da referência 3.

Item 024

2014 | R1-417

Fonte: referência 1, página 189.

Questão 417 (H28 | ENEM 2014) **Dificuldade 798,8**

Para analisar o desempenho de um método diagnóstico, realizam-se estudos em populações contendo pacientes sadios e doentes. Quatro situações distintas podem acontecer nesse contexto de teste:

1) Paciente TEM a doença e o resultado do teste é POSITIVO.
2) Paciente TEM a doença e o resultado do teste é NEGATIVO.
3) Paciente NÃO TEM a doença e o resultado do teste é POSITIVO.
4) Paciente NÃO TEM a doença e o resultado do teste é NEGATIVO.

Um índice de desempenho para avaliação de um teste diagnóstico é a sensibilidade, definida como a probabilidade de o resultado do teste ser POSITIVO se o paciente estiver com a doença.

O quadro refere-se a um teste diagnóstico para a doença A, aplicado em uma amostra composta por duzentos indivíduos.

Resultado do teste	**Doença A**	
	Presente	Ausente
Positivo	95	15
Negativo	5	85

BENSEÑOR, I. M.; LOTUFO, P. A. Epidemiologia: abordagem prática. São Paulo: Sarvier, 2011 (adaptado).

Conforme o quadro do teste proposto, a sensibilidade dele é de

A 47,5%.

B 85,0%.

C 86,3%.

D 94,4%.

E 95,0%.

Resolução **Resposta: E**

A sensibilidade considera apenas os pacientes doentes. Entre $95+5=100$ doentes, 95 tiveram teste positivo. Assim, a sensibilidade é $95/100=95\%$.

Item 025

2014 | R1-419

Fonte: referência 1, página 189.

Questão 419 (H28 | ENEM 2014) **Dificuldade 871,3**

O psicólogo de uma empresa aplica um teste para analisar a aptidão de um candidato a determinado cargo. O teste consiste em uma série de perguntas cujas respostas devem ser verdadeiro ou falso e termina quando o psicólogo fizer a décima pergunta ou quando o candidato der a segunda resposta errada. Com base em testes anteriores, o psicólogo sabe que a probabilidade de o candidato errar uma resposta é 0,20.

A probabilidade de o teste terminar na quinta pergunta é

(A) 0,02048.

(B) 0,08192.

(C) 0,24000.

(D) 0,40960.

(E) 0,49152.

Resolução **Resposta: B**

Para terminar na quinta pergunta, deve haver exatamente um erro nas quatro primeiras e outro na quinta. Assumindo independência, $P = \binom{4}{1}(0{,}2)(0{,}8)^3(0{,}2) = 0{,}08192$.

Item 026

2015 | R1-405

Fonte: referência 1, página 185.

Questão 405 (H28 | ENEM 2015) **Dificuldade 476,1**

Em uma central de atendimento, cem pessoas receberam senhas numeradas de 1 até 100. Uma das senhas é sorteada ao acaso.

Qual é a probabilidade de a senha sorteada ser um número de 1 a 20?

(A) $\frac{1}{100}$ (B) $\frac{19}{100}$ (C) $\frac{20}{100}$
(D) $\frac{21}{100}$ (E) $\frac{80}{100}$

Resolução **Resposta: C**

Há 20 senhas favoráveis entre 100 igualmente prováveis. Assim, $P = 20/100 = 1/5 = 20\%$.

Item 027

2015 | R1-421

Fonte: referência 1, página 190.

Questão 421 (H28 | ENEM 2015) **Dificuldade 887,9**

Em uma escola, a probabilidade de um aluno compreender e falar inglês é de 30%. Três alunos dessa escola, que estão em fase final de seleção de intercâmbio, aguardam, em uma sala, serem chamados para uma entrevista. Mas, ao invés de chamá-los um a um, o entrevistador entra na sala e faz, oralmente, uma pergunta em inglês que pode ser respondida por qualquer um dos alunos.

A probabilidade de o entrevistador ser entendido e ter sua pergunta oralmente respondida em inglês é

(A) 23,7%.

(B) 30,0%.

(C) 44,1%.

(D) 65,7%.

(E) 90,0%.

Resolução **Resposta: D**

Basta que pelo menos um dos três alunos compreenda e fale inglês. Assumindo independência, a probabilidade de nenhum conseguir é $0{,}7^3 = 0{,}343$. A desejada é $1 - 0{,}343 = 0{,}657 = 65{,}7\%$.

Item 028

2015 | R1-440

Fonte: referência 1, página 197.

Questão 440 (H29 | ENEM 2015) **Dificuldade 880,6**

Uma competição esportiva envolveu 20 equipes com 10 atletas cada. Uma denúncia à organização dizia que um dos atletas havia utilizado substância proibida. Os organizadores, então, decidiram fazer um exame *antidoping*. Foram propostos três modos diferentes para escolher os atletas que irão realizá-lo:

- Modo I: sortear três atletas dentre todos os participantes;
- Modo II: sortear primeiro uma das equipes e, desta, sortear três atletas;
- Modo III: sortear primeiro três equipes e, então, sortear um atleta de cada uma dessas três equipes.

Considere que todos os atletas têm igual probabilidade de serem sorteados e que P(I), P(II) e P(III) sejam as probabilidades de o atleta que utilizou a substância proibida seja um dos escolhidos para o exame no caso do sorteio ser feito pelo modo I, II ou III.

Comparando-se essas probabilidades, obtém-se

A P(I) < P(III) < P(II).

B P(II) < P(I) < P(III).

C P(I) < P(II) = P(III).

D P(I) = P(II) < P(III).

E P(I) = P(II) = P(III).

Resolução **Resposta: E**

No modo I, a probabilidade é $3/200$. No II, é $(1/20)(3/10) = 3/200$. No III, é $(3/20)(1/10) = 3/200$. Portanto, as três probabilidades são iguais.

Item 029

2015 | R1-450

Fonte: referência 1, página 201.

Questão 450 (H30 | ENEM 2015) **Dificuldade 951,7**

O HPV é uma doença sexualmente transmissível. Uma vacina com eficácia de 98% foi criada com o objetivo de prevenir a infecção por HPV e, dessa forma, reduzir o número de pessoas que venham a desenvolver câncer de colo de útero. Uma campanha de vacinação foi lançada em 2014 pelo SUS, para um público-alvo de meninas de 11 a 13 anos de idade. Considera-se que, em uma população não vacinada, o HPV acomete 50% desse público ao longo de suas vidas. Em certo município, a equipe coordenadora da campanha decidiu vacinar meninas entre 11 e 13 anos de idade em quantidade suficiente para que a probabilidade de uma menina nessa faixa etária, escolhida ao acaso, vir a desenvolver essa doença seja, no máximo, de 5,9%. Houve cinco propostas de cobertura, de modo a atingir essa meta:

- Proposta I: vacinação de 90% do público-alvo.
- Proposta II: vacinação de 55,8% do público-alvo.
- Proposta III: vacinação de 88,2% do público-alvo.
- Proposta IV: vacinação de 49% do público-alvo.
- Proposta V: vacinação de 95,9% do público-alvo.

Para diminuir os custos, a proposta escolhida deveria ser também aquela que vacinasse a menor quantidade possível de pessoas.

Disponível em: www.virushpv.com.br. Acesso em: 30 ago. 2014 (adaptado).

A proposta implementada foi a de número

A I.

B II.

C III.

D IV.

E V.

Resolução **Resposta: A**

Se a cobertura vacinal é v, a probabilidade de infecção no modelo é $0{,}5[(1-v)+0{,}02v] = 0{,}5-0{,}49v$. Exigindo no máximo $0{,}059$, obtém-se $v \geq 0{,}9$. A menor proposta suficiente é I, de 90%.

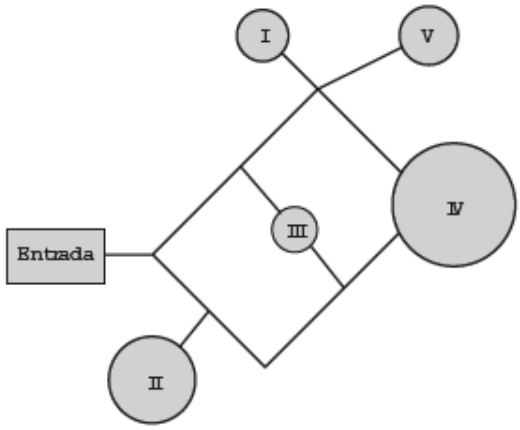
Item 030

2016 | R1-420

Fonte: referência 1, página 190.

Questão 420 (H28 | ENEM 2016) **Dificuldade 874,7**

Um adolescente vai a um parque de diversões tendo, prioritariamente, o desejo de ir a um brinquedo que se encontra na área IV, dentre as áreas I, II, III, IV e V existentes. O esquema ilustra o mapa do parque, com a localização da entrada, das cinco áreas com os brinquedos disponíveis e dos possíveis caminhos para se chegar a cada área. O adolescente não tem conhecimento do mapa do parque e decide ir caminhando da entrada até chegar à área IV.



Suponha que relativamente a cada ramificação as opções existentes de percurso pelos caminhos apresentem iguais probabilidades de escolha, que a caminhada foi feita escolhendo ao acaso os caminhos existentes e que, ao tomar um caminho que chegue a uma área distinta da IV, o adolescente necessariamente passa por ela ou retorna.

Nessas condições, a probabilidade de ele chegar à área IV sem passar por outras áreas e sem retornar é igual a

(A) $\frac{1}{96}$.

(B) $\frac{1}{64}$.

(C) $\frac{5}{24}$.

(D) $\frac{1}{4}$.

(E) $\frac{5}{12}$.

Resolução **Resposta: C**

Há dois percursos possíveis sem visitar outra área. Pelas escolhas nas bifurcações, suas probabilidades são $\frac{1}{2}\frac{1}{2}\frac{1}{3} = 1/12$ e $\frac{1}{2}\frac{1}{2}\frac{1}{2} = 1/8$. Como são alternativas distintas, somamos: $1/12 + 1/8 = 5/24$.

Item 031

2017 | R1-415

Fonte: referência 1, página 188.

Questão 415 (H28 | ENEM 2017) **Dificuldade 768,7**

Um morador de uma região metropolitana tem 50% de probabilidade de atrasar-se para o trabalho quando chove na região; caso não chova, sua probabilidade atraso é de 25%. Para um determinado dia, o serviço de meteorologia estima em 30% a probabilidade da ocorrência de chuva nessa região.

Qual é a probabilidade de esse morador se atrasar para o serviço no dia para o qual foi dada a estimativa de chuva?

- (A) 0,075
- (B) 0,150
- (C) 0,325
- (D) 0,600
- (E) 0,800

Resolução **Resposta: C**

Separe os casos chuva e ausência de chuva: $P(\text{atraso}) = 0{,}30 \cdot 0{,}50 + 0{,}70 \cdot 0{,}25 = 0{,}325$, ou $32{,}5\%$.

Item 032

2017 | R1-418

Fonte: referência 1, página 189.

Questão 418 (H28 | ENEM 2017) **Dificuldade 804,3**

Numa avenida existem 10 semáforos. Por causa de uma pane no sistema, os semáforos ficaram sem controle durante uma hora, e fixaram suas luzes unicamente em verde ou vermelho.

Os semáforos funcionam de forma independente; a probabilidade de acusar a cor verde é de $\frac{2}{3}$ e a de acusar a cor vermelha é de $\frac{1}{3}$. Uma pessoa percorreu a pé toda essa avenida durante o período da pane, observando a cor da luz de cada um desses semáforos.

Qual a probabilidade de que esta pessoa tenha observado exatamente um sinal na cor verde?

(A) $\frac{10 \cdot 2}{3^{10}}$

(B) $\frac{10 \cdot 2^9}{3^{10}}$

(C) $\frac{2^{10}}{3^{100}}$

(D) $\frac{2^{90}}{3^{100}}$

(E) $\frac{2}{3^{10}}$

Resolução **Resposta: A**

Escolha qual dos 10 semáforos ficará verde. A probabilidade de cada configuração é $(2/3)(1/3)^9$. Somando as dez possibilidades: $10 \cdot 2/3^{10}$.

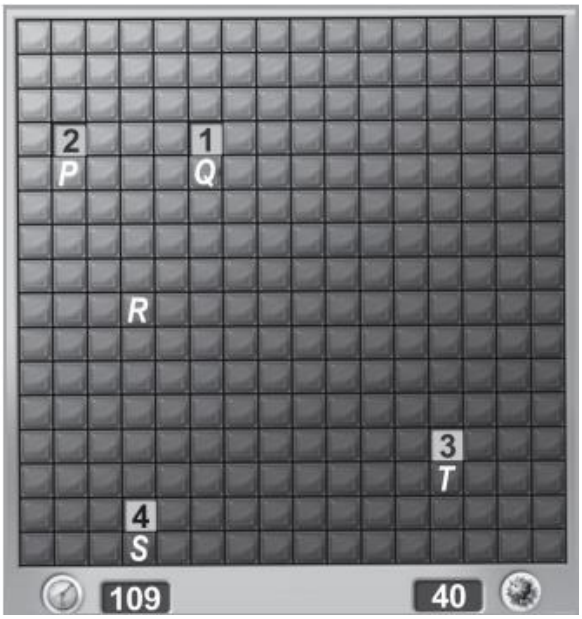
Item 033

2017 | R1-433

Fonte: referência 1, página 195.

Questão 433 (H29 | ENEM 2017) **Dificuldade 741,7**

A figura ilustra uma partida de Campo Minado, o jogo presente em praticamente todo computador pessoal. Quatro quadrados em um tabuleiro 16 × 16 foram abertos, e os números em suas faces indicam quantos dos seus 8 vizinhos contêm minas (a serem evitadas). O número 40 no canto inferior direito é o número total de minas no tabuleiro, cujas posições foram escolhidas ao acaso, de forma uniforme, antes de se abrir qualquer quadrado.



Em sua próxima jogada, o jogador deve escolher dentre os quadrados marcados com as letras P, Q, R, S e T um para abrir, sendo que deve escolher aquele com a menor probabilidade de conter uma mina.

O jogador deverá abrir o quadrado marcado com a letra

(A) P.

(B) Q.

(C) R.

(D) S.

(E) T.

Resolução **Resposta: B**

Nas vizinhanças marcadas, os riscos de P, Q, S e T são $2/8$, $1/8$, $4/8$ e $3/8$. Para R, fora desses grupos, restam 30 minas em 220 casas: $30/220 > 1/8$. A menor probabilidade é a de Q, $1/8$.

Item 034

2018 | R1-409

Fonte: referência 1, página 186.

Questão 409 (H28 | ENEM 2018) **Dificuldade 687,8**

O gerente do setor de recursos humanos de uma empresa está organizando uma avaliação em que uma das etapas é um jogo de perguntas e respostas. Para essa etapa, ele classificou as perguntas, pelo nível de dificuldade, em fácil, médio e difícil, e escreveu cada pergunta em cartões para a colocação em uma urna. Contudo, após depositar vinte perguntas de diferentes níveis na urna, ele observou que 25% delas eram de nível fácil. Querendo que as perguntas de nível fácil sejam a maioria, o gerente decidiu acrescentar mais perguntas de nível fácil à urna, de modo que a probabilidade de o primeiro participante retirar, aleatoriamente, uma pergunta de nível fácil seja de 75%.

Com essas informações, a quantidade de perguntas de nível fácil que o gerente deve acrescentar à urna é iguala

(A) 10.

(B) 15.

(C) 35.

(D) 40.

(E) 45.

Resolução **Resposta: D**

Inicialmente, há $25\% \cdot 20 = 5$ perguntas fáceis. Com mais x, $(5+x)/(20+x) = 3/4$. Logo, $20 + 4x = 60 + 3x$ e $x = 40$.

Item 035

2018 | R1-436

Fonte: referência 1, página 196.

Questão 436 (H29 | ENEM 2018) **Dificuldade 847,8**

Para ganhar um prêmio, uma pessoa deverá retirar, sucessivamente e sem reposição, duas bolas pretas de uma mesma urna.

Inicialmente, as quantidades e cores das bolas são como descritas a seguir:

- Urna A – Possui três bolas brancas, duas bolas pretas e uma bola verde;
- Urna B – Possui seis bolas brancas, três bolas pretas e uma bola verde;
- Urna C – Possui duas bolas pretas e duas bolas verdes;
- Urna D – Possui três bolas brancas e três bolas pretas.

A pessoa deve escolher uma entre as cinco opções apresentadas:

- Opção 1 – Retirar, aleatoriamente, duas bolas da urna A;
- Opção 2 – Retirar, aleatoriamente, duas bolas da urna B;
- Opção 3 – Passar, aleatoriamente, uma bola da urna C para a urna A; após isso, retirar, aleatoriamente, duas bolas da urna A;
- Opção 4 – Passar, aleatoriamente, uma bola da urna D para a urna C; após isso, retirar, aleatoriamente, duas bolas da urna C;
- Opção 5 – Passar, aleatoriamente, uma bola da urna C para a urna D; após isso, retirar, aleatoriamente, duas bolas da urna D.

Com o objetivo de obter a maior probabilidade possível de ganhar o prêmio, a pessoa deve escolher a opção

(A) 1.

(B) 2.

(C) 3.

(D) 4.

(E) 5.

Resolução **Resposta: E**

As probabilidades das opções 1 a 5 são $1/15$, $1/15$, $2/21$, $1/5$ e $3/14$. Nas opções com transferência, pondera-se a retirada por probabilidade $1/2$ de transferir preta ou não preta. A maior é $3/14 \approx 0{,}2143$, da opção 5.

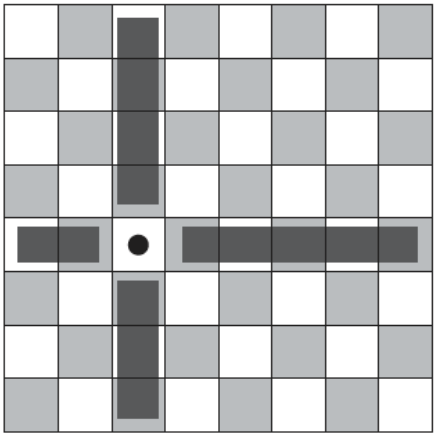
Item 036

2018 | R1-449

Fonte: referência 1, página 200.

Questão 449 (H30 | ENEM 2018) **Dificuldade 844,3**

Um designer de jogos planeja um jogo que faz uso de um tabuleiro de dimensão n x n, com $n \geq 2$, no qual cada jogador, na sua vez, coloca uma peça sobre uma das casas vazias do tabuleiro. Quando uma peça é posicionada, a região formada pelas casas que estão na mesma linha ou coluna dessa peça é chamada de zona de combate dessa peça. Na figura está ilustrada a zona de combate de uma peça colocada em uma das casas de um tabuleiro de dimensão 8 x 8.



O tabuleiro deve ser dimensionado de forma que a probabilidade de se posicionar a segunda peça aleatoriamente, seguindo a regra do jogo, e esta ficar sobre a zona de combate da primeira, seja inferior a $\frac{1}{5}$.

A dimensão mínima que o designer deve adotar para esse tabuleiro é

(A) 4 x 4.

(B) 6 x 6.

(C) 9 x 9.

(D) 10 x 10.

(E) 11 × 11.

Resolução **Resposta: D**

Após a primeira peça, há $n^2 - 1$ casas livres, das quais $2(n-1)$ estão na mesma linha ou coluna. A probabilidade é $2(n-1)/(n^2-1) = 2/(n+1)$. Para ser menor que $1/5$, é preciso $n > 9$. O mínimo é 10×10.

Item 037

2019 | R1-410

Fonte: referência 1, página 186.

Questão 410 (H28 | ENEM 2019) **Dificuldade 691,2**

Em um determinado ano, os computadores da receita federal de um país identificaram como inconsistentes 20% das declarações de imposto de renda que lhe foram encaminhadas. Uma declaração é classificada como inconsistente quando apresenta algum tipo de erro ou conflito nas informações prestadas. Essas declarações consideradas inconsistentes foram analisadas pelos auditores, que constataram que 25% delas eram fraudulentas. Constatou-se ainda que, dentre as declarações que não apresentaram inconsistências, 6,25% eram fraudulentas.

Qual é a probabilidade de, nesse ano, a declaração de um contribuinte ser considerada inconsistente, dado que ela era fraudulenta?

(A) 0,0500

(B) 0,1000

(C) 0,1125

(D) 0,3125

(E) 0,5000

Resolução **Resposta: E**

As declarações simultaneamente fraudulentas e inconsistentes são $0{,}20 \cdot 0{,}25 = 0{,}05$ do total. As fraudulentas consistentes são $0{,}80 \cdot 0{,}0625 = 0{,}05$. Entre todas as fraudulentas, a fração inconsistente é $0{,}05/(0{,}05 + 0{,}05) = 0{,}5$.

Item 038

2019 | R1-441

Fonte: referência 1, página 198.

Questão 441 (H30 | ENEM 2019) **Dificuldade 641,7**

O dono de um restaurante situado às margens de uma rodovia percebeu que, ao colocar uma placa de propaganda de seu restaurante ao longo da rodovia, as vendas aumentaram. Pesquisou junto aos seus clientes e concluiu que a probabilidade de um motorista perceber uma placa de anúncio é $\frac{1}{2}$. Com isso, após autorização do órgão competente, decidiu instalar novas placas com anúncios de seu restaurante ao longo dessa rodovia, de maneira que a probabilidade de um motorista perceber pelo menos uma das placas instaladas fosse superior a $\frac{99}{100}$.

A quantidade mínima de novas placas de propaganda a serem instaladas é

(A) 99.

(B) 51.

(C) 50.

(D) 6.

(E) 1.

Resolução **Resposta: D**

Com n placas independentes, a probabilidade de perceber ao menos uma é $1-(1/2)^n$. Exigindo $1-2^{-n}>0{,}99$, temos $2^n>100$. O menor total é 7 placas. Como já existe uma, devem ser instaladas 6 novas.

Item 039

2020 | R1-407

Fonte: referência 1, página 185.

Questão 407 (H28 | ENEM 2020) **Dificuldade 599,4**

O Estatuto do Idoso, no Brasil, prevê certos direitos às pessoas com idade avançada, concedendo a estas, entre outros benefícios, a restituição de imposto de renda antes dos demais contribuintes. A tabela informa os nomes e as idades de 12 idosos que aguardam suas restituições de imposto de renda. Considere que, entre os idosos, a restituição seja concedida em ordem decrescente de idade e que, em subgrupos de pessoas com a mesma idade, a ordem seja decidida por sorteio.

Nome	Idade (em ano)
Orlando	89
Gustavo	86
Luana	86
Teresa	85
Márcia	84
Roberto	82
Heloisa	75
Marisa	75
Pedro	75
João	75
Antônio	72
Fernanda	70

Nessas condições, a probabilidade de João ser a sétima pessoa do grupo a receber sua restituição é igual a

A $\frac{1}{12}$. **B** $\frac{7}{12}$. **C** $\frac{1}{8}$.

D $\frac{5}{6}$. **E** $\frac{1}{4}$.

Resolução **Resposta: E**

Seis pessoas têm mais de 75 anos. A sétima posição será a primeira do grupo de quatro pessoas com 75 anos. Como o desempate é por sorteio, João tem probabilidade 1/4 de ocupar essa posição.

Item 040

2020 | R1-424

Fonte: referência 1, página 191.

Questão 424 (H28 | ENEM 2020) **Anulada**

Amigo secreto é uma brincadeira tradicional nas festas de fim de ano. Um grupo de amigos se reúne e cada um deles sorteia o nome da pessoa que irá presentear. No dia da troca de presentes, uma primeira pessoa presenteia seu amigo secreto. Em seguida, o presenteado revela seu amigo secreto e o presenteia. A brincadeira continua até que todos sejam presenteados, mesmo no caso em que o ciclo se fecha. Dez funcionários de uma empresa, entre eles um casal, participarão de um amigo secreto. A primeira pessoa a revelar será definida por sorteio.

Qual é a probabilidade de que a primeira pessoa a revelar o seu amigo secreto e a última presenteada sejam as duas pessoas do casal?

A $\frac{1}{5}$

B $\frac{1}{45}$

C $\frac{1}{50}$

D $\frac{1}{90}$

E $\frac{1}{100}$

Resolução **Anulada**

Questão anulada. A dinâmica pode encerrar um ciclo antes de todos serem presenteados, sem especificar completamente como se escolhe quem reinicia; isso interfere em quem será o último. Portanto, deve-se preservar o status de anulação, sem atribuir uma alternativa oficial válida.

Item 041

2020 | R1-428

Fonte: referência 1, página 193.

Questão 428 (H29 | ENEM 2020) **Dificuldade 610,9**

Suponha que uma equipe de corrida de automóveis disponha de cinco tipos de pneu (I, II, III, IV, V), em que o fator de eficiência climática EC (índice que fornece o comportamento do pneu em uso, dependendo do clima) é apresentado:

- EC do pneu I: com chuva 6, sem chuva 3;
- EC do pneu II: com chuva 7, sem chuva −4;
- EC do pneu III: com chuva −2, sem chuva 10;
- EC do pneu IV: com chuva 2, sem chuva 8;
- EC do pneu V: com chuva −6, sem chuva 7.

O coeficiente de rendimento climático (CRC) de um pneu é calculado como a soma dos produtos dos fatores de EC, com ou sem chuva, pelas correspondentes probabilidades de se ter tais condições climáticas: ele é utilizado para determinar qual pneu deve ser selecionado para uma dada corrida, escolhendo-se o pneu que apresentar o maior CRC naquele dia. No dia de certa corrida, a probabilidade de chover era de 70%e o chefe da equipe calculou o CRC de cada um dos cinco tipos de pneu.

O pneu escolhido foi

(A) I.

(B) II.

(C) III.

(D) IV.

(E) V.

Resolução **Resposta: A**

Calcule $CRC = 0{,}7\,EC_{\text{chuva}} + 0{,}3\,EC_{\text{seco}}$. Para I a V, os resultados são 5,1; 3,7; 1,6; 3,8; −2,1. O maior é o do pneu I.

Item 042

2021 | R1-448

Fonte: referência 1, página 200.

Questão 448 (H30 | ENEM 2021) **Dificuldade 788,5**

O organizador de uma competição de lançamento de dardos pretende tornar o campeonato mais competitivo. Pelas regras atuais da competição, numa rodada, o jogador lança 3 dardos e pontua caso acerte pelo menos um deles no alvo. O organizador considera que, em média, os jogadores têm, em cada lançamento, $\frac{1}{2}$ de probabilidade de acertar um dardo no alvo.

A fim de tornar o jogo mais atrativo, planeja modificar as regras de modo que a probabilidade de um jogador pontuar em uma rodada seja igual ou superior a $\frac{9}{10}$. Para isso, decide aumentar a quantidade de dardos a serem lançados em cada rodada.

Com base nos valores considerados pelo organizador da competição, a quantidade mínima de dardos que devem ser disponibilizados em uma rodada para tornar o jogo mais atrativo é

A) 2.
B) 4.
C) 6.
D) 9.
E) 10.

Resolução

Resposta: B

Com n lançamentos independentes, a chance de pontuar é $1-2^{-n}$. Exige-se $2^{-n} \leq 0{,}1$. Três dardos dão $87{,}5\%$ e quatro, $93{,}75\%$. O mínimo é 4.

Item 043

2022 | R1-422

Fonte: referência 1, página 190.

Questão 422 (H28 | ENEM 2022) **Dificuldade 965,3**

A *World Series* é a decisão do campeonato norte-americano de beisebol. Os dois times que chegam a essa fase jogam, entre si, até sete partidas. O primeiro desses times que completar quatro vitórias é declarado campeão.

Considere que, em todas as partidas, a probabilidade de qualquer um dos dois times vencer é sempre $\frac{1}{2}$.

Qual é a probabilidade de o time campeão ser aquele que venceu a primeira partida da *World Series*?

A $\frac{35}{64}$

B $\frac{40}{64}$

C $\frac{42}{64}$

D $\frac{44}{64}$

E $\frac{52}{64}$

Resolução **Resposta: C**

Considere como referência o vencedor da primeira partida. Entre seis resultados posteriores possíveis, ele precisa obter pelo menos três vitórias. Pode-se completar ficticiamente a série após seu encerramento sem mudar o campeão. Assim, $P = [\binom{6}{3} + \binom{6}{4} + \binom{6}{5} + \binom{6}{6}]/2^6 = 42/64$.

Item 044

2022 | R1-423

Fonte: referência 1, página 191.

Questão 423 (H28 | ENEM 2022) **Anulada pela TRI**

Em um jogo de bingo, as cartelas contêm 16quadrículas dispostas em linhas e colunas. Cada quadrícula tem impresso um número, dentre os inteiros de 1 a 50, sem repetição de número. Na primeira rodada, um número é sorteado, aleatoriamente, dentre os 50 possíveis. Em todas as rodadas, o número sorteado é descartado e não participa dos sorteios das rodadas seguintes. Caso o jogador tenha em sua cartela o número sorteado, ele o assinala na cartela. Ganha o jogador que primeiro conseguir preencher quatro quadrículas que formam uma linha, uma coluna ou uma diagonal conforme os tipos de situações ilustradas na Figura 1.

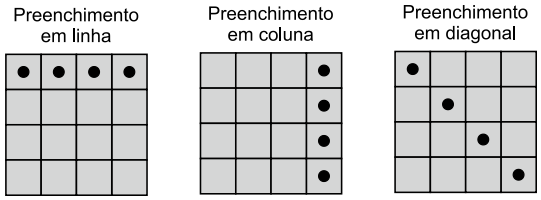


Figura 1

O jogo inicia e, nas quatro primeiras rodadas, foram sorteados os seguintes números: 03, 27, 07 e 48. Ao final da quarta rodada, somente Pedro possuía uma cartela que continha esses quatro números sorteados, sendo que todos os demais jogadores conseguiram assinalar, no máximo, um desses números em suas cartelas. Observe na Figura2 o cartão de Pedro após as quatro primeiras rodadas.

(03)	(48)	12	(27)
49	11	22	05
29	50	19	45
33	23	38	(07)

Figura 2

A probabilidade de Pedro ganhar o jogo em uma das duas próximas rodadas é

A $\frac{1}{46}+\frac{1}{45}$.

B $\frac{1}{46}+\frac{2}{46\cdot 45}$.

C $\frac{1}{46}+\frac{8}{46\cdot 45}$.

D $\frac{1}{46}+\frac{43}{46\cdot 45}$.

E $\frac{1}{46}+\frac{49}{46\cdot 45}$.

Resolução

Resposta: E

O número 12 completa imediatamente a primeira linha: probabilidade $1/46$. Se isso não ocorre, a segunda rodada pode trazer 12 em 45 pares ordenados possíveis, ou completar um dos pares $\{11, 19\}$ e $\{05, 45\}$, em quatro ordens. Logo, $P = 1/46 + 49/(46 \cdot 45)$. O material assinala exclusão pela TRI; o cálculo matemático corresponde a E.

Item 045

2023 | R1-464

Fonte: referência 1, página 216.

Questão 464 (Habilidade 28) **Dificuldade 636,8**

No alojamento de uma universidade, há alguns quartos com o padrão superior ao dos demais. Um desses quartos ficou disponível, e muitos estudantes se candidataram para morar no local. Para escolher quem ficará com o quarto, um sorteio será realizado. Para esse sorteio, cartões individuais com os nomes de todos os estudantes inscritos serão depositados em uma urna, sendo que, para cada estudante de primeiro ano, será depositado um único cartão com seu nome; para cada estudante de segundo ano, dois cartões com seu nome; e, para cada estudante de terceiro ano, três cartões com seu nome. Foram inscritos 200 estudantes de primeiro ano, 150 de segundo ano e 100 de terceiro ano. Todos os cartões têm a mesma probabilidade de serem sorteados.

Qual a probabilidade de o vencedor do sorteio ser um estudante de terceiro ano?

A $\frac{1}{2}$

B $\frac{1}{3}$

C $\frac{1}{8}$

D $\frac{2}{9}$

E $\frac{3}{8}$

Resolução **Resposta: E**

Há 200 cartões do primeiro ano, 300 do segundo e 300 do terceiro, totalizando 800. A probabilidade de terceiro ano é $300/800 = 3/8$.

Item 046

2023 | R1-487

Fonte: referência 1, página 224.

Questão 487 (Habilidade 28) **Dificuldade 750,5**

Em um colégio público, a admissão no primeiro ano se dá por sorteio. Neste ano há 55 candidatos, cujas inscrições são numeradas de 01 a 55. O sorteio de cada número de inscrição será realizado em etapas, utilizando-se duas urnas. Da primeira urna será sorteada uma bola, dentre bolas numeradas de 0 a 9, que representará o algarismo das unidades do número de inscrição a ser sorteado e, em seguida, da segunda urna, será sorteada uma bola para representar o algarismo das dezenas desse número. Depois do primeiro sorteio, e antes de se sortear o algarismo das dezenas, as bolas que estarão presentes na segunda urna serão apenas aquelas cujos números formam, como algarismo já sorteado, um número de 01 a 55.

As probabilidades de os candidatos de inscrição número 50 e 02 serem sorteados são, respectivamente,

A $\frac{1}{50}$ e $\frac{1}{60}$.

B $\frac{1}{50}$ e $\frac{1}{50}$.

C $\frac{1}{50}$ e $\frac{1}{10}$.

D $\frac{1}{55}$ e $\frac{1}{54}$.

E $\frac{1}{100}$ e $\frac{1}{100}$.

Resolução **Resposta: A**

Para a inscrição 50, sorteia-se unidade 0, probabilidade $1/10$, e depois uma das cinco dezenas de 1 a 5: $P(50) = 1/50$. Para 02, a unidade 2 permite seis dezenas, de 0 a 5; logo, $P(02) = 1/60$.

Item 047

2023 | R1-492

Fonte: referência 1, página 226.

Questão 492 (Habilidade 30) **Dificuldade 791,9**

Visando atrair mais clientes, o gerente de uma loja anunciou uma promoção em que cada cliente que realizar uma compra pode ganhar um voucher para ser usado em sua próxima compra. Para ganhar seu voucher, o cliente precisa retirar, ao acaso, uma bolinha de dentro de cada uma das duas urnas A e B disponibilizadas pelo gerente, nas quais há apenas bolinhas pretas e brancas.

Atualmente, a probabilidade de se escolher, ao acaso, uma bolinha preta na urna A é igual a 20% e a probabilidade de se escolher uma bolinha preta na urna B é 25%. Ganha o voucher o cliente que retirar duas bolinhas pretas, uma de cada urna.

Com o passar dos dias, o gerente percebeu que, para a promoção ser viável aos negócios, era preciso alterar a probabilidade de acerto do cliente sem alterar a regra da promoção. Para isso, resolveu alterar a quantidade de bolinhas brancas na urna B de forma que a probabilidade de um cliente ganhar o voucher passasse a ser menor ou igual a 1%. Sabe-se que a urna B tem 4 bolinhas pretas e que, em ambas as urnas, todas as bolinhas têm a mesma probabilidade de serem retiradas.

Qual é o número mínimo de bolinhas brancas que o gerente deve adicionar à urna B?

A) 20

B) 60

C) 64

D) 68

E) 80

Resolução **Resposta: C**

Na urna B há inicialmente $4/0{,}25 = 16$ bolinhas. Acrescentando x brancas, a chance de ganhar é $0{,}20 \cdot 4/(16 + x)$. Exigindo no máximo 0,01, resulta $16 + x \geq 80$, ou $x \geq 64$.

Item 048

2024 | O2024-165

Fonte: INEP, caderno azul, página 25; questão 165.

QUESTÃO 165

Para melhorar o fluxo de ônibus em uma avenida que tem dois semáforos, a prefeitura reduzirá o tempo em que cada sinal ficará vermelho, que atualmente é de 15 segundos a cada 60 segundos. Admita que o instante de chegada de um ônibus a cada semáforo é aleatório.

O engenheiro de tráfego da prefeitura calculou a probabilidade de um ônibus encontrar cada um deles vermelho, obtendo $\frac{15}{60}$. A partir daí, estabeleceu uma mesma redução na quantidade do tempo, em segundo, em que cada sinal ficará vermelho, de maneira que a probabilidade de um ônibus encontrar ambos os sinais vermelhos numa mesma viagem seja igual a $\frac{4}{100}$, considerando os eventos independentes.

Para isso, a redução do tempo em que o sinal ficará vermelho, em segundo, estabelecida pelo engenheiro foi de

A 1,35.
B 3,00.
C 9,00.
D 12,60.
E 13,80.

Resolução **Resposta: B**

Se t é o novo tempo de vermelho em cada ciclo de 60 s, a probabilidade de encontrar ambos os sinais fechados é $(t/60)^2$. Logo, $(t/60)^2 = 0{,}04$, de onde $t = 12$ s. O tempo original era 15 s; a redução é de 3 s.

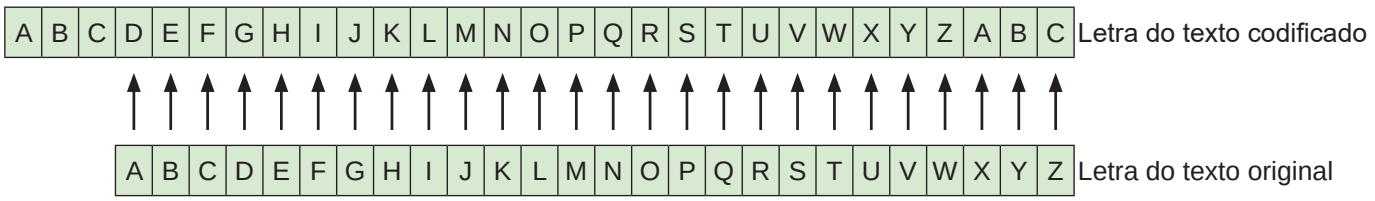
Item 049

2024 | O2024-169

Fonte: INEP, caderno azul, página 27; questão 169.

QUESTÃO 169

A criptografia refere-se à construção e análise de protocolos que impedem terceiros de lerem mensagens privadas. Júlio César, imperador romano, utilizava um código para proteger as mensagens enviadas a seus generais. Assim, se a mensagem caísse em mãos inimigas, a informação não poderia ser compreendida. Nesse código, cada letra do alfabeto era substituída pela letra três posições à frente, ou seja, o "A" era substituído pelo "D", o "B" pelo "E", o "C" pelo "F", e assim sucessivamente.



Disponível em: www.codifica.ibict.br. Acesso em: 15 out. 2019.

Qualquer código que tenha um padrão de substituição de letras como o descrito é considerado uma Cifra de César ou um Código de César. Note que, para decifrar uma Cifra de César, basta descobrir por qual letra o "A" foi substituído, pois isso define todas as demais substituições a serem feitas.

Uma mensagem, em um alfabeto de 26 letras, foi codificada usando uma Cifra de César. Considere a probabilidade de se descobrir, aleatoriamente, o padrão utilizado nessa codificação, e que uma tentativa frustrada deverá ser eliminada nas tentativas seguintes.

A probabilidade de se descobrir o padrão dessa Cifra de César apenas na terceira tentativa é dada por

A $\frac{1}{25}+\frac{1}{25}+\frac{1}{25}$

B $\frac{24}{25}+\frac{23}{24}+\frac{1}{23}$

C $\frac{1}{25}\times\frac{1}{24}\times\frac{1}{23}$

D $\frac{24}{25}\times\frac{23}{25}\times\frac{1}{25}$

E $\frac{24}{25}\times\frac{23}{24}\times\frac{1}{23}$

Resolução

Resposta: E

Existem 25 deslocamentos não triviais possíveis. Sem repetir tentativas, a probabilidade de errar as duas primeiras e acertar a terceira é $(24/25)(23/24)(1/23) = 1/25$. Equivalentemente, cada uma das 25 posições na ordem de tentativas tem a mesma chance de conter a chave correta.

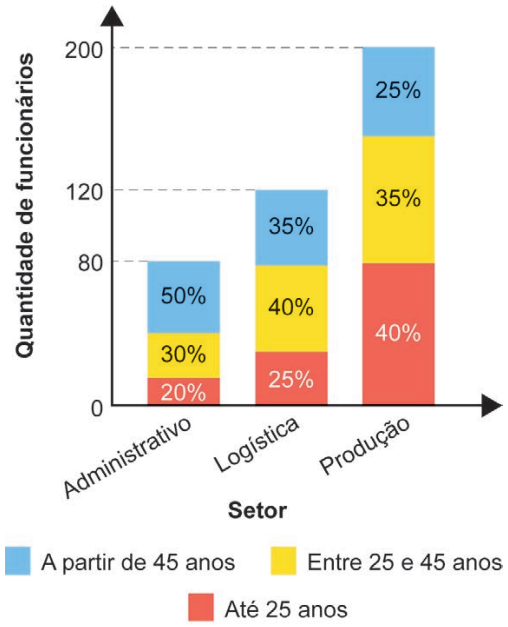
Item 050

2024 | O2024-173

Fonte: INEP, caderno azul, página 29; questão 173.

QUESTÃO 173

Uma empresa tem 400 funcionários, distribuídos em três setores: administrativo, logística e produção. O gráfico apresenta a distribuição quantitativa desses funcionários, por setor e por faixa etária.



Uma viagem de férias será sorteada entre esses funcionários, de forma que todos terão igual probabilidade de serem sorteados.

A maior probabilidade é que o funcionário sorteado esteja na faixa etária

A entre 25 e 45 anos, pois é a faixa etária com maior quantidade de funcionários.

B entre 25 e 45 anos, pois é a única faixa etária cujas porcentagens são maiores do que as porcentagens mínimas de cada setor.

C até 25 anos, pois é a única faixa etária cujos percentuais associados aos setores aumentam com o aumento da quantidade de funcionários por setor.

D até 25 anos, pois é a faixa etária que apresenta maior quantidade de funcionários no setor de produção, que é o setor que emprega metade dos funcionários dessa empresa.

E a partir de 45 anos, pois a soma das porcentagens associadas a essa faixa etária é 110%, que é maior do que as respectivas somas associadas às outras faixas etárias, que são 105% e 85%.

Resolução **Resposta: A**

Na faixa intermediária de idade há $0{,}30 \cdot 80 + 0{,}40 \cdot 120 + 0{,}35 \cdot 200 = 24 + 48 + 70 = 142$ funcionários. Na faixa mais jovem são $16 + 30 + 80 = 126$, e na mais velha, $40 + 42 + 50 = 132$. Portanto, a faixa intermediária reúne a maior quantidade: 142.

Item 051

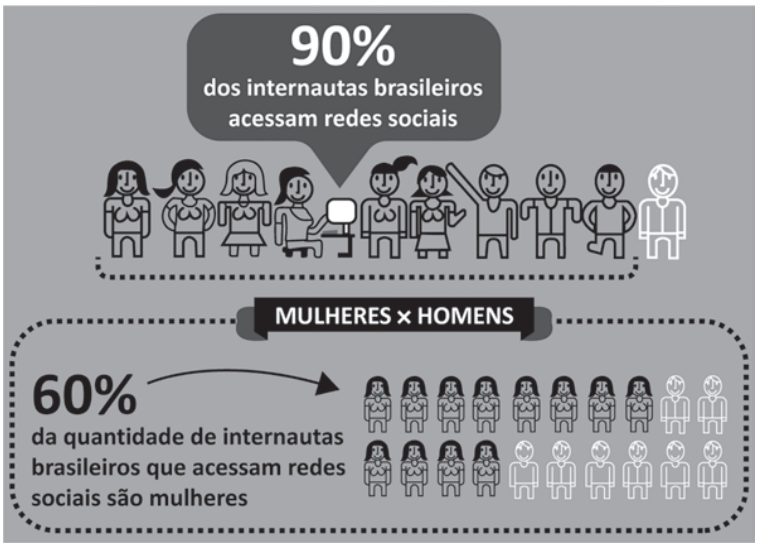
2025 | O2025-137

Fonte: INEP, caderno azul, página 16; questão 137.

QUESTÃO 137

A reportagem de uma revista abordou o uso de redes sociais pelos internautas brasileiros. Alguns dos dados apurados pela reportagem estão apresentados no infográfico.

Perfil dos brasileiros nas redes sociais



Disponível em: http://revistagalileu.globo.com. Acesso em: 22 out. 2015 (adaptado).

Segundo os dados do infográfico, ao se escolher aleatoriamente um internauta brasileiro no período ao qual se refere a reportagem, a probabilidade de ele ser um homem que acessa alguma rede social é

(A) $\frac{30}{90}$

(B) $\frac{36}{100}$

(C) $\frac{40}{100}$

(D) $\frac{40}{90}$

(E) $\frac{46}{90}$

Resolução **Resposta: B**

Dos internautas, 90% acessam redes sociais. Entre estes, 60% são mulheres e 40% são homens. A probabilidade de selecionar um homem que acessa redes é $0{,}90 \cdot 0{,}40 = 0{,}36 = 36/100$.

Item 052

2025 | O2025-152

Fonte: INEP, caderno azul, página 21; questão 152.

QUESTÃO 152

Quatro candidatos se apresentaram para realizar a prova de um concurso. Antes de iniciar a prova, os celulares dos quatro candidatos foram recolhidos pelo aplicador, que os guardou, cada um, dentro de um envelope preto. Ao término da prova, o aplicador devolveu os quatro envelopes com os celulares aos quatro candidatos, de maneira aleatória, já que não havia feito a identificação dos envelopes.

A probabilidade de que todos os candidatos tenham recebido de volta os envelopes com os seus respectivos celulares é

A $\frac{1}{2}$

B $\frac{1}{10}$

C $\frac{1}{16}$

D $\frac{1}{24}$

E $\frac{1}{256}$

Resolução **Resposta: D**

As quatro posições podem ser preenchidas em $4! = 24$ ordens igualmente prováveis. Apenas uma ordem é a correta. A probabilidade é $1/24$.

Item 053

2025 | O2025-178

Fonte: INEP, caderno azul, página 31; questão 178.

QUESTÃO 178

Três dados cúbicos, com faces numeradas de 1 a 6, foram utilizados em um jogo. Artur escolheu dois dados, e João ficou com o terceiro. O jogo consiste em ambos lançarem seus dados, observarem os números nas faces voltadas para cima e compararem o maior número obtido por Artur com o número obtido por João. Vence o jogador que obtiver o maior número. Em caso de empate, a vitória é de João.

O jogador que tem a maior probabilidade de vitória é

A Artur, com probabilidade de $\frac{2}{3}$

B João, com probabilidade de $\frac{4}{9}$

C Artur, com probabilidade de $\frac{91}{216}$

D João, com probabilidade de $\frac{91}{216}$

E Artur, com probabilidade de $\frac{125}{216}$

Resolução **Resposta: E**

Há $6^3 = 216$ resultados equiprováveis. Se João obtém j, ele vence quando ambos os dados de Artur são no máximo j, o que dá j^2 resultados. Logo, João vence em $1^2 + 2^2 + \cdots + 6^2 = 91$ casos. Artur vence nos $216 - 91 = 125$ restantes, com probabilidade $125/216$, maior que a de João.

Item 054

2026 | O2026-140

Fonte: INEP, caderno amarelo, página 17; questão 140.

QUESTÃO 140

O conceito de grupo sanguíneo se baseia na presença ou ausência de um ou dois antígenos (A e B) na membrana dos glóbulos vermelhos. Com relação a esses dois antígenos, há quatro grupos sanguíneos.

- A: apenas o antígeno A está presente;
- B: apenas o antígeno B está presente;
- AB: ambos os antígenos estão presentes;
- O: nenhum dos antígenos está presente.

Além dos antígenos A e B, há outro antígeno envolvido, chamado fator Rh, indicado com o sinal "+" quando está presente, ou com o sinal "–" quando está ausente. Dessa forma, o grupo sanguíneo de uma pessoa é descrito usando-se letras e o sinal indicador do fator Rh, por exemplo: O^+, A^+, AB^-. Há dois grupos sanguíneos que se destacam: AB^+, denominado "receptor universal", que em uma transfusão de sangue a pessoa pode receber sangue de qualquer tipo; e O^-, denominado "doador universal", cujo sangue pode ser recebido por qualquer pessoa.

Disponível em: http://saude.hsw.uol.com.br.
Acesso em: 2 mar. 2012 (adaptado).

Em uma cidade, foi realizado um levantamento dos grupos sanguíneos de todos os moradores, constatando-se que 25% da população apresenta apenas o antígeno tipo A; 25%, apenas o tipo B e 30%, o tipo AB. Além disso, em cada grupo sanguíneo, a ocorrência do fator Rh^+ é de 60%.

A probabilidade de uma pessoa dessa cidade, escolhida ao acaso, ser receptora universal ou doadora universal é

A) 0,3.
B) 0,26.
C) 0,06.
D) 0,036.
E) 0,0144.

Resolução **Resposta: B**

Grupo O: $100\% - 25\% - 25\% - 30\% = 20\%$. Receptor universal ($AB^+$): $0{,}30 \cdot 0{,}60 = 0{,}18$. Doador universal ($O^-$): $0{,}20 \cdot 0{,}40 = 0{,}08$. Eventos disjuntos: $0{,}18 + 0{,}08 = 0{,}26$.

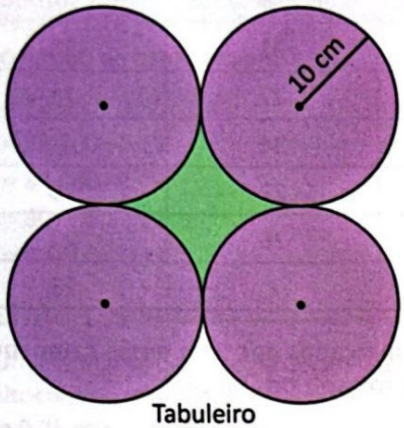
Item 055

2026 | O2026-148

Fonte: INEP, caderno amarelo, página 19; questão 148.

QUESTÃO 148

Em um jogo, o participante deve arremessar um disco sobre um tabuleiro. Esse tabuleiro é formado por 4 círculos de raio 10 cm, que se tangenciam, e a região de cor verde delimitada por eles, conforme figura. Os círculos estão dispostos de maneira que seus centros possam ser vértices de um quadrado.



Tabuleiro



Disco

Uma jogada é considerada válida somente se o centro do disco cair sobre o tabuleiro. O participante vence apenas se o disco cair inteiramente sobre um dos círculos.

O criador desse jogo escolherá um valor inteiro para a medida *r* do raio do disco, de maneira que a probabilidade de vitória em uma jogada válida seja inferior a 60%.

Utilize 3 como aproximação para π.

A medida mínima de *r*, em centímetro, a ser escolhida é

A) 2.
B) 4.
C) 5.
D) 6.
E) 8.

Resolução **Resposta: A**

Área do tabuleiro: quatro círculos, $4 \cdot 3 \cdot 10^2 = 1200$ cm^2, mais a região verde, que é o quadrado de lado 20 formado pelos centros menos quatro quartos de círculo: $400 - 300 = 100$ cm^2. Total: 1300 cm^2. O disco cai inteiro sobre um círculo quando seu centro dista no máximo $10-r$ do centro desse círculo: área favorável $4 \cdot 3(10-r)^2$. Exigindo $\dfrac{12(10-r)^2}{1300} < 0{,}6$, obtém-se $(10-r)^2 < 65$, isto é, $10 - r < 8{,}06$ e $r > 1{,}94$. O menor inteiro é $r = 2$ (probabilidade $768/1300 \approx 59\%$).

Item 056

2026 | O2026-167

Fonte: INEP, caderno amarelo, página 24; questão 167.

QUESTÃO 167

No Brasil, datas são registradas no formato DD/MM, em que os primeiros dois dígitos codificam o dia do mês, e os dois seguintes, o mês do ano. Em alguns países, esses registros se dão no formato MM/DD, no qual se indica primeiro o mês do ano e depois o dia do mês. Por exemplo, a data 9 de maio é registrada, no Brasil, no formato 09/05, enquanto em alguns países, essa mesma data é registrada no formato 05/09.

Um aplicativo gerará aleatoriamente uma data (dia e mês) de um ano não bissexto.

Qual é a probabilidade de que a data gerada tenha o mesmo registro nos dois formatos considerados?

A) $\frac{12}{365}$

B) $\frac{30}{365}$

C) $\frac{144}{365}$

D) $\frac{1}{12}$

E) $\frac{12}{30}$

Resolução **Resposta: A**

O registro DD/MM coincide com o MM/DD apenas quando dia e mês são iguais: 01/01, 02/02, ..., 12/12, isto é, 12 datas entre 365. Probabilidade: 12/365.

Estatística e interpretação de dados

Tema 12 | 142 itens com resoluções.

Item 001

1998 | R2-30

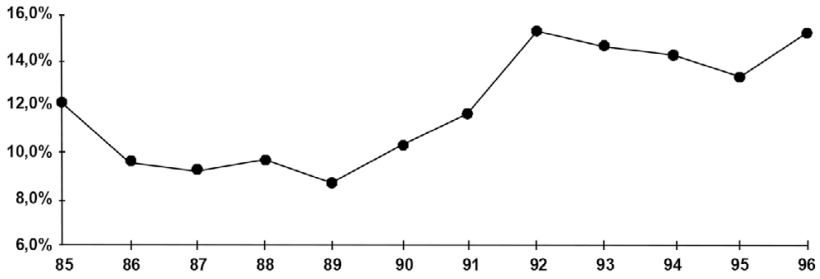
Fonte: referência 2, página 89.

Enunciado e resolução da referência 2. Resposta: D.

33. (ENEM 1998)

Um estudo sobre o problema do desemprego na Grande São Paulo, no período 1985-1996, realizado pelo SEADE-DIEESE, apresentou o seguinte gráfico sobre taxa de desemprego.

Médias Anuais da Taxa de Desemprego Total
Grande São Paulo
1985 – 1996



Fonte: SEP, Convênio SEADE-DIEESE.

Pela análise do gráfico, é correto afirmar que, no período considerado,

(A) a maior taxa de desemprego foi de 14%.
(B) a taxa de desemprego no ano de 1995 foi a menor do período.
(C) a partir de 1992, a taxa de desemprego foi decrescente.
(D) no período 1985-1996, a taxa de desemprego esteve entre 8% e 16%.
(E) a taxa de desemprego foi crescente no período compreendido entre 1988 e 1991.

O gráfico apresenta a taxa de desemprego entre 8% e 16% no período de 1985 a 1996. Sendo próximo a 8% em 1989 e próximo a 15% em 1996.

Gabarito "D"

Item 002

Fonte: referência 2, página 88.

Enunciado e resolução da referência 2. Resposta: D.

30. **(ENEM 1999)** Para convencer a população local da ineficiência da Companhia Telefônica Vilatel na expansão da oferta de linhas, um político publicou no jornal local o gráfico I, abaixo representado. A Companhia Vilatel respondeu publicando dias depois o gráfico II, onde pretende justificar um grande aumento na oferta de linhas. O fato é que, no período considerado, foram instaladas, efetivamente, 200 novas linhas telefônicas.

Grafico I

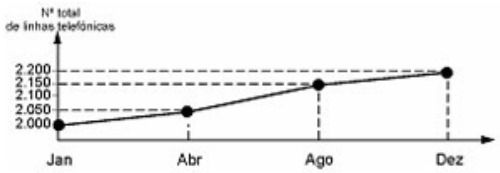
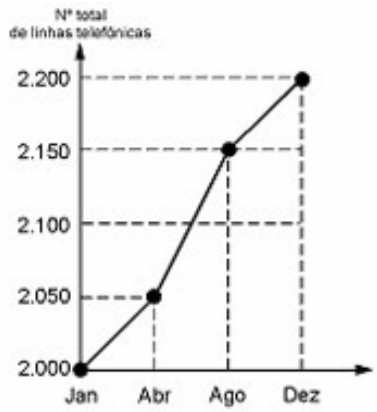


Grafico II



Analisando os gráficos, pode-se concluir que

(A) o gráfico II representa um crescimento real maior do que o do gráfico I.

(B) o gráfico I apresenta o crescimento real, sendo o II incorreto.

(C) o gráfico II apresenta o crescimento real, sendo o gráfico I incorreto.

(D) a aparente diferença de crescimento nos dois gráficos decorre da escolha das diferentes escalas.

(E) os dois gráficos são incomparáveis, pois usam escalas diferentes.

Os dois gráficos apresentam os mesmos dados, entretanto, com diferenças de escalas. O gráfico I apresenta maior espaçamento entre os meses, enquanto o gráfico II entre os valores do número total de linhas telefônicas.

Gabarito "D"

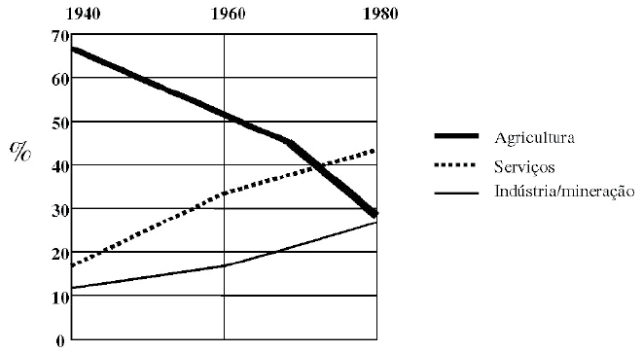
Item 003

2001 | R2-23

Fonte: referência 2, página 86.

Enunciado e resolução da referência 2. Resposta: E.

26. **(ENEM 2001)** O gráfico mostra a porcentagem da força de trabalho brasileira em 40 anos, com relação aos setores agrícola, de serviços e industrial/mineral.



A leitura do gráfico permite constatar que:

(A) Em 40 anos, o Brasil deixou de ser essencialmente agrícola para se tornar uma sociedade quase que exclusivamente industrial.

(B) A variação da força de trabalho agrícola foi mais acentuada no período de 1940 a 1960.

(C) Por volta de 1970, a força de trabalho agrícola tornou-se equivalente à industrial e de mineração.

(D) Em 1980, metade dos trabalhadores brasileiros constituía a força de trabalho do setor agrícola.

(E) De 1960 a 1980, foi equivalente o crescimento percentual de trabalhadores nos setores industrial/mineral e de serviços.

O gráfico permite constatar que de 1960 a 1980 o crescimento percentual de trabalhadores nos setores industrial/mineração e de serviços foi equivalente, pois em 1960 estavam em aproximadamente 17% e 32%, respectivamente, e em 1980 em aproximadamente 27% e 42%, respectivamente (um crescimento de aproximadamente 10% para cada um).

Gabarito "E"

Item 004

Fonte: referência 2, página 87.

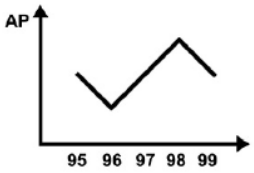
Enunciado e resolução da referência 2. Resposta: A.

27. (ENEM 2001) O quadro apresenta a produção de algodão de uma cooperativa de agricultores entre 1995 e 1999.

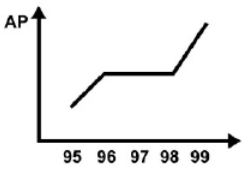
	Safra				
	1995	1996	1997	1998	1999
Produção (em mil toneladas)	30	40	50	60	80
Produtividade (em kg/hectare)	1.500	2.500	2.500	2.500	4.000

O gráfico que melhor representa a área plantada (AP) no período considerado é:

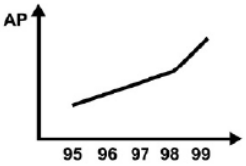
(A)



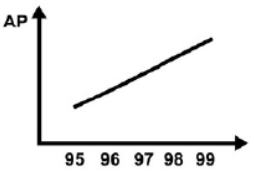
(B)



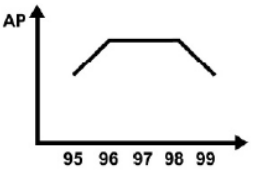
(C)



(D)



(E)



Para saber a área plantada, basta dividirmos a produção (kg) pela produtividade (kg/hectare). Para isso, primeiro precisamos igualar as unidades de medida.

1 tonelada = 1.000 kg, ou 10^3 kg. Logo, 1.000 toneladas = 10^6 kg. Assim, temos a seguinte tabela

	1995	1996	1997	1998	1999
Produção (kg)	30×10^6	40×10^6	50×10^6	60×10^6	80×10^6
Produtividade (kg/hectare)	15×10^2	25×10^2	25×10^2	25×10^2	40×10^2
Área plantada (hectare)	2×10^4	$1{,}6\times10^4$	2×10^4	$2{,}4\times10^4$	2×10^4

O gráfico que melhor representa esta variação da área plantada é o da alternativa *A*.

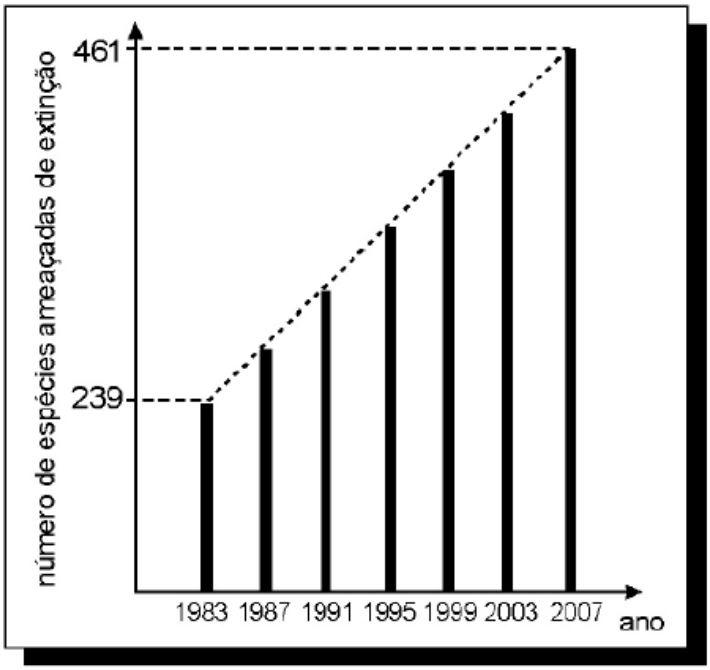
Gabarito "A"

Item 005

Fonte: referência 2, página 86.

Enunciado e resolução da referência 2. Resposta: C.

23. **(ENEM 2007)** O gráfico abaixo, obtido a partir de dados do Ministério do Meio Ambiente, mostra o crescimento do número de espécies da fauna brasileira ameaçadas de extinção.



Se mantida, pelos próximos anos, a tendência de crescimento mostrada no gráfico, o número de espécies ameaçadas de extinção em 2011 será igual a

(A) 465.
(B) 493.
(C) 498.
(D) 538.
(E) 699.

O gráfico mostra um crescimento linear do número de espécies da fauna brasileira ameaçadas de extinção. Para saber o crescimento a cada período (ou seja, a cada 4 anos), basta calcular a média de crescimento a cada intervalo do período contemplado pelo gráfico. Assim:

$$\text{crescimento} = \frac{\text{(valor final)} - \text{(valor inicial)}}{\text{quantidade de intervalos entre períodos}}$$

$$\text{crescimento} = \frac{(461) - (239)}{6} = 37$$

Se em 2007 havia 461 espécies em extinção, em 2011 haverá 461 + 37 = 498 espécies em extinção.

Gabarito "C"

Item 006

Fonte: referência 2, página 85.

Enunciado e resolução da referência 2. Resposta: D.

20. **(ENEM 2008)** Uma pesquisa da ONU estima que, já em 2008, pela primeira vez na história das civilizações, a maioria das pessoas viverá na zona urbana. O gráfico a seguir mostra o crescimento da população urbana desde 1950, quando essa população era de 700 milhões de pessoas, e apresenta uma previsão para 2030, baseada em crescimento linear no período de 2008 a 2030.



Almanaque Abril, 2008, p. 128 (com adaptações)

De acordo com o gráfico, a população urbana mundial em 2020 corresponderá, aproximadamente, a quantos bilhões de pessoas?

(A) 4,00.
(B) 4,10.
(C) 4,15.
(D) 4,25.
(E) 4,50.

Observando o gráfico, em 2020 haverá entre 4 e 5 bilhões de pessoas vivendo em áreas urbanas. Para determinar o valor mais aproximado, basta contar a quantidade de traços equivalentes. Se entre 4 e 5 bilhões existem 4 traços no total, cada traço corresponde a aproximadamente 0,25 bilhões. Em 2020, o gráfico mostra um traço acima de 4 bilhões de pessoas, ou seja, 4,25 bilhões.

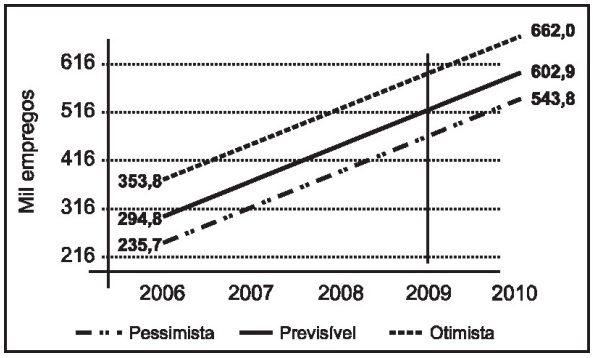
Gabarito "D"

Item 007

Fonte: referência 2, página 82.

Enunciado e resolução da referência 2. Resposta: E.

12. **(ENEM 2009)** A importância do desenvolvimento da atividade turística no Brasil relaciona-se especialmente com os possíveis efeitos na redução da pobreza e das desigualdades por meio da geração de novos postos de trabalho e da contribuição para o desenvolvimento sustentável regional.



No gráfico são mostrados três cenários – pessimista, previsível, otimista – a respeito da geração de empregos pelo desenvolvimento de atividades turísticas.

De acordo com o gráfico, em 2009, o número de empregos gerados pelo turismo será superior a

(A) 602.900 no cenário previsível.
(B) 660.000 no cenário otimista.
(C) 316.000 e inferior a 416.000 no cenário previsível.
(D) 235.700 e inferior a 353.800 no cenário pessimista.
(E) 516.000 e inferior a 616.000 no cenário otimista.

Segundo o gráfico, em 2009, o número de empregos gerados de acordo com o cenário otimista está entre as faixas 516.000 e 616.000.

Gabarito "E"

Item 008

2009 | R3-10-06

Fonte: referência 3, página 78.

6. (Enem 2009) Brasil e França têm relações comerciais há mais de 200 anos. Enquanto a França é a 5.ª nação mais rica do planeta, o Brasil é a 10ª, e ambas se destacam na economia mundial. No entanto, devido a uma série de restrições, o comércio entre esses dois países ainda não é adequadamente explorado, como mostra a tabela seguinte, referente ao período 2003-2007.

Investimentos Bilaterais (em milhões de dólares)

Ano	Brasil na França	França no Brasil
2003	367	825
2004	357	485
2005	354	1.458
2006	539	744
2007	280	1.214

Disponível em: www.cartacapital.com.br. Acesso em: 7 jul. 2009.

Os dados da tabela mostram que, no período considerado, os valores médios dos investimentos da França no Brasil foram maiores que os investimentos do Brasil na França em um valor

a) inferior a 300 milhões de dólares.
b) superior a 300 milhões de dólares, mas inferior a 400 milhões de dólares.
c) superior a 400 milhões de dólares, mas inferior a 500 milhões de dólares.
d) superior a 500 milhões de dólares, mas inferior a 600 milhões de dólares.
e) superior a 600 milhões de dólares.

Resolução

Resposta: D

Resposta da questão 6:
[D]

Investimentos do Brasil = $\frac{367 + 357 + 354 + 539 + 280}{5} \approx 379$

Investimentos da França = $\frac{825 + 485 + 1458 + 744 + 1214}{5} \approx 945$

~~2550,333...~~

Diferença = 945 - 379 = 566

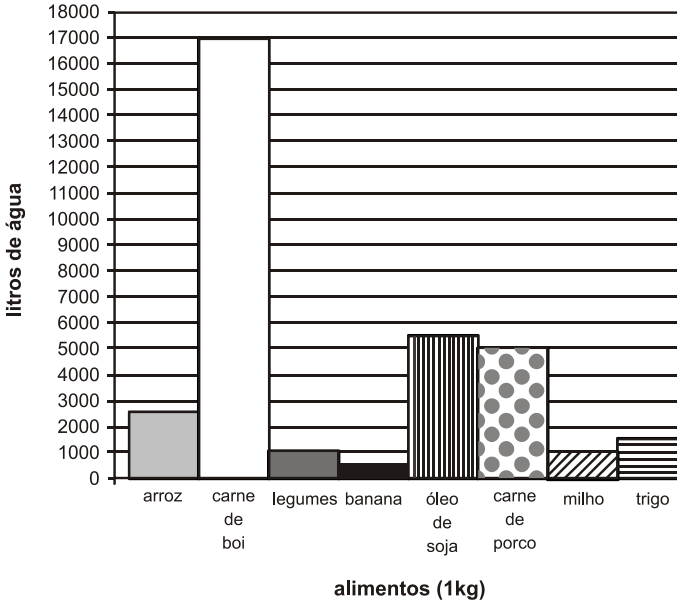
Resolução reproduzida da referência 3.

Item 009

2009 | R3-10-07

Fonte: referência 3, página 78.

7. (Enem cancelado 2009) Nos últimos anos, o aumento da população, aliado ao crescente consumo de água, tem gerado inúmeras preocupações, incluindo o uso desta na produção de alimentos. O gráfico mostra a quantidade de litros de água necessária para a produção de 1 kg de alguns alimentos.



Com base no gráfico, para a produção de 100 kg de milho, 100 kg de trigo, 100 kg de arroz, 100 kg de carne de porco e 600 kg de carne de boi, a quantidade média necessária de água, por quilograma de alimento produzido, é aproximadamente igual a

a) 415 litros por quilograma.
b) 11.200 litros por quilograma.
c) 27.000 litros por quilograma.
d) 2.240.000 litros por quilograma.
e) 2.700.000 litros por quilograma.

Resolução **Resposta: B**

Resposta da questão 7:
[B]

$$\frac{100.1000+100.1500+100.2500+100.5000+600.17000}{100+100+100+100+600}=11$$

Resolução reproduzida da referência 3.

Item 010

2009 | R3-10-08

Fonte: referência 3, página 78.

8. (Enem cancelado 2009) Segundo a Associação Brasileira de Alumínio (ABAL), o Brasil foi o campeão mundial, pelo sétimo ano seguido, na reciclagem de latas de alumínio. Foi reciclado 96,5% do que foi utilizado no mercado interno em 2007, o equivalente a 11,9 bilhões de latinhas. Este número significa, em média, um movimento de 1,8 bilhão de reais anuais em função da reutilização de latas no Brasil, sendo 523 milhões referentes à etapa da coleta, gerando, assim, "emprego" e renda para cerca de 180 mil trabalhadores. Essa renda, em muitos casos, serve como complementação do orçamento familiar e, em outros casos, como única renda da família.

Revista Conhecimento Prático Geografia, nº 22. (adaptado)

Com base nas informações apresentadas, a renda média mensal dos trabalhadores envolvidos nesse tipo de coleta gira em torno de
a) R$ 173,00.
b) R$ 242,00.
c) R$ 343,00.
d) R$ 504,00.
e) R$ 841,00.

Resolução

Resposta: B

Resposta da questão 8:
[B]

Por mês: $\frac{523 \cdot 10^6}{12}$ de reais

Por trabalhador: $\frac{\frac{523,10^6}{12}}{18 \cdot 10^4} \approx 242,00$

Resolução reproduzida da referência 3.

Item 011

2009 | R3-12-25

Fonte: referência 3, página 97.

25. (Enem 2009) Suponha que a etapa final de uma gincana escolar consista em um desafio de conhecimentos. Cada equipe escolheria 10 alunos para realizar uma prova objetiva, e a pontuação da equipe seria dada pela mediana das notas obtidas pelos alunos. As provas valiam, no máximo, 10 pontos cada. Ao final, a vencedora foi a equipe Ômega, com 7,8 pontos, seguida pela equipe Delta, com 7,6 pontos. Um dos alunos da equipe Gama, a qual ficou na terceira e última colocação, não pôde comparecer, tendo recebido nota zero na prova. As notas obtidas pelos 10 alunos da equipe Gama foram 10; 6,5; 8; 10; 7; 6,5; 7; 8; 6; 0.

Se o aluno da equipe Gama que faltou tivesse comparecido, essa equipe

a) teria a pontuação igual a 6,5 se ele obtivesse nota 0.
b) seria a vencedora se ele obtivesse nota 10.
c) seria a segunda colocada se ele obtivesse nota 8.
d) permaneceria na terceira posição, independentemente da nota obtida pelo aluno.
e) empataria com a equipe Ômega na primeira colocação se o aluno obtivesse nota 9.

Resolução

Resposta: D

Resposta da questão 25:
[D]

A maior mediana possível para a terceira equipe aconteceria se o aluno que faltou tivesse tirada 8, 9 ou 10.

No exemplo suponha sua nota 10.
Rol 6; 6,5; 6,5; 7; **7; 8**; 8; 10; 10. 10

$$M_e = \frac{7+8}{2} = 7{,}5$$

Permaneceria na terceira posição, independente da nota obtida.

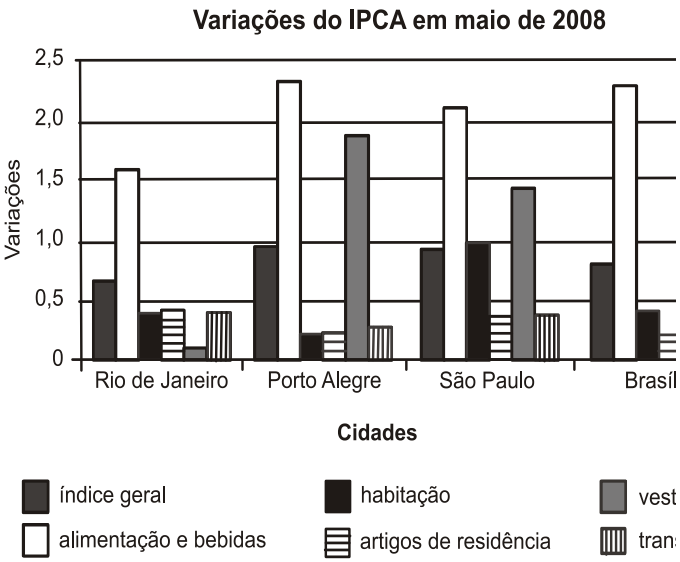
Resolução reproduzida da referência 3.

Item 012

2009 | R3-12-26

Fonte: referência 3, página 97.

26. (Enem cancelado 2009) Para o cálculo da inflação, utiliza-se, entre outros, o Índice Nacional de Preços ao Consumidor Amplo (IPCA), que toma como base os gastos das famílias residentes nas áreas urbanas, com rendimentos mensais compreendidos entre um e quarenta salários mínimos. O gráfico a seguir mostra as variações do IPCA de quatro capitais brasileiras no mês de maio de 2008.



Disponível em: http://www.ibge.gov.br. Acesso em: 05 jul. 2008 (ada

Com base no gráfico, qual item foi determinante para a inflação de maio de 2008?
a) Alimentação e bebidas.
b) Artigos de residência.
c) Habitação.
d) Vestuário.
e) Transportes

Resolução

Resposta: A

Resposta da questão 26:
[A]

As barras verticais do item alimentação e bebida são as mais altas em todas as 4 cidades.
Logo o item determinante para a inflação foi alimentação e bebidas.

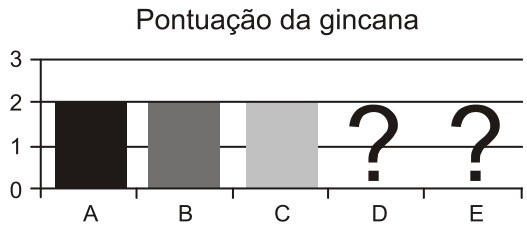
Resolução reproduzida da referência 3.

Item 013

2009 | R3-12-27

Fonte: referência 3, página 97.

27. (Enem cancelado 2009) Cinco equipes A, B, C, D e E disputaram uma prova de gincana na qual as pontuações recebidas podiam ser 0, 1, 2 ou 3. A média das cinco equipes foi de 2 pontos.
As notas das equipes foram colocadas no gráfico a seguir, entretanto, esqueceram de representar as notas da equipe D e da equipe E.



Mesmo sem aparecer as notas das equipes D e E, pode-se concluir que os valores da moda e da mediana são, respectivamente,
a) 1,5 e 2,0.
b) 2,0 e 1,5.
c) 2,0 e 2,0.
d) 2,0 e 3,0.
e) 3,0 e 2,0.

Resolução

Resposta: C

Resposta da questão 27:
[C]

A soma dos pontos das equipes C e D precisa ser 4. (para que a média seja 2)
Logo as notas de C e D podem ser respectivamente 2 e 2 ou 1e 3 ou 3 e 1.
Colocando as notas em ordem crescente temos:

Possibilidade 1. 1_ 2_2_2_3

Moda = 2 (maior frequência) e mediana = 2 (termo central)

Possibilidade 2. 2_2_2_2_2

Moda = 2 e Mediana = 2

Resolução reproduzida da referência 3.

Item 014

2009 | R3-12-28

Fonte: referência 3, página 97.

28. (Enem 2009) Na tabela, são apresentados dados da cotação mensal do ovo extra branco vendido no atacado, em Brasília, em reais, por caixa de 30 dúzias de ovos, em alguns meses dos anos 2007 e 2008.

Mês	Cotação	Ano
Outubro	R$ 83,00	2007
Novembro	R$ 73,10	2007
Dezembro	R$ 81,60	2007
Janeiro	R$ 82,00	2008
Fevereiro	R$ 85,30	2008
Março	R$ 84,00	2008
Abril	R$ 84,60	2008

De acordo com esses dados, o valor da mediana das cotações mensais do ovo extra branco nesse período era igual a

a) R$ 73,10.
b) R$ 81,50.
c) R$ 82,00.
d) R$ 83,00.
e) R$ 85,30.

Resolução

Resposta: D

Resposta da questão 28:
[D]

Rol 73,10 81,60 82,00 **83,00** 84,00 84,60 85,30
Mediana = 83,00(termo central)

Resolução reproduzida da referência 3.

Item 015

2009 | R3-12-29

Fonte: referência 3, página 98.

29. (Enem cancelado 2009) Depois de jogar um dado em forma de cubo e de faces numeradas de 1 a 6, por 10 vezes consecutivas, e anotar o número obtido em cada jogada, construiu-se a seguinte tabela de distribuição de frequências.

Número obtido	Frequência
1	4
2	1
4	2
5	2
6	1

A média, mediana e moda dessa distribuição de frequências são, respectivamente
a) 3, 2 e 1
b) 3, 3 e 1
c) 3, 4 e 2
d) 5, 4 e 2
e) 6, 2 e 4

Resolução

Resposta: B

Resposta da questão 29:
[B]

$$\text{Média} = \frac{4.1 + 2 + 2.4 + 2.5 + 1.6}{10} = \frac{30}{10} = 3$$

$$\text{Mediana} = \frac{\text{quinto termo} + \text{sexto termo}}{2} = \frac{2+4}{2} = 3$$

Moda = 1 (maior frequência)

Equações

Resolução reproduzida da referência 3.

Item 016

Fonte: INEP, caderno azul, página 29; questão 172.

Questão 172

Nos últimos anos, o volume de petróleo exportado pelo Brasil tem mostrado expressiva tendência de crescimento, ultrapassando as importações em 2008. Entretanto, apesar de as importações terem se mantido praticamente no mesmo patamar desde 2001, os recursos gerados com as exportações ainda são inferiores àqueles despendidos com as importações, uma vez que o preço médio por metro cúbico do petróleo importado é superior ao do petróleo nacional. Nos primeiros cinco meses de 2009, foram gastos 2,84 bilhões de dólares com importações e gerada uma receita de 2,24 bilhões de dólares com as exportações. O preço médio por metro cúbico em maio de 2009 foi de 340 dólares para o petróleo importado e de 230 dólares para o petróleo exportado. O quadro a seguir mostra os dados consolidados de 2001 a 2008 e dos primeiros cinco meses de 2009.

Comércio exterior de petróleo
(milhões de metros cúbicos)

Ano	Importação	Exportação
2001	24,19	6,43
2002	22,06	13,63
2003	19,96	14,03
2004	26,91	13,39
2005	21,97	15,93
2006	20,91	21,36
2007	25,38	24,45
2008	23,53	25,14
2009*	9,00	11,00

*Valores apurados de janeiro a maio de 2009.

Disponível em: http://www.anp.gov.br.
Acesso em: 15 jul. 2009 (adaptado).

Considere que as importações e exportações de petróleo de junho a dezembro de 2009 sejam iguais a $\frac{7}{5}$ das importações e exportações, respectivamente, ocorridas de janeiro a maio de 2009. Nesse caso, supondo que os preços para importação e exportação não sofram alterações, qual seria o valor mais aproximado da diferença entre os recursos despendidos com as importações e os recursos gerados com as exportações em 2009?

- **A** 600 milhões de dólares.
- **B** 840 milhões de dólares.
- **C** 1,34 bilhão de dólares.
- **D** 1,44 bilhão de dólares.
- **E** 2,00 bilhões de dólares.

Resolução

Resposta: C

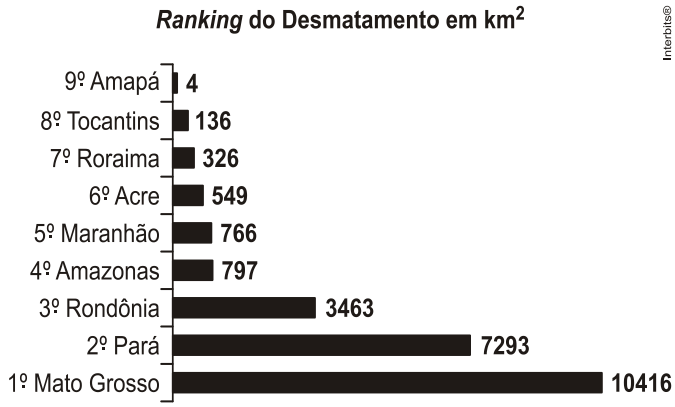
Nos primeiros cinco meses, a diferença é $2{,}84 - 2{,}24 = 0{,}60$ bilhão. Para os sete meses seguintes, os volumes são $9 \cdot 7/5 = 12{,}6$ e $11 \cdot 7/5 = 15{,}4$ milhões de m^3. A diferença financeira é $12{,}6 \cdot 340 - 15{,}4 \cdot 230 = 742$ milhões. No ano, são $600 + 742 = 1342$ milhões, aproximadamente 1,34 bilhão.

Item 017

2010 | R3-10-03

Fonte: referência 3, página 77.

3. (Enem 2010) Em sete de abril de 2004, um jornal publicou o *ranking* de desmatamento, conforme gráfico, da chamada Amazônia Legal, integrada por nove estados.



Disponível em: www.folhaonline.com.br. Acesso em: 30 abr. 2010 (adaptado).

Considerando-se que até 2009 o desmatamento cresceu 10,5% em relação aos dados de 2004, o desmatamento médio por estado em 2009 está entre

a) 100 km^2 e 900 km^2.
b) 1 000 km^2 e 2 700 km^2.
c) 2 800 km^2 e 3 200 km^2.
d) 3 300 km^2 e 4 000 km^2.
e) 4 100 km^2 e 5 800 km^2.

Resolução

Resposta: C

Resposta da questão 3:
[C]

$$\frac{4 + 136 + 326 + 549 + 766 + 797 + 3463 + 7293 + 10416}{9} =$$

Resolução reproduzida da referência 3.

Item 018

2010 | R3-10-04

Fonte: referência 3, página 77.

4. (Enem 2ª aplicação 2010) Com o intuito de tentar prever a data e o valor do reajuste do próximo salário mínimo, José primeiramente observou o quadro dos reajustes do salário mínimo de abril de 2000 até fevereiro de 2009, mostrada a seguir. Ele procedeu da seguinte maneira: computou o menor e o maior intervalo entre dois reajustes e computou a média dos valores encontrados, e usou este resultado para predizer a data do próximo aumento. Em seguida, determinou o menor e o maior reajuste percentual, ocorrido, tomou a média e usou este resultado para determinar o valor aproximado do próximo salário.

Mês	Ano	Valor
Abril	2000	R$ 151,00
Abril	2001	R$ 180,00
Abril	2002	R$ 200,00
Abril	2003	R$ 240,00
Maio	2004	R$ 260,00
Maio	2005	R$ 300,00
Abril	2006	R$ 350,00
Abril	2007	R$ 380,00
Março	2008	R$ 415,00
Fevereiro	2009	R$ 465,00

Tabela de Salário mínimo nominal vigente. Disponível em: www.ipeadata.gov.br. Acesso em: 03 maio 2009.

De acordo com os cálculos de José, a data do novo reajuste do salário mínimo e o novo valor aproximado do mesmo seriam, respectivamente,
a) fevereiro de 2010 e R$ 530,89.
b) fevereiro de 2010 e R$ 500,00.
c) fevereiro de 2010 e R$ 527,27.
d) janeiro de 2010 e R$ 530,89.
e) janeiro de 2010 e R$ 500,00.

Item 018 – resolução

2010 / R3-10-04

Resolução

Resposta: A

Resposta da questão 4:
[A]

O maior intervalo de tempo entre dois aumentos sucessivos ocorreu entre abril de 2003 e maio de 2004, ou seja, 13 meses. Já o menor intervalo de tempo entre dois aumentos sucessivos ocorreu entre maio de 2005 e abril de 2006, correspondendo a 11 meses (repetindo-se entre abril de 2007 e março de 2008 e entre março de 2008 e fevereiro de 2009).
Portanto, a média aritmética entre o maior intervalo e o menor intervalo de tempo entre dois aumentos sucessivos foi de $\overline{i} = \frac{13+11}{2} = \frac{24}{2} = 12$.
Com relação aos reajustes percentuais, temos que o maior e o menor foram, respectivamente, 2003/2002:
$\frac{240-200}{200} \cdot 100\% = 20\%$ e 2004/2003:
$\frac{260-240}{240} \cdot 100\% \cong 8,3\%$.
Desse modo, a média desses reajustes é

$\overline{p} = \frac{20+8,3}{2} = 14,15\%$.

Por conseguinte, o novo reajuste deverá ocorrer em fevereiro de 2010 e o valor previsto para o novo salário é $1,1415 \cdot 465 \cong \text{R\$ } 530,80$.

Resolução reproduzida da referência 3.

Item 019

2010 | R3-10-05

Fonte: referência 3, página 77.

5. (Enem 2ª aplicação 2010) O IGP-M é um índice da Fundação Getúlio Vargas, obtido por meio da variação dos preços de alguns setores da economia, do dia vinte e um do mês anterior ao dia vinte do mês de referência. Ele é calculado a partir do Índice de Preços por Atacado (IPA-M), que tem peso de 60% do índice, do Índice de Preços ao Consumidor (IPC-M), que tem peso de 30%, e do Índice Nacional de Custo de Construção (INCC), representando 10%. Atualmente, o IGP-M é o índice para a correção de contratos de aluguel e o indexador de algumas tarifas, como energia elétrica.

INCC

Mês/Ano	Índice do mês (em %)
Mar/20	0,45

IPC-M

Mês/Ano	Índice do mês (em %)
Mar/20	0,83

IPA-M

Mês/Ano	Índice do mês (em %)
Mar/20	1,07

10	
Fev/2010	0,35
Jan/2010	0,52

10	
Fev/2010	0,88
Jan/2010	1,00

10	
Fev/2010	1,42
Jan/2010	0,51

A partir das informações, é possível determinar o maior IGP-M mensal desse primeiro trimestre, cujo valor é igual a
a) 7,03%.
b) 3,00%.
c) 2,65%.
d) 1,15%.
e) 0,66%.

Resolução **Resposta: D**

Resposta da questão 5:
[D]

Calculando o IGP-M no primeiro trimestre de 2010, obtemos:

a) Mar/2010:
$0,6 \cdot 1,07 + 0,3 \cdot 0,83 + 0,1 \cdot 0,45 \cong 0,94\%;$
b) Fev/2010:
$0,6 \cdot 1,42 + 0,3 \cdot 0,88 + 0,1 \cdot 0,35 \cong 1,15\%;$
c) Jan/2010:
$0,6 \cdot 0,51 + 0,3 \cdot 1,00 + 0,1 \cdot 0,52 \cong 0,66\%.$

Portanto, o maior IGP-M no primeiro trimestre de 2010 foi, aproximadamente, $1,15\%$.

Resolução reproduzida da referência 3.

Item 020

2010 | R3-12-18

Fonte: referência 3, página 95.

18. (Enem 2010) Marco e Paulo foram classificados em um concurso. Para a classificação no concurso o candidato deveria obter média aritmética na pontuação igual ou superior a 14. Em caso de empate na média, o desempate seria em favor da pontuação mais regular. No quadro a seguir são apresentados os pontos obtidos nas provas de Matemática, Português e Conhecimentos Gerais, a média, a mediana e o desvio padrão dos dois candidatos.

Dados dos candidatos no concurso

	Matemática	**Português**	**Conhecimentos Gerais**	**Média**	**Mediana**	**Desvio Padrão**
Marco	14	15	16	15	15	0,32
Paulo	8	19	18	15	18	4,97

O candidato com pontuação mais regular, portanto mais bem classificado no concurso, é
a) Marco, pois a média e a mediana são iguais.
b) Marco, pois obteve menor desvio padrão.
c) Paulo, pois obteve a maior pontuação da tabela, 19 em Português
d) Paulo, pois obteve maior mediana.
e) Paulo, pois obteve maior desvio padrão.

Resolução

Resposta: B

Resposta da questão 18:
[B]

Alternativa B, pois o desvio padrão nos mostra qual candidato manteve uma maior regularidade (proximidade da média), já que as médias foram iguais.

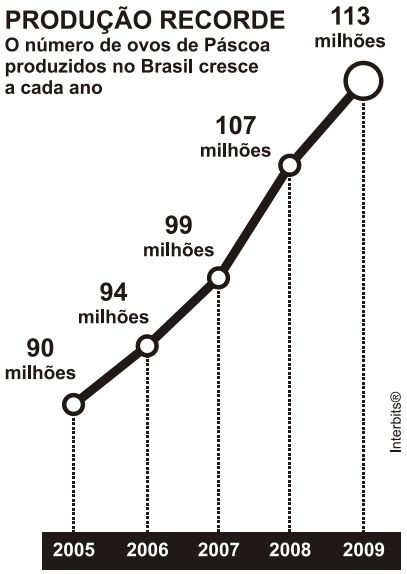
Resolução reproduzida da referência 3.

Item 021

2010 | R3-12-19

Fonte: referência 3, página 95.

19. (Enem 2010) Para conseguir chegar a um numero recorde de produção de ovos de Páscoa, as empresas brasileiras começam a se planejar para esse período com um ano de antecedência.
O gráfico a seguir mostra o número de ovos de Páscoa produzidos no Brasil no período de 2005 a 2009.



Revista Veja. São Paulo: Abril, ed. 2107, nº 14, ano 42.

De acordo com o gráfico, o biênio que apresentou maior produção acumulada foi
a) 2004-2005.
b) 2005-2006.
c) 2006-2007.
d) 2007-2008.
e) 2008-2009.

Resolução

Resposta: E

Resposta da questão 19:
[E]

As duas maiores produções foram em 2008 e 2009, logo este biênio apresentou maior produção acumulada.

Resolução reproduzida da referência 3.

Item 022

2010 | R3-12-20

Fonte: referência 3, página 95.

20. (Enem 2ª aplicação 2010) Em uma corrida de regularidade, a equipe campeã é aquela em que o tempo dos participantes mais se aproxima do tempo fornecido pelos organizadores em cada etapa. Um campeonato foi organizado em 5 etapas, e o tempo médio de prova indicado pelos organizadores foi de 45 minutos por prova. No quadro, estão representados os dados estatísticos das cinco equipes mais bem classificadas

Dados estatísticos das equipes mais bem classificadas (em minutos)

Equipes	Média	Moda	Desvio-Padrão
Equipe I	45	40	5
Equipe II	45	41	4
Equipe III	45	44	1
Equipe IV	45	44	3
Equipe V	45	47	2

Utilizando os dados estatísticos do quadro, a campeã foi a equipe
a) I.
b) II.
c) III.
d) IV.
e) V.

Resolução

Resposta: C

Resposta da questão 20:
[C]

A equipe campeã será aquela que apresentar a moda mais próxima da média estabelecida e cujo desvio-padrão seja o menor. Portanto, a equipe III foi a campeã.

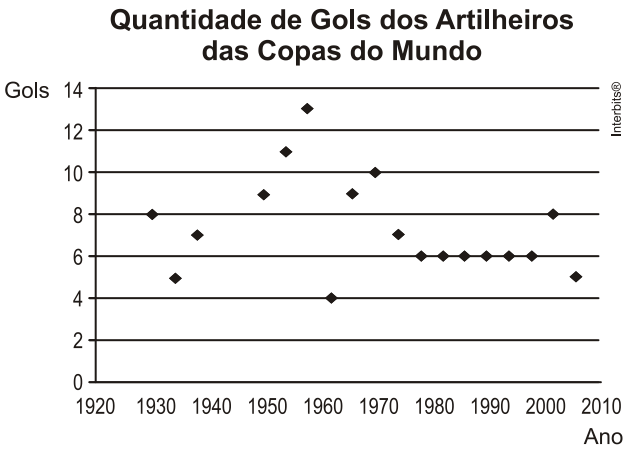
Resolução reproduzida da referência 3.

Item 023

2010 | R3-12-21

Fonte: referência 3, página 95.

21. (Enem 2010) O gráfico apresenta a quantidade de gols marcados pelos artilheiros das Copas do Mundo desde a Copa de 1930 até a de 2006.



Disponivel em: http://www.suapesquisa.com.
Acesso em: 23 abr. 2010 (adaptado).

A partir dos dados apresentados, qual a mediana das quantidades de gols marcados pelos artilheiros das Copas do Mundo?

a) 6 gols
b) 6,5 gols
c) 7gols
d) 7,3 gols
e) 8,5 gols

Resolução

Resposta: B

Resposta da questão 21:
[B]

Colocando os dados em ordem crescente temos:
4,5,5,6,6,6,6,6,6,7,7,,8,8,9,9,10,13
Logo, a mediana será a média aritmética dos dois termos centrais:

$$\text{Mediana} = \frac{6+7}{2} = 6{,}5$$

Resolução reproduzida da referência 3.

Item 024

2010 | R3-12-22

Fonte: referência 3, página 96.

22. (Enem 2010) O quadro seguinte mostra o desempenho de um time de futebol no ultimo campeonato. A coluna da esquerda mostra o número de gols marcados e a coluna da direita informa em quantos jogos o time marcou aquele número de gols.

Gols marcados	Quantidade de partidas
0	5
1	3
2	4
3	3
4	2
5	2
7	1

Se X, Y e Z são, respectivamente, a média, a mediana e a moda desta distribuição, então
a) X = Y < Z.
b) Z < X = Y.
c) Y < Z < X.
d) Z < X < Y.
e) Z < Y < X.

Resolução

Resposta: E

Resposta da questão 22:
[E]

$$\text{média} = \frac{0.5 + 1.3 + 2.4 + 3.3 + 4.2 + 5.2 + 7.1}{20} = 2,25$$

$\text{mediana} = \frac{2+2}{2} = 2$ (média aritmética dos termos centrais).
moda = 0 (nota de maior frequência).

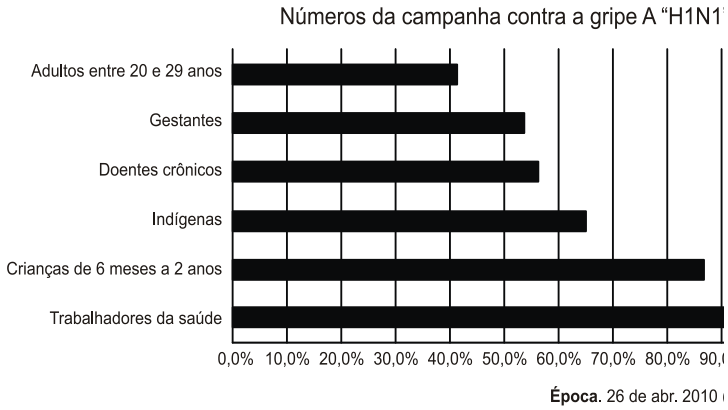
Resolução reproduzida da referência 3.

Item 025

2010 | R3-12-23

Fonte: referência 3, página 96.

23. (Enem 2ª aplicação 2010) O gráfico expõe alguns números da gripe A-H1N1. Entre as categorias que estão em processo de imunização, uma já está completamente imunizada, a dos trabalhadores da saúde.



De acordo com o gráfico, entre as demais categorias, a que está mais exposta ao vírus da gripe A-H1N1 é a categoria de

a) indígenas.
b) gestantes.
c) doentes crônicos.
d) adultos entre 20 e 29 anos.
e) crianças de 6 meses a 2 anos.

Resolução

Resposta: D

Resposta da questão 23:
[D]

A categoria que está mais exposta é aquela que apresenta o menor percentual de indivíduos imunizados. Portanto, do gráfico, temos que os adultos entre 20 e 29 anos estão mais expostos ao vírus da gripe A-H1N1.

Resolução reproduzida da referência 3.

Item 026

2010 | O2010-140

Fonte: INEP, caderno azul, página 22; questão 140.

Questão 140

A classificação de um país no quadro de medalhas nos Jogos Olímpicos depende do número de medalhas de ouro que obteve na competição, tendo como critérios de desempate o número de medalhas de prata seguido do número de medalhas de bronze conquistados. Nas Olimpíadas de 2004, o Brasil foi o décimo sexto colocado no quadro de medalhas, tendo obtido 5 medalhas de ouro, 2 de prata e 3 de bronze. Parte desse quadro de medalhas é reproduzida a seguir.

Classificação	País	Medalhas de ouro	Medalhas de prata	Medalhas de bronze	Total de medalhas
8º	Itália	10	11	11	32
9º	Coreia do Sul	9	12	9	30
10º	Grã-Bretanha	9	9	12	30
11º	Cuba	9	7	11	27
12º	Ucrânia	9	5	9	23
13º	Hungria	8	6	3	17

Disponível em: http://www.quadroademedalhas.com.br. Acesso em: 05 abr. 2010 (adaptado).

Se o Brasil tivesse obtido mais 4 medalhas de ouro, 4 de prata e 10 de bronze, sem alteração no número de medalhas dos demais países mostrados no quadro, qual teria sido a classificação brasileira no quadro de medalhas das Olimpíadas de 2004?

A) 13º
B) 12º
C) 11º
D) 10º
E) 9º

Resolução **Resposta: B**

O Brasil passaria a ter 9 ouros, 6 pratas e 13 bronzes. Ficaria atrás de Itália, Coreia do Sul, Grã-Bretanha e Cuba, mas à frente da Ucrânia, que tem 9 ouros e 5 pratas. Sua nova posição seria a 12ª, alternativa B.

Item 027

2010 | O2010-148

Fonte: INEP, caderno azul, página 24; questão 148.

Questão 148

O gráfico a seguir apresenta o gasto militar dos Estados Unidos, no período de 1988 a 2006.



Almanaque Abril 2008. Editora Abril.

Com base no gráfico, o gasto militar no início da guerra no Iraque foi de

(A) U$ 4.174.000,00.
(B) U$ 41.740.000,00.
(C) U$ 417.400.000,00.
(D) U$ 41.740.000.000,00.
(E) U$ 417.400.000.000,00.

Resolução

Resposta: E

No início da guerra do Iraque, o gráfico marca 417,4 bilhões de dólares. Escrevendo todos os algarismos: $417{,}4 \cdot 10^9 = 417400000000$ dólares, alternativa E.

Item 028

2011 | R3-10-02

Fonte: referência 3, página 77.

2. (Enem 2011) A participação dos estudantes na Olimpíada Brasileira de Matemática das Escolas Públicas (OBMEP) aumenta a cada ano. O quadro indica o percentual de medalhistas de ouro, por região, nas edições da OBMEP de 2005 a 2009:

Região	2005	2006	2007	2008	2009
Norte	2%	2%	1%	2%	1%
Nordeste	18%	19%	21%	15%	19%
Centro-Oeste	5%	6%	7%	8%	9%
Sudeste	55%	61%	58%	66%	60%
Sul	21%	12%	13%	9%	11%
Disponível em: http://www.obmep.org.br. Acesso em: abr. 2010 (adaptado).					

Em relação às edições de 2005 a 2009 da OBMEP, qual o percentual médio de medalhistas de ouro da região Nordeste?

a) 14,6%
b) 18,2%
c) 18,4%
d) 19,0%
e) 21,0%

Resolução

Resposta: C

Resposta da questão 2:
[C]

$$\frac{18\% + 19\% + 21\% + 15\% + 19\%}{5} = \frac{92\%}{5} = 18{,}4\%$$

Resolução reproduzida da referência 3.

Item 029

2011 | R3-12-14

Fonte: referência 3, página 93.

14. (Enem 2011) Uma equipe de especialistas do centro meteorológico de uma cidade mediu a temperatura do ambiente, sempre no mesmo horário, durante 15 dias intercalados, a partir do primeiro dia de um mês. Esse tipo de procedimento é frequente, uma vez que os dados coletados servem de referência para estudos e verificação de tendências climáticas ao longo dos meses e anos.
As medições ocorridas nesse período estão indicadas no quadro:

Dia do mês	Temperatura (em ºC)
1	15,5
3	14
5	13,5
7	18
9	19,5
11	20
13	13,5
15	13,5
17	18
19	20
21	18,5
23	13,5
25	21,5
27	20
29	16

Em relação à temperatura, os valores da média, mediana e moda são, respectivamente, iguais a

a) 17°C,17°C e 13,5°C
b) 17°C,18°C e 13,5°C
c) 17°C,135°C e 18°C
d) 17°C,18°C e 21,5°C.
e) 17°C, 13,5°C e 21,5°C.

Resolução

Resposta: B

Resposta da questão 14:
[B]

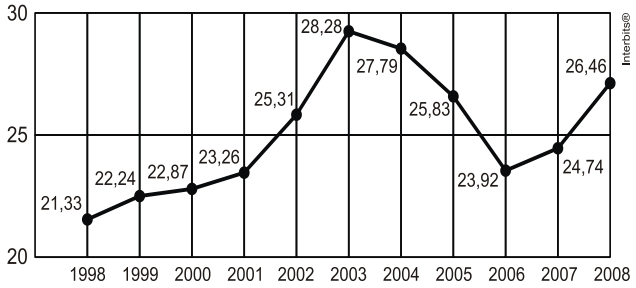
Colocando os dados em ordem crescente.
13,5/ 13,5/ 13,5/ 13,5/ 14/ 15,5/ 16/ 18/ 18/ 18,5/ 19,5/ 20/ 20/ 20/ 21,5;

A média é 17 ^{o}C, pois todas as alternativas apresentam este valor como resposta.
A mediana é o termo central de distribuição em ordem crescente. Portanto, a mediana é o oitavo termo, ou seja, 18;
A moda é 13,5, pois é o termo que apresenta maior frequência (4 vezes).

Resolução reproduzida da referência 3.

Fonte: referência 3, página 94.

15. (Enem 2011) O termo agronegócio não se refere apenas à agricultura e à pecuária, pois as atividades ligadas a essa produção incluem fornecedores de equipamentos, serviços para a zona rural, industrialização e comercialização dos produtos.
O gráfico seguinte mostra a participação percentual do agronegócio no PIB brasileiro:



Centro de Estudos Avançados em Economia Aplicada (CEPEA). **Almanaque abril 2010.** São Paulo: Abril, ano 36 (adaptado).

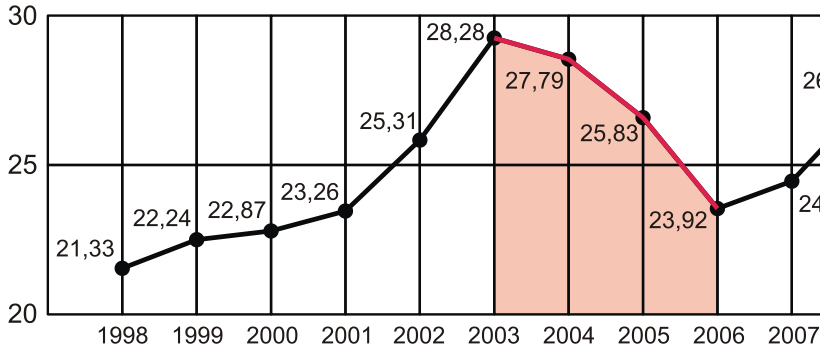
Esse gráfico foi usado em uma palestra na qual o orador ressaltou uma queda da participação do agronegócio no PIB brasileiro e a posterior recuperação dessa participação, em termos percentuais.
Segundo o gráfico, o período de queda ocorreu entre os anos de

a) 1998 e 2001.
b) 2001 e 2003.
c) 2003 e 2006.
d) 2003 e 2007.
e) 2003 e 2008.

Resolução **Resposta: C**

Resposta da questão 15:
[C]

O período de queda foi entre 2003 e 2006:



Centro de Estudos Avançados em Economia Aplicada (CEPEA). **Almanaque ab**
São Paulo: Abril, ano 36 (ad

Resolução reproduzida da referência 3.

Item 031

2011 | R3-12-16

Fonte: referência 3, página 94.

16. (Enem 2011) A tabela compara o consumo mensal, em kWh, dos consumidores residenciais e dos de baixa renda, antes e depois da redução da tarifa de energia no estado de Pernambuco.

Como fica a tarifa?			
Residencial			
Consumo mensal (kWh)	**Antes**	**Depois**	**Economia**
140	R$ 71,04	R$ 64,75	R$ 6,29
185	R$ 93,87	R$ 85,56	R$ 8,32
350	R$ 177,60	R$ 161,86	R$ 15,74
500	R$ 253,72	R$ 231,24	R$ 22,48
Baixa renda			
Consumo mensal (kWh)	**Antes**	**Depois**	**Economia**
30	R$ 3,80	R$ 3,35	R$ 0,45
65	R$ 11,53	R$ 10,04	R$ 1,49
80	R$ 14,84	R$ 12,90	R$ 1,94
100	R$ 19,31	R$ 16,73	R$ 2,59
140	R$ 32,72	R$ 28,20	R$ 4,53
Fonte: Celpe			

*Diário de Pernambuco.*28 abr. 2010 (adaptado).

Considere dois consumidores: um que é de baixa renda e gastou 110 kWh e outro do tipo residencial que gastou 185 kWh. A diferença entre o gasto desses consumidores com 1 kWh, depois da redução da tarifa de energia, mais aproximada, é de

a) $R\$\ 0,27$.
b) $R\$\ 0,29$.
c) $R\$\ 0,32$.
d) $R\$\ 0,34$.
e) $R\$\ 0,61$.

Resolução

Resposta: B

Resposta da questão 16:
[B]

Resposta [B].

$$\frac{85,56}{185} - \frac{16,73}{100} = 0,46 - 0,17 = 0,29$$

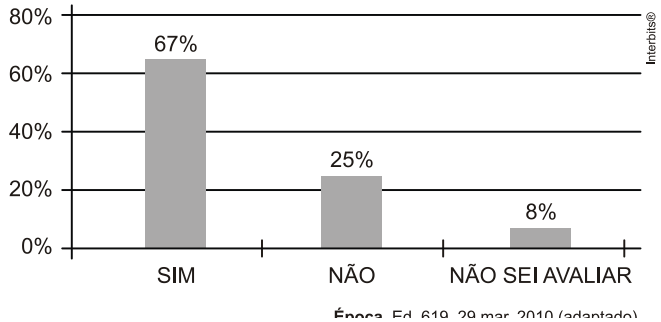
Resolução reproduzida da referência 3.

Item 032

2011 | R3-12-17

Fonte: referência 3, página 94.

17. (Enem 2011) Uma enquete, realizada em março de 2010, perguntava aos internautas se eles acreditavam que as atividades humanas provocam o aquecimento global. Eram três alternativas possíveis e 279 internautas responderam à enquete, como mostra o gráfico.



Época. Ed. 619, 29 mar. 2010 (adaptado)

Analisando os dados do gráfico, quantos internautas responderam "Não" à enquete?

a) Menos de 23.
b) Mais de 23 e menos de 25.
c) Mais de 50 e menos de 75.
d) Mais de 100 e menos de 190.
e) Mais de 200.

Resolução

Resposta: C

Resposta da questão 17:
[C]

$$\frac{25}{100} \cdot 279 \simeq 70 \text{ (mais de 50 e menos de 75).}$$

Resolução reproduzida da referência 3.

Item 033

Fonte: referência 2, página 94.

Enunciado e resolução da referência 2. Resposta: E.

47. **(ENEM 2012)** Um aluno registrou as notas bimestrais de algumas de suas disciplinas numa tabela. Ele observou que as entradas numéricas da tabela formavam uma matriz 4x4, e que poderia calcular as médias anuais dessas disciplinas usando produto de matrizes. Todas as provas possuíam o mesmo peso, e a tabela que ele conseguiu é mostrada a seguir.

	1º bimestre	2º bimestre	3º bimestre	4º bimestre
Matemática	5,9	6,2	4,5	5,5
Português	6,6	7,1	6,5	8,4
Geografia	8,6	6,8	7,8	9,0
História	6,2	5,6	5,9	7,7

Para obter essas médias, ele multiplicou a matriz obtida a partir da tabela por

(A) $\begin{bmatrix} \frac{1}{2} & \frac{1}{2} & \frac{1}{2} & \frac{1}{2} \end{bmatrix}$

(B) $\begin{bmatrix} \frac{1}{4} & \frac{1}{4} & \frac{1}{4} & \frac{1}{4} \end{bmatrix}$

(C) $\begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \\ 1 \end{bmatrix}$

(D) $\begin{bmatrix} \frac{1}{2} \\ \frac{1}{2} \\ \frac{1}{2} \\ \frac{1}{2} \end{bmatrix}$

(E) $\begin{bmatrix} \frac{1}{4} \\ \frac{1}{4} \\ \frac{1}{4} \\ \frac{1}{4} \end{bmatrix}$

Esta questão aborda o tema MATRIZES

A nota final de cada disciplina é composta pela média aritmética das notas bimestrais. Como são 4 bimestres, cada um com peso igual, basta multiplicar a matriz obtida pela tabela por

$$\begin{bmatrix} 1/4 \\ 1/4 \\ 1/4 \\ 1/4 \end{bmatrix}$$

Gabarito "E"

Item 034

2012 | R3-10-01

Fonte: referência 3, página 76.

1. (Enem 2012) A tabela a seguir mostra a evolução da receita bruta anual nos três últimos anos de cinco microempresas (ME) que se encontram à venda.

ME	2009 (em milhares de reais)	2010 (em milhares de reais)	2011 (em milhares de reais)
Alfinetes V	200	220	240
Balas W	200	230	200
Chocolates X	250	210	215
Pizzaria Y	230	230	230
Tecelagem Z	160	210	245

Um investidor deseja comprar duas das empresas listadas na tabela. Para tal, ele calcula a média da receita bruta anual dos últimos três anos (de 2009 ate 2011) e escolhe as duas empresas de maior média anual.

As empresas que este investidor escolhe comprar são
a) Balas W e Pizzaria Y.
b) Chocolates X e Tecelagem Z.
c) Pizzaria Y e Alfinetes V.
d) Pizzaria Y e Chocolates X.
e) Tecelagem Z e Alfinetes V.

Resolução

Resposta: D

Resposta da questão 1:
[D]

Médias das receitas em milhares de reais.

Alfinetes V → (200 + 220 + 240) : 3 = 220.
Balas W → (200 + 230 + 200) : 3 = 210.
Chocolates X → (250 + 210 + 215) : 3 = 225.
Pizzaria Y → (230 + 230 + 230) : 3 = 230.
Tecelagem Z → (160 + 210 + 245) : 3 = 205.

As empresas com as maiores médias anuais são Pizzaria Y e Chocolates X.

Obs.: Não é preciso determinar a média aritmética de cada uma das empresas, bastaria encontrar apenas a soma das três receitas de cada empresa.

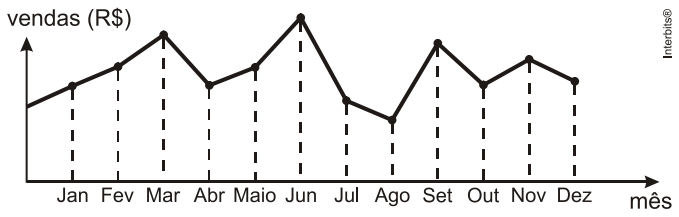
Resolução reproduzida da referência 3.

Item 035

2012 | R3-12-08

Fonte: referência 3, página 92.

8. (Enem 2012) O dono de uma farmácia resolveu colocar à vista do público o gráfico mostrado a seguir, que apresenta a evolução do total de vendas (em Reais) de certo medicamento ao longo do ano de 2011.



De acordo com o gráfico, os meses em que ocorreram, respectivamente, a maior e a menor venda absolutas em 2011 foram
a) março e abril.
b) março e agosto.
c) agosto e setembro.
d) junho e setembro.
e) junho e agosto.

Resolução

Resposta: E

Resposta da questão 8:
[E]

De acordo com o gráfico, a maior venda absoluta ocorreu em Junho e a menor em Agosto.

Resolução reproduzida da referência 3.

Item 036

2012 | R3-12-09

Fonte: referência 3, página 92.

9. (Enem 2012) Uma pesquisa realizada por estudantes da Faculdade de Estatística mostra, em horas por dia, como os jovens entre 12 e 18 anos gastam seu tempo, tanto durante a semana (de segunda-feira a sexta-feira), como no fim de semana (sábado e domingo). A seguinte tabela ilustra os resultados da pesquisa.

Rotina Juvenil	Durante a semana	No fim de semana
Assistir à televisão	3	3
Atividades domésticas	1	1
Atividades escolares	5	1
Atividades de lazer	2	4
Descanso, higiene e alimentação	10	12
Outras atividades	3	3

De acordo com esta pesquisa, quantas horas de seu tempo gasta um jovem entre 12 e 18 anos, na semana inteira (de segunda-feira a domingo), nas atividades escolares?
a) 20
b) 21
c) 24
d) 25
e) 27

Resolução **Resposta: E**

Resposta da questão 9:
[E]

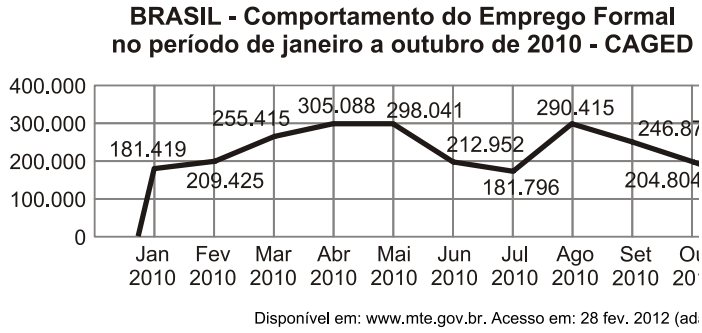
De acordo com a tabela, um jovem entre 12 e 18 anos gasta $5 \cdot 5 + 2 \cdot 1 = 27$ horas de seu tempo, durante a semana inteira, com atividades escolares.

Resolução reproduzida da referência 3.

Item 037

Fonte: referência 3, página 92.

10. (Enem 2012) O gráfico apresenta o comportamento de emprego formal surgido, segundo o CAGED, no período de janeiro de 2010 a outubro de 2010.



Disponível em: www.mte.gov.br. Acesso em: 28 fev. 2012 (ad

Com base no gráfico, o valor da parte inteira da mediana dos empregos formais surgidos no período é
a) 212 952.
b) 229 913.
c) 240 621.
d) 255 496.
e) 298 041.

Resolução

Resposta: B

Resposta da questão 10:
[B]

Colocando os dados em ordem crescente, temos:

181419, 181796, 204804, 209425, 212952, 246875, 255415, 290415, 298041, 305088.

A mediana (Ma) é a média aritmética dos dois termos centrais da sequência acima.

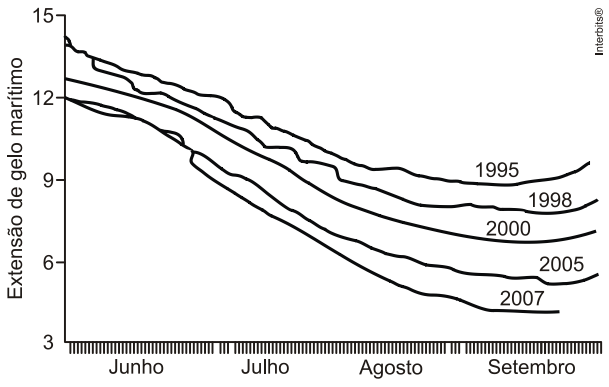
$$Ma = \frac{212952 + 246875}{2} = 229\ 913{,}5.$$

Resolução reproduzida da referência 3.

Item 038

Fonte: referência 3, página 92.

11. (Enem 2012) O gráfico mostra a variação da extensão média de gelo marítimo, em milhões de quilômetros quadrados, comparando dados dos anos 1995, 1998, 2000, 2005 e 2007. Os dados correspondem aos meses de junho a setembro. O Ártico começa a recobrar o gelo quando termina o verão, em meados de setembro. O gelo do mar atua como o sistema de resfriamento da Terra, refletindo quase toda a luz solar de volta ao espaço. Águas de oceanos escuros, por sua vez, absorvem a luz solar e reforçam o aquecimento do Ártico, ocasionando derretimento crescente do gelo.



Disponível em: http://sustentabilidade.allianz.com.br.
Acesso em: fev. 2012 (adaptado)

Com base no gráfico e nas informações do texto, é possível inferir que houve maior aquecimento global em
a) 1995.
b) 1998.
c) 2000.
d) 2005.
e) 2007.

Resolução **Resposta: E**

Resposta da questão 11:
[E]

Como o gráfico correspondente ao ano 2007 apresenta a menor extensão de gelo marítimo em setembro, podemos concluir que houve maior aquecimento global nesse ano.

Resolução reproduzida da referência 3.

Item 039

2012 | R3-12-12

Fonte: referência 3, página 93.

12. (Enem 2012) Um produtor de café irrigado em Minas Gerais recebeu um relatório de consultoria estatística, constando, entre outras informações, o desvio padrão das produções de uma safra dos talhões de suas propriedades. Os talhões têm a mesma área de 30 000 m^2 e o valor obtido para o desvio padrão foi de 90 kg/talhão. O produtor deve apresentar as informações sobre a produção e a variância dessas produções em sacas de 60 kg por hectare (10 000 m^2).
A variância das produções dos talhões expressa em $(\text{sacas/hectare})^2$ é
a) 20,25.
b) 4,50.
c) 0,71.
d) 0,50.
e) 0,25.

Resolução

Resposta: E

Resposta da questão 12:
[E]

$$\text{Desvio padrão} = \frac{90\ \text{kg}}{30000\ \text{m}^2} = \frac{30\ \text{kg}}{10000\ \text{m}^2} = \frac{\frac{1}{2}\text{saca}}{\text{hectare}}.$$

Logo, a variância pedida será dada por:

$$\left(\frac{\frac{1}{2}\text{saca}}{\text{hectare}}\right)^2 = \frac{1}{4}(\text{saca}/\text{hect})^2.$$

Resolução reproduzida da referência 3.

Item 040

2013 | R1-158

Fonte: referência 1, página 80.

Questão 158 (H10 | ENEM 2013) **Dificuld. 1923,4**

Uma falsa relação

O cruzamento da quantidade de horas estudadas como desempenho no Programa Internacional de Avaliação de Estudantes (Pisa) mostra que mais tempo na escola não é garantia de nota acima da média.



Nova Escola, São Paulo, dez. 2010 (adaptado).

Dos países com notas abaixo da média nesse exame, aquele que apresenta maior quantidade de horas de estudo é

A Finlândia.

B Holanda.

C Israel.

D México.

E Rússia.

Resolução **Resposta: C**

Primeiro selecione somente os países com nota abaixo da média do Pisa. Entre eles, compare a quantidade de horas de estudo indicada no gráfico. O maior valor desse subconjunto é o de Israel; países com nota acima da média não entram na comparação.

Item 041

2013 | R1-357

Fonte: referência 1, página 161.

Questão 357 (H25 | ENEM 2013) **Dificuldade 577,4**

Cinco empresas de gêneros alimentícios encontram-se à venda. Um empresário, almejando ampliar os seus investimentos, deseja comprar uma dessas empresas. Para escolher qual delas irá comprar, analisa o lucro (em milhões de reais) de cada uma delas, em função de seus tempos (em anos) de existência, decidindo comprar a empresa que apresente o maior lucro médio anual. O quadro apresenta o lucro (em milhões de reais) acumulado ao longo do tempo (em anos) de existência de cada empresa.

Empresa	Lucro (em milhões de reais)	Tempo (em anos)
F	24	3,0
G	24	2,0
H	25	2,5
M	15	1,5
P	9	1,5

O empresário decidiu comprar a empresa

(A) F.

(B) G.

(C) H.

(D) M.

(E) P.

Resolução **Resposta: B**

Os lucros médios anuais são $24/3 = 8$, $24/2 = 12$, $25/2{,}5 = 10$, $15/1{,}5 = 10$ e $9/1{,}5 = 6$ milhões de reais. O maior é o da empresa G.

Item 042

2013 | R3-12-04

Fonte: referência 3, página 91.

4. (Enem 2013) O índice de eficiência utilizado por um produtor de leite para qualificar suas vacas é dado pelo produto do tempo de lactação (em dias) pela produção média diária de leite (em kg), dividido pelo intervalo entre partos (em meses). Para esse produtor, a vaca é qualificada como eficiente quando esse índice é, no mínimo, 281 quilogramas por mês, mantendo sempre as mesmas condições de manejo (alimentação, vacinação e outros). Na comparação de duas ou mais vacas, a mais eficiente é a que tem maior índice.

A tabela apresenta os dados coletados de cinco vacas:

Dados relativos à produção de vacas

Vaca	Tempo de lactação (em dias)	Produção média diária de leite (em kg)	Intervalo entre partos (em meses)
Malhada	360	12,0	15
Mamona	310	11,0	12
Maravilha	260	14,0	12
Mateira	310	13,0	13
Mimosa	270	12,0	11

Após a análise dos dados, o produtor avaliou que a vaca mais eficiente é a
a) Malhada.
b) Mamona.
c) Maravilha.
d) Mateira.
e) Mimosa.

Item 042 – resolução

2013 / R3-12-04

Resolução

Resposta: D

Resposta da questão 4:
[D]

Considere a tabela abaixo, em que e_j é o índice de eficiência descrito no enunciado.

V_j	T_j	P_j	I_j	$e_j = \frac{T_j \cdot P_j}{I_j}$
Malhada	360	12,0	15	288,0
Mamona	310	11,0	12	284,2
Maravilha	260	14,0	12	303,3
Mateira	310	13,0	13	310,0
Mimosa	270	12,0	11	294,5

Por conseguinte, a vaca que apresentou o melhor índice de eficiência foi a Mateira.

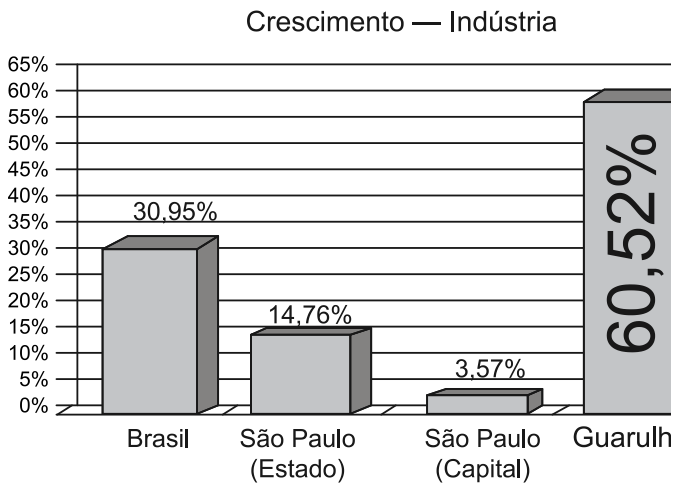
Resolução reproduzida da referência 3.

Item 043

2013 | R3-12-05

Fonte: referência 3, página 91.

5. (Enem 2013) A cidade de Guarulhos (SP) tem o 8º PIB municipal do Brasil, além do maior aeroporto da América do Sul. Em proporção, possui a economia que mais cresce em indústrias, conforme mostra o gráfico.



Fonte: IBGE, 2002-2008

Analisando os dados percentuais do gráfico, qual a diferença entre o maior e o menor centro em crescimento no polo das indústrias?

a) 75,28
b) 64,09
c) 56,95
d) 45,76
e) 30,07

Resolução

Resposta: C

Resposta da questão 5:
[C]

De acordo com o gráfico, o polo com maior crescimento foi o de Guarulhos, e o menor, a capital de São Paulo. Por conseguinte, a diferença pedida é $60,52 - 3,57 = 56,95\%$.

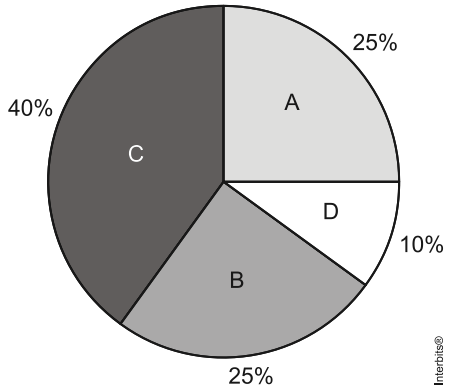
Resolução reproduzida da referência 3.

Item 044

2013 | R3-12-06

Fonte: referência 3, página 91.

6. (Enem 2013) Foi realizado um levantamento nos 200 hotéis de uma cidade, no qual foram anotados os valores, em reais, das diárias para um quarto padrão de casal e a quantidade de hotéis para cada valor da diária. Os valores das diárias foram: A = R$200,00; B = R$300,00; C = R$400,00 e D = R$600,00. No gráfico, as áreas representam as quantidades de hotéis pesquisados, em porcentagem, para cada valor da diária.



O valor mediano da diária, em reais, para o quarto padrão de casal nessa cidade, é

a) 300,00.
b) 345,00.
c) 350,00.
d) 375,00.
e) 400,00.

Resolução

Resposta: C

Resposta da questão 6:
[C]

De acordo com o gráfico, tem-se que $200 \cdot 0,25 = 50$ hotéis cobram diárias de $R\$\ 200,00$; $200 \cdot 0,25 = 50$ hotéis cobram diárias de $R\$\ 300,00$; $200 \cdot 0,4 = 80$ hotéis cobram diárias de $R\$\ 400,00$ e $200 \cdot 0,1 = 20$ hotéis cobram diárias de $R\$\ 600,00$.

Considere a tabela abaixo, em que x_i é o valor da diária, em reais, para um quarto padrão de casal, f_i é a frequência simples absoluta e F_i é a frequência absoluta acumulada.

x_i	f_i	F_i
200	50	50
300	50	100
400	80	180
600	20	200
	$n = \sum f_i = 200$	

Portanto, como $E_{M_d} = \frac{n}{2} = \frac{200}{2} = 100$, segue-se que o valor mediano da diária é

$$M_d = \frac{300 + 400}{2} = R\$\ 350,00.$$

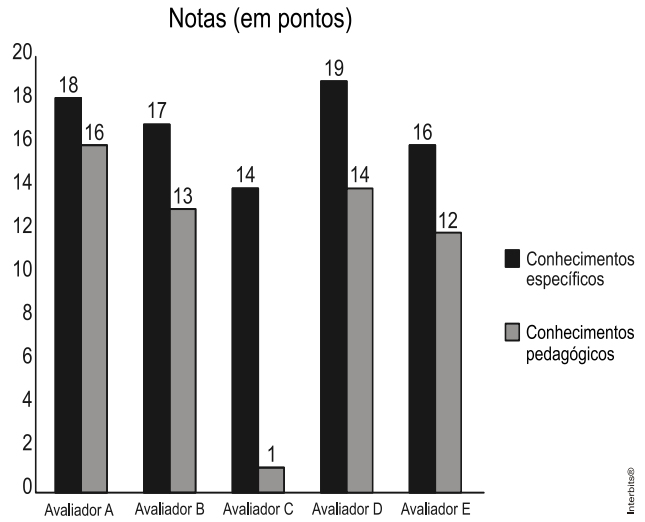
Resolução reproduzida da referência 3.

Item 045

2013 | R3-12-07

Fonte: referência 3, página 91.

7. (Enem 2013) As notas de um professor que participou de um processo seletivo, em que a banca avaliadora era composta por cinco membros, são apresentadas no gráfico. Sabe-se que cada membro da banca atribui duas notas ao professor, uma relativa aos conhecimentos específicos da área de atuação e outra, aos conhecimentos pedagógicos, e que a média final do professor foi dada pela média aritmética de todas as notas atribuídas pela banca avaliadora.



Utilizando um novo critério, essa banca avaliadora resolveu descartar a maior e a menor notas atribuídas ao professor.

A nova média, em relação à média anterior, é
a) 0,25 ponto maior.
b) 1,00 ponto maior.
c) 1,00 ponto menor.
d) 1,25 ponto maior.
e) 2,00 pontos menor.

Resolução

Resposta: B

Resposta da questão 7:
[B]

Considere a seguinte tabela.

Avaliador	x_i	y_i	$x_i + y_i$
A	18	16	34
B	17	13	30
C	14	1	15
D	19	14	33
E	16	12	28
			$\sum (x_i + y_i) = 140$

Logo, a média anterior é dada por

$$m = \frac{140}{10} = 14.$$

Descartando-se a maior e a menor notas, obtém-se

$$m' = \frac{140 - 1 - 19}{8} = 15.$$

Portanto, a nova média, em relação à média anterior, é $15 - 14 = 1{,}00$ ponto maior.

Resolução reproduzida da referência 3.

Item 046

2014 | R1-351

Fonte: referência 1, página 158.

Questão 351 (H24 | ENEM 2014) **Dificuldade 745,2**

A taxa de fecundidade é um indicador que expressa a condição reprodutiva média das mulheres de uma região, e é importante para uma análise da dinâmica demográfica dessa região.

A tabela apresenta os dados obtidos pelos Censos de 2000 e 2010, feitos pelo IBGE, com relação à taxa de fecundidade no Brasil.

Ano	Taxa de fecundidade no Brasil
2000	2,38
2010	1,90

Disponível em: www.saladeimprensa.ibge.gov.br. Acesso em: 31 jul. 2013.

Suponha que a variação percentual relativa na taxa de fecundidade no período de 2000 a 2010 se repita no período de 2010 a 2020.

Nesse caso, em 2020 a taxa de fecundidade no Brasil estará mais próxima de

(A) 1,14.

(B) 1,42.

(C) 1,52.

(D) 1,70.

(E) 1,80.

Resolução **Resposta: C**

A razão entre as taxas de 2010 e 2000 é $1{,}90/2{,}38$. Repetindo a mesma variação relativa, a taxa de 2020 será $1{,}90 \cdot 1{,}90/2{,}38 \approx 1{,}52$.

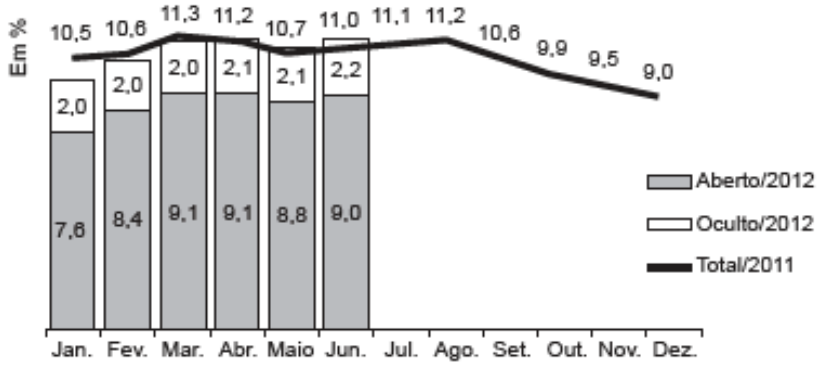
Item 047

2014 | R1-361

Fonte: referência 1, página 163.

Questão 361 (H25 | ENEM 2014) **Dificuldade 615,8**

O gráfico apresenta as taxas de desemprego durante o ano de 2011 e o primeiro semestre de 2012 na região metropolitana de São Paulo. A taxa de desemprego total é a soma das taxas de desemprego aberto e oculto.



Suponha que a taxa de desemprego oculto do mês de dezembro de 2012 tenha sido a metade da mesma taxa em junho de 2012 e que a taxa de desemprego total em dezembro de 2012 seja igual a essa taxa em dezembro de 2011.

Disponível em: www.dieese.org.br. Acesso em: 1 ago. 2012 (fragmento).

Nesse caso, a taxa de desemprego aberto de dezembro de 2012 teria sido, em termos percentuais, de

A 1,1. **B** 3,5. **C** 4,5. **D** 6,8. **E** 7,9.

Resolução **Resposta: E**

Em dezembro de 2011, a taxa total é 9%. A taxa oculta de junho de 2012 é 2,2%, cuja metade é 1,1%. Para manter o total em 9%, a taxa aberta de dezembro de 2012 deve ser $9 - 1{,}1 = 7{,}9\%$.

Item 048

2014 | R1-368

Fonte: referência 1, página 166.

Questão 368 (H25 | ENEM 2014) **Dificuldade 734,4**

Uma empresa de alimentos oferece três valores diferentes de remuneração a seus funcionários, de acordo com o grau de instrução necessário para cada cargo. No ano de 2013, a empresa teve uma receita de 10 milhões de reais por mês e um gasto mensal com a folha salarial de R$ 400 000,00, distribuídos de acordo com o gráfico 1. No ano seguinte, a empresa ampliará o número de funcionários, mantendo o mesmo valor salarial para cada categoria. Os demais custos da empresa permanecerão constantes de 2013 para 2014. O número de funcionários em 2013 e 2014, por grau de instrução, está no gráfico 2.

Distribuição da folha salarial

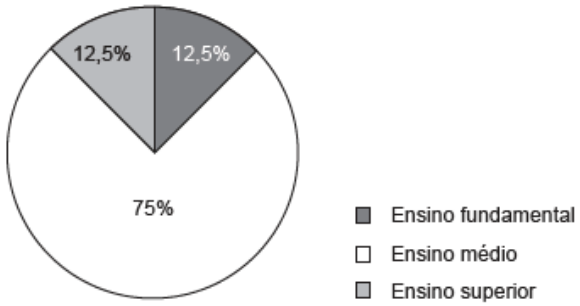


Gráfico 1

Número de funcionários por grau de instrução

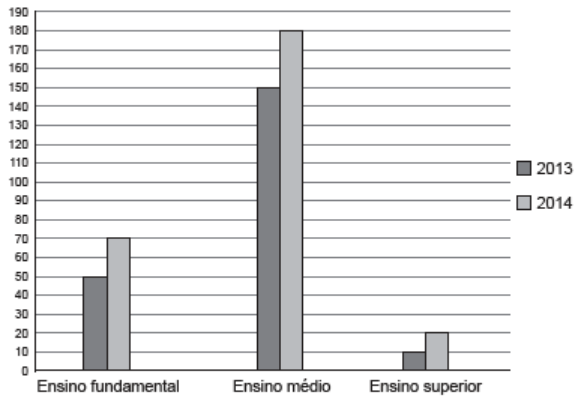


Gráfico 2

Qual deve ser o aumento na receita da empresa para que o lucro mensal em 2014 seja o mesmo de 2013?

(A) R$ 114 285,00

(B) R$ 130 000,00

(C) R$ 160 000,00

(D) R$ 210 000,00

(E) R$ 213 333,00

Resolução

Resposta: B

A folha de R$ 400000 se divide em R$ 50000, 300000 e 50000. Pelos aumentos de funcionários de cada categoria, esses gastos passam a R$ 70000, 360000 e 100000, totalizando 530000. Para preservar o lucro, a receita deve crescer $530000 - 400000 = 130000$ reais.

Item 049

2014 | R1-401

Fonte: referência 1, página 183.

Questão 401 (H27 | ENEM 2014) **Dificuldade 723,7**

Um pesquisador está realizando várias séries de experimentos com alguns reagentes para verificar qual o mais adequado para a produção de um determinado produto. Cada série consiste em avaliar um dado reagente em cinco experimentos diferentes. O pesquisador está especialmente interessado naquele reagente que apresentar a maior quantidade dos resultados de seus experimentos acima da média encontrada para aquele reagente. Após a realização de cinco séries de experimentos, o pesquisador encontrou os seguintes resultados:

	Reagente 1	**Reagente 2**	**Reagente 3**	**Reagente 4**	**Reagente 5**
Experimento 1	1	0	2	2	1
Experimento 2	6	6	3	4	2
Experimento 3	6	7	8	7	9
Experimento 4	6	6	10	8	10
Experimento 5	11	5	11	12	11

Levando-se em consideração os experimentos feitos, o reagente que atende às expectativas do pesquisador é o

(A) 1. (B) 2. (C) 3. (D) 4. (E) 5.

Resolução **Resposta: B**

As médias dos reagentes 1 a 5 são 6; 4,8; 6,8; 6,6; 6,6. O número de resultados estritamente acima delas é, respectivamente, 1, 4, 3, 3 e 3. O reagente 2 atende melhor ao critério.

Item 050

2014 | R1-430

Fonte: referência 1, página 193.

Questão 430 (H29 | ENEM 2014) **Dificuldade 670,7**

Os candidatos K, L, M, N e P estão disputando uma única vaga de emprego em uma empresa e fizeram provas de português, matemática, direito e informática. A tabela apresenta as notas obtidas pelos cinco candidatos.

Candidatos	Português	Matemática	Direito	Informática
K	33	33	33	34
L	32	39	33	34
M	35	35	36	34
N	24	37	40	35
P	36	16	26	41

Segundo o edital de seleção, o candidato aprovado será aquele para o qual a mediana das notas obtidas por ele nas quatro disciplinas for a maior.

O candidato aprovado será

(A) K.

(B) L.

(C) M.

(D) N.

(E) P.

Resolução **Resposta: D**

Ordene as quatro notas de cada candidato e faça a média das duas centrais. As medianas de K, L, M, N e P são 33; 33,5; 35; 36; 31. A maior é 36, de N.

Item 051

2014 | R1-432

Fonte: referência 1, página 194.

Questão 432 (H29 | ENEM 2014) **Dificuldade 703,6**

Uma loja que vende sapatos recebeu diversas reclamações de seus clientes relacionadas à venda de sapatos de cor branca ou preta. Os donos da loja anotaram as numerações dos sapatos com defeito e fizeram um estudo estatístico com o intuito de reclamar com o fabricante.

A tabela contém a média, a mediana e a moda desses dados anotados pelos donos.

Estatísticas sobre as numerações dos sapatos com defeito			
	Média	Mediana	Moda
Numerações dos sapatos com defeito	36	37	38

Para quantificar os sapatos pela cor, os donos representaram a cor branca pelo número 0 e a cor preta pelo número 1. Sabe-se que a média da distribuição desses zeros e uns é igual a 0,45.

Os donos da loja decidiram que a numeração dos sapatos com maior número de reclamações e a cor com maior número de reclamações não serão mais vendidas.

A loja encaminhou um ofício ao fornecedor dos sapatos, explicando que não serão mais encomendados os sapatos de cor

(A) branca e os de número 38.

(B) branca e os de número 37.

(C) branca e os de número 36.

(D) preta e os de número 38.

(E) preta e os de número 37.

Resolução **Resposta: A**

A numeração mais reclamada é a moda, 38. Como preto foi codificado por 1, a média 0,45 significa 45% de sapatos pretos e 55% de brancos. Portanto, as categorias retiradas serão branca e número 38.

Item 052

2014 | R1-442

Fonte: referência 1, página 198.

Questão 442 (H30 | ENEM 2014) **Dificuldade 653,3**

Ao final de uma competição de ciências em uma escola, restaram apenas três candidatos. De acordo com as regras, o vencedor será o candidato que obtiver a maior média ponderada entre as notas das provas finais nas disciplinas química e física, considerando, respectivamente, os pesos 4 e 6 para elas. As notas são sempre números inteiros. Por questões médicas, o candidato II ainda não fez a prova final de química. No dia em que sua avaliação for aplicada, as notas dos outros dois candidatos, em ambas as disciplinas, já terão sido divulgadas.

O quadro apresenta as notas obtidas pelos finalistas nas provas finais.

Candidato	Química	Física
I	20	23
II	X	25
III	21	18

A menor nota que o candidato II deverá obter na prova final de química para vencer a competição é

(A) 18.

(B) 19.

(C) 22.

(D) 25.

(E) 26.

Resolução **Resposta: A**

As somas ponderadas dos candidatos I e III são $4 \cdot 20 + 6 \cdot 23 = 218$ e $4 \cdot 21 + 6 \cdot 18 = 192$. Para II vencer, $4x + 6 \cdot 25 > 218$, ou $x > 17$. A menor nota inteira é 18.

Item 053

2015 | R1-054

Fonte: referência 1, página 37.

Questão 054 (H3 | ENEM 2015) **Dificuldade 803,0**

Segundo dados apurados no Censo 2010, para uma população de 101,8 milhões de brasileiros com 10 anos ou mais de idade e que teve algum tipo de rendimento em 2010, a renda média mensal apurada foi de R$1 202,00. A soma dos rendimentos mensais dos 10% mais pobres correspondeu a apenas 1,1% do total de rendimentos dessa população considerada, enquanto que a soma dos rendimentos mensais dos 10% mais ricos correspondeu a 44,5% desse total.

Disponível em: www.estadao.com.br. Acesso em: 16 nov. 2011(adaptado).

Qual foi a diferença, em reais, entre a renda média mensal de um brasileiro que estava na faixa dos 10% mais ricos e de um brasileiro que estava na faixa dos 10% mais pobres?

(A) 240,40

(B) 548,11

(C) 1 723,67

(D) 4 026,70

(E) 5 216,68

Resolução **Resposta: E**

Os dois grupos têm o mesmo tamanho, correspondente a 10% da população. A diferença entre suas médias é $\frac{44{,}5 - 1{,}1}{10} \cdot 1202 = 4{,}34 \cdot 1202 = 5216{,}68$ reais.

Item 054

2015 | R1-353

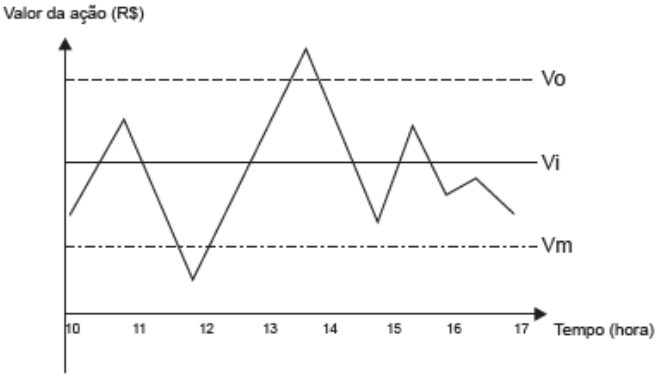
Fonte: referência 1, página 159.

Questão 353 (H24 | ENEM 2015) **Dificuldade 783,9**

Um investidor inicia um dia com x ações de uma empresa. No decorrer desse dia, ele efetua apenas dois tipos de operações, comprar ou vender ações. Para realizar essas operações, ele segue estes critérios:

I. vende metade das ações que possui, assim que seu valor fica acima do valor ideal (Vi);
II. compra a mesma quantidade de ações que possui, assim que seu valor fica abaixo do valor mínimo (Vm);
III. vende todas as ações que possui, quando seu valor fica acima do valor ótimo (Vo).

O gráfico apresenta o período de operações e a variação do valor de cada ação, em reais, no decorrer daquele dia e a indicação dos valores ideal, mínimo e ótimo.



Quantas operações o investidor fez naquele dia?

A 3
B 4
C 5
D 6
E 7

Resolução **Resposta: B**

Percorra o gráfico cronologicamente e aplique uma operação apenas quando o preço cruza um dos limites que ativa a regra correspondente. As quatro oportunidades sucessivas acionam compra ou venda; atingir o valor ótimo provoca a venda de todo o saldo e encerra as operações. Total: 4.

Item 055

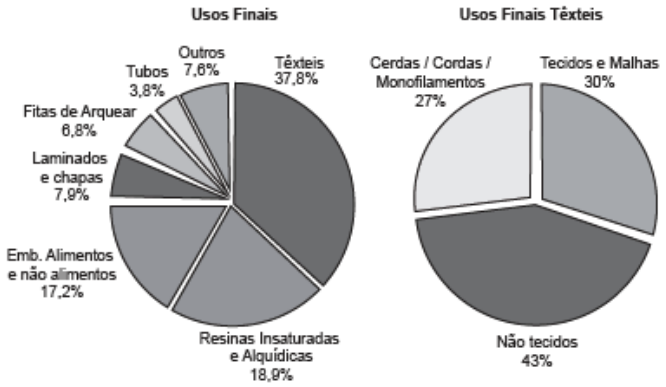
2015 | R1-367

Fonte: referência 1, página 166.

Questão 367 (H25 | ENEM 2015) **Dificuldade 704,2**

O polímero de PET (Politereftalato de Etileno) é um dos plásticos mais reciclados em todo o mundo devido à sua extensa gama de aplicações, entre elas, fibras têxteis, tapetes, embalagens, filmes e cordas. Os gráficos mostram o destino do PET reciclado no Brasil, sendo que, no ano de 2010, o total de PET reciclado foi de 282 kton (quilotoneladas).

PET RECICLADO – 2010



Disponível em: www.abipet.org.br. Acesso em: 12 jul. 2012 (adaptado).

De acordo com os gráficos, a quantidade de embalagens PET recicladas destinadas à produção de tecidos e malhas, em kton, é mais aproximada de

(A) 16,0.

(B) 22,9.

(C) 32,0.

(D) 84,6.

(E) 106,6.

Resolução **Resposta: C**

Do PET reciclado, 37,8% vai para têxteis e, desse total, 30% para tecidos e malhas. Portanto, $282 \cdot 0{,}378 \cdot 0{,}30 = 31{,}9788$ kton, aproximadamente 32 kton.

Item 056

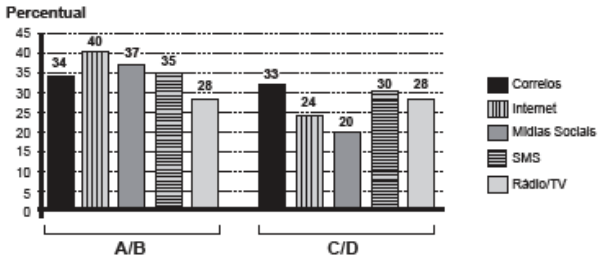
2015 | R1-373

Fonte: referência 1, página 169.

Questão 373 (H26 | ENEM 2015) **Dificuldade 457,7**

Uma pesquisa de mercado foi realizada entre os consumidores das classes sociais A, B, C e D que costumam participar de promoções tipo sorteio ou concurso. Os dados comparativos, expressos no gráfico, revelam a participação desses consumidores em cinco categorias: via Correios (juntando embalagens ou recortando códigos de barra), via internet (cadastrando-se no site da empresa/marca promotora), via mídias sociais (redes sociais), via SMS (mensagem por celular) ou via rádio/TV.

Participação em promoções do tipo sorteio ou concurso em uma região



Uma empresa vai lançar uma promoção utilizando apenas uma categoria nas classes A e B (A/B) e uma categoria nas classes C e D (C/D).

De acordo com o resultado da pesquisa, para atingir o maior número de consumidores das classes A/B e C/D, a empresa deve realizar a promoção, respectivamente, via

(A) Correios e SMS.

(B) Internet e Correios.

(C) Internet e Internet.

(D) Internet e Mídias Sociais.

(E) Rádio/TV e Rádio/TV.

Resolução **Resposta: B**

Compare separadamente as frequências de cada categoria nas classes A/B e C/D. A maior participação de A/B ocorre via internet; a maior de C/D, via Correios. Portanto, a combinação adequada é internet e Correios.

Item 057

2015 | R1-395

Fonte: referência 1, página 180.

Questão 395 (H27 | ENEM 2015) **Dificuldade 672,6**

Em uma seletiva para a final dos 100 metros livres de natação, numa olimpíada, os atletas, em suas respectivas raias, obtiveram os seguintes tempos:

Raia	1	2	3	4	5	6	7	8
Tempo (segundo)	20,90	20,90	20,50	20,80	20,60	20,60	20,90	20,96

A mediana dos tempos apresentados no quadro é

(A) 20,70.

(B) 20,77.

(C) 20,80.

(D) 20,85.

(E) 20,90.

Resolução **Resposta: D**

Na ordem crescente: 20,50; 20,60; 20,60; 20,80; 20,90; 20,90; 20,90; 20,96. A mediana é a média do quarto e do quinto termos: $(20{,}80 + 20{,}90)/2 = 20{,}85$ s.

Item 058

2015 | R1-434

Fonte: referência 1, página 195.

Questão 434 (H29 | ENEM 2015) **Dificuldade 778,7**

Um concurso é composto por cinco etapas. Cada etapa vale 100 pontos. A pontuação final de cada candidato é a média de suas notas nas cinco etapas. A classificação obedece à ordem decrescente das pontuações finais. O critério de desempate baseia-se na maior pontuação na quinta etapa.

Candidato	Média nas quatro primeiras etapas	Pontuação na quinta etapa
A	90	60
B	85	85
C	80	95
D	60	90
E	60	100

A ordem de classificação final desse concurso é

(A) A, B, C, E, D.

(B) B, A, C, E, D.

(C) C, B, E, A, D.

(D) C, B, E, D, A.

(E) E, C, D, B, A.

Resolução **Resposta: B**

As médias finais de A a E são 84, 85, 83, 66 e 68. Portanto, a ordem decrescente é B, A, C, E, D. Não é necessário desempate.

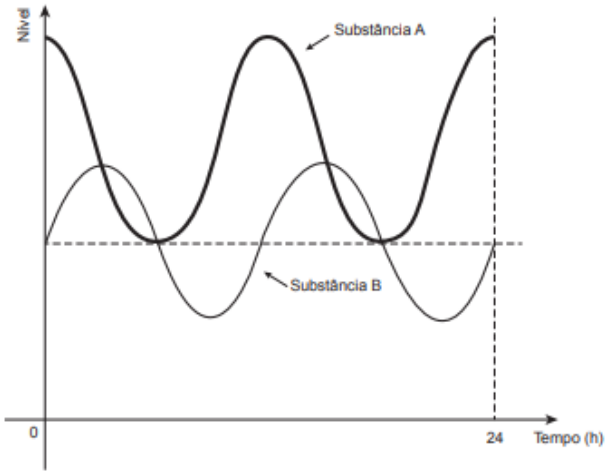
Item 059

2016 | R1-346

Fonte: referência 1, página 157.

Questão 346 (H24 | ENEM 2016) **Dificuldade 684,9**

Em um exame, foi feito o monitoramento dos níveis de duas substâncias presentes (A e b) na corrente sanguínea de uma pessoa, durante um período de 24h, conforme o resultado apresentado na figura. Um nutricionista, no intuito de prescrever uma dieta para essa pessoa, analisou os níveis dessas substâncias, determinando que, para uma dieta semanal eficaz, deverá ser estabelecido um parâmetro cujo valor será dado pelo número de vezes em que os níveis de A e de B forem iguais, porém, maiores que o nível mínimo da substância A durante o período de duração da dieta.



Considere que o padrão apresentado no resultado do exame, no período analisado, se repita para os dias subsequentes.

O valor do parâmetro estabelecido pelo nutricionista, para uma dieta semanal, será igual a

A 28. **B** 21. **C** 2.
D 7. **E** 14.

Resolução **Resposta: E**

Conte apenas as interseções dos gráficos acima do nível mínimo de A. Há duas por dia no padrão apresentado. Em sete dias, o parâmetro será $2 \cdot 7 = 14$.

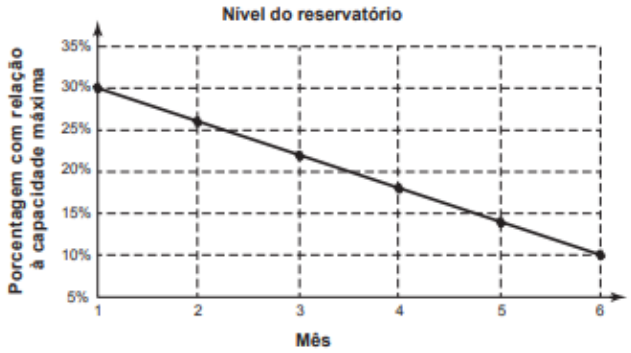
Item 060

2016 | R1-348

Fonte: referência 1, página 157.

Questão 348 (H24 | ENEM 2016) **Dificuldade 694,0**

Um dos grandes desafios do Brasil é o gerenciamento dos seus recursos naturais, sobretudo os recursos hídricos. Existe uma demanda crescente por água e o risco de racionamento não pode ser descartado. O nível de água de um reservatório foi monitorado por um período, sendo o resultado mostrado no gráfico. Suponha que essa tendência linear observada no monitoramento se prolongue pelos próximos meses.



Nas condições dadas, qual o tempo mínimo, após o sexto mês, para que o reservatório atinja o nível zero de sua capacidade?

(A) 2 meses e meio.

(B) 3 meses e meio.

(C) 1 mês e meio.

(D) 4 meses.

(E) 1 mês.

Resolução **Resposta: A**

O nível cai de 30% no primeiro mês para 10% no sexto: queda de 20 pontos em cinco meses, ou 4 pontos por mês. Após o sexto, os 10 pontos restantes duram $10/4 = 2{,}5$ meses.

Item 061

2016 | R1-385

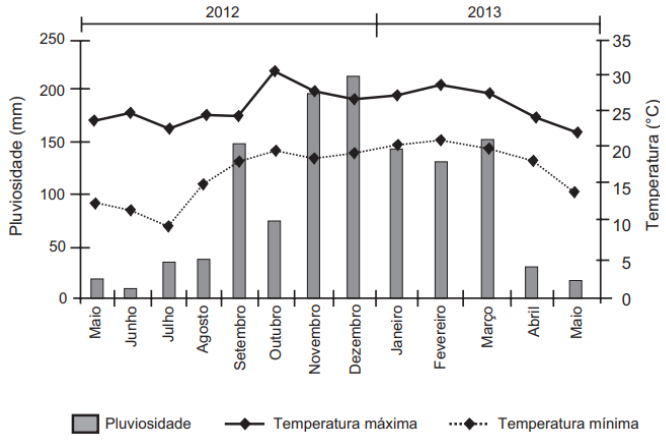
Fonte: referência 1, página 174.

Questão 385 (H26 | ENEM 2016) **Dificuldade 710,6**

O cultivo de uma flor rara só é viável se do mês do plantio para o mês subsequente o clima da região possuir as seguintes peculiaridades:

- A variação do nível de chuvas (pluviosidade), nesses meses, não for superior a 50 mm;
- A temperatura mínima, nesses meses, for superior a 15 °C;
- Ocorrer, nesse período, um leve aumento não superior a 5 °C na temperatura máxima.

Um floricultor, pretendendo investir no plantio dessa flor em sua região, fez uma consulta a um meteorologista que lhe apresentou o gráfico com as condições previstas para os 12 meses seguintes nessa região.



Com base nas informações do gráfico, o floricultor verificou que poderia plantar essa flor rara.

O mês escolhido para o plantio foi

(A) janeiro.

(B) fevereiro.

(C) agosto.

(D) novembro.

(E) dezembro.

Resolução **Resposta: A**

Para cada mês candidato, compare-o com o mês imediatamente seguinte: chuva deve variar no máximo 50 mm, ambas as mínimas devem superar 15 °C e a máxima deve aumentar até 5 °C. O par janeiro–fevereiro atende às três exigências; o plantio é em janeiro.

Item 062

2016 | R1-390

Fonte: referência 1, página 178.

Questão 390 (H27 | ENEM 2016) **Dificuldade 590,6**

A permanência de um gerente em uma empresa está condicionada à sua produção no semestre. Essa produção é avaliada pela média do lucro mensal do semestre. Se a média for, no mínimo, de 30 mil reais, o gerente permanece no cargo, caso contrário, ele será despedido. O quadro mostra o lucro mensal, em milhares de reais, dessa empresa, de janeiro a maio do ano em curso.

Janeiro	Fevereiro	Março	Abril	Maio
21	35	21	30	38

Qual deve ser o lucro mínimo da empresa no mês de junho, em milhares de reais, para o gerente continuar no cargo no próximo semestre?

(A) 26 (B) 29 (C) 30 (D) 31 (E) 35

Resolução **Resposta: E**

Para média de pelo menos 30 em seis meses, o lucro total deve chegar a 180. Os cinco meses somam $21 + 35 + 21 + 30 + 38 = 145$. Junho precisa render pelo menos $180 - 145 = 35$ mil reais.

Item 063

2016 | R1-396

Fonte: referência 1, página 181.

Questão 396 (H27 | ENEM 2016) **Dificuldade 679,6**

Ao iniciar suas atividades, um ascensorista registra tanto o número de pessoas que entram quanto o número de pessoas que saem do elevador em cada um dos andares do edifício onde ele trabalha. O quadro apresenta os registros do ascensorista durante a primeira subida do térreo, de onde partem ele e mais três pessoas, ao quinto andar do edifício.

Número de pessoas	Térreo	1° andar	2° andar	3° andar	4° andar	5° andar
que entram no elevador	4	4	1	2	2	2
que saem do elevador	0	3	1	2	0	6

Com base no quadro, qual é a moda do número de pessoas no elevador durante a subida do térreo ao quinto andar?

(A) 2

(B) 3

(C) 4

(D) 5

(E) 6

Resolução **Resposta: D**

A ocupação nos trechos de subida é 4 pessoas; depois $4+4-3=5$; em seguida 5, 5 e 7. O valor mais frequente é 5, que é a moda.

Item 064

2016 | R1-406

Fonte: referência 1, página 185.

Questão 406 (H28 | ENEM 2016) **Dificuldade 527,9**

Em uma cidade, o número de casos de dengue confirmados aumentou consideravelmente nos últimos dias. A prefeitura resolveu desenvolver uma ação contratando funcionários para ajudar no combate à doença, os quais orientarão os moradores a eliminarem criadouros do mosquito Aedes aegypti, transmissor da dengue. A tabela apresenta o número atual de casos confirmados, por região da cidade.

Região	Casos confirmados
Oeste	237
Centro	262
Norte	158
Sul	159
Noroeste	160
Leste	278
Centro-Oeste	300
Centro-Sul	278

A prefeitura optou pela seguinte distribuição dos funcionários a serem contratados:

- 10 funcionários para cada região da cidade cujo número de casos seja maior que a média dos casos confirmados
- 7 funcionários para cada região da cidade cujo número de casos seja menor ou igual à média dos casos confirmados

Quantos funcionários a prefeitura deverá contratar para efetivar a ação?

(A) 59 (B) 65 (C) 68
(D) 71 (E) 80

Resolução **Resposta: D**

A soma dos casos é 1832 e a média é $1832/8 = 229$. Cinco regiões estão acima da média e três, abaixo ou iguais. A contratação será de $5 \cdot 10 + 3 \cdot 7 = 71$ funcionários.

Item 065

2016 | R1-426

Fonte: referência 1, página 192.

Questão 426 (H29 | ENEM 2016) **Dificuldade 576,9**

Preocupada com seus resultados, uma empresa fez um balanço dos lucros obtidos nos últimos sete meses, conforme dados do quadro.

Mês	I	II	III	IV	V	VI	VII
Lucro (em milhões de reais)	37	33	35	22	30	35	25

Avaliando os resultados, o conselho diretor da empresa decidiu comprar, nos dois meses subsequentes, a mesma quantidade de matéria-prima comprada no mês em que o lucro mais se aproximou da média dos lucros mensais dessa empresa nesse período de sete meses. Nos próximos dois meses, essa empresa deverá comprar a mesma quantidade de matéria-prima comprada no mês

(A) I.

(B) II.

(C) IV.

(D) V.

(E) VII.

Resolução **Resposta: D**

A média dos sete lucros é $(37 + 33 + 35 + 22 + 30 + 35 + 25)/7 = 217/7 = 31$. O valor mais próximo é 30, obtido no mês V.

Item 066

2016 | R1-431

Fonte: referência 1, página 194.

Questão 431 (H29 | ENEM 2016) **Dificuldade 686,6**

O procedimento de perda rápida de “peso” é comum entre os atletas dos esportes de combate. Para participar de um torneio, quatro atletas da categoria até 66 kg, Peso-Pena, foram submetidos a dietas balanceadas e atividades físicas. Realizaram três “pesagens” antes do início do torneio. Pelo regulamento do torneio, a primeira luta deverá ocorrer entre o atleta mais regular e o menos regular quanto aos “pesos”. As informações com base nas pesagens dos atletas estão no quadro.

Atleta	1ª pesagem (kg)	2ª pesagem (kg)	3ª pesagem (kg)	Média	Mediana	Desvio padrão
I	78	72	66	72	72	4,90
II	83	65	65	71	65	8,49
III	75	70	65	70	70	4,08
IV	80	77	62	73	77	7,87

Após as três “pesagens”, os organizadores do torneio informaram aos atletas quais deles se enfrentariam na primeira luta.

A primeira luta foi entre os atletas

(A) I e III.

(B) I e IV.

(C) II e III.

(D) II e IV.

(E) III e IV.

Resolução **Resposta: C**

A regularidade é medida pela dispersão: menor desvio padrão significa maior regularidade. III tem o menor desvio, 4,08 kg, e II tem o maior, 8,49 kg. Eles devem disputar a primeira luta.

Item 067

2016 | R1-446

Fonte: referência 1, página 199.

Questão 446 (H30 | ENEM 2016) **Dificuldade 757,5**

Um posto de saúde registrou a quantidade de vacinas aplicadas contra febre amarela nos últimos cinco meses:

- 1° mês: 21;
- 2° mês: 22;
- 3° mês: 25;
- 4° mês: 31;
- 5° mês: 21.

No início do primeiro mês, esse posto de saúde tinha 228 vacinas contra febre amarela em estoque. A política de reposição do estoque prevê a aquisição de novas vacinas, no início do sexto mês, de tal forma que a quantidade inicial em estoque para os próximos meses seja igual a 12 vezes a média das quantidades mensais dessas vacinas aplicadas nos últimos cinco meses.

Para atender essas condições, a quantidade de vacinas contra febre amarela que o posto de saúde deve adquirir no início do sexto mês é

(A) 156.

(B) 180.

(C) 192.

(D) 264.

(E) 288.

Resolução **Resposta: B**

Foram aplicadas 120 vacinas, média de 24 por mês. A meta de estoque é $12 \cdot 24 = 288$. Restam $228 - 120 = 108$. Devem ser adquiridas $288 - 108 = 180$ vacinas.

Item 068

Fonte: referência 1, página 115.

Questão 247 (H17 | ENEM 2017) **Dificuldade 703,9**

Um instituto de pesquisas eleitorais recebe uma encomenda na qual a margem de erro deverá ser de, no máximo, 2 pontos percentuais (0,02).

O instituto tem 5 pesquisas recentes, P1 a P5, sobre o tema objeto da encomenda e irá usar a que tiver o erro menor que o pedido.

Os dados sobre as pesquisas são os seguintes:

Pesquisa	σ	N	$\sqrt{N}$
P1	0,5	1 764	42
P2	0,4	784	28
P3	0,3	576	24
P4	0,2	441	21
P5	0,1	64	8

O erro **e** pode ser expresso por

$$|e| < 1{,}96\frac{\sigma}{\sqrt{N}}$$

em que σ é um parâmetro e N é o número de pessoas entrevistadas pela pesquisa.

Qual pesquisa deverá ser utilizada?

(A) P1

(B) P2

(C) P3

(D) P4

(E) P5

Resolução **Resposta: D**

Calcule $1{,}96\sigma/\sqrt{N}$. Para P1 a P5, obtêm-se aproximadamente 0,0233, 0,0280, 0,0245, 0,0187 e 0,0245. Somente P4 tem limite de erro abaixo de 0,02.

Item 069

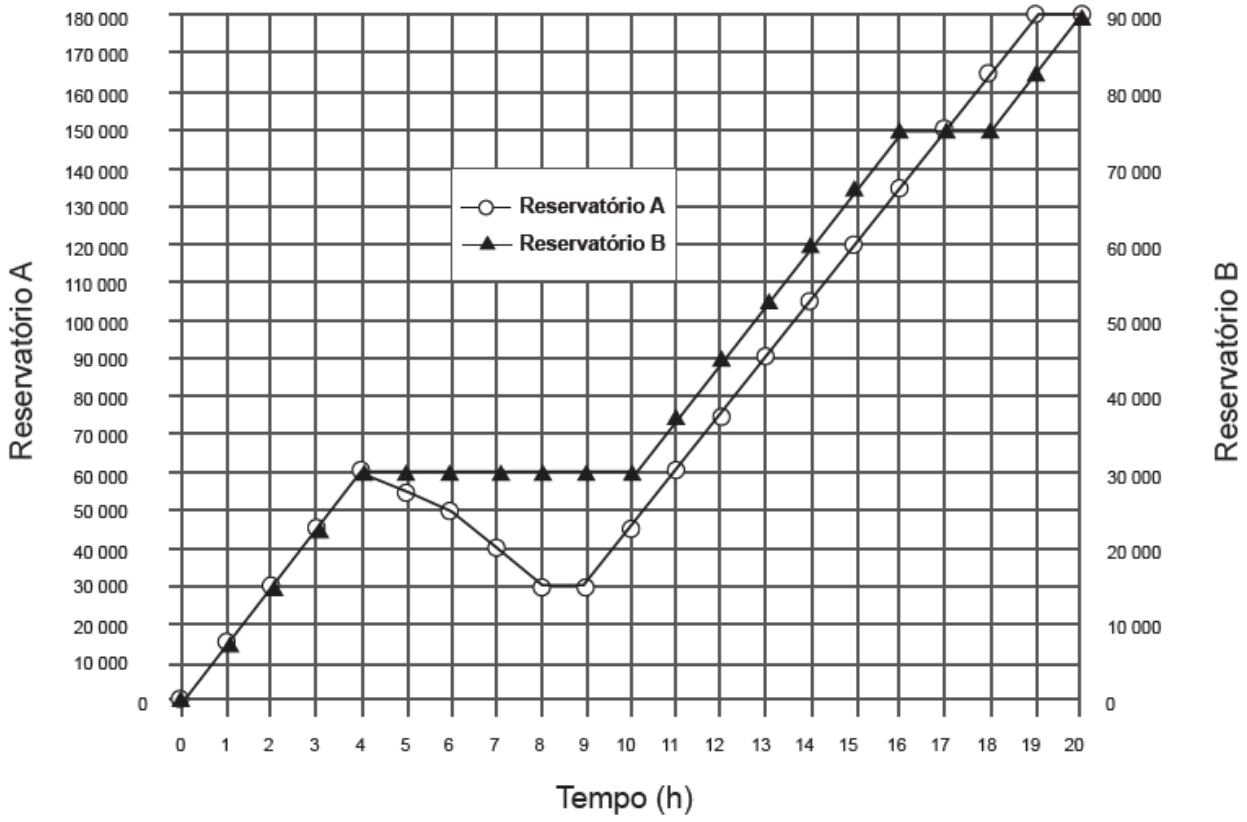
2017 | R1-363

Fonte: referência 1, página 164.

Questão 363 (H25 | ENEM 2017) **Dificuldade 655,6**

Dois reservatórios A e B são alimentados por bombas distintas por um período de 20 horas. A quantidade de água contida em cada reservatório nesse período pode ser visualizada na figura.

Quantidade de água armazenada



O número de horas em que os dois reservatórios contêm a mesma quantidade de água é

A 1.

B 2.

C 4.

D 5.

E 6.

Resolução **Resposta: A**

Os reservatórios têm volumes iguais nos trechos em que os dois gráficos coincidem. Some as durações desses trechos, desconsiderando cruzamentos isolados, que não têm duração. A coincidência totaliza 1 hora.

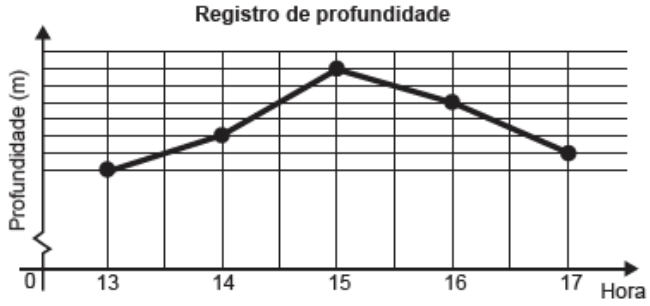
Item 070

2017 | R1-365

Fonte: referência 1, página 165.

Questão 365 (H25 | ENEM 2017) **Dificuldade 681,1**

Num dia de tempestade, a alteração na profundidade de um rio, num determinado local, foi registrada durante um período de 4 horas. Os resultados estão indicados no gráfico de linhas. Nele a profundidade *h*, registrada às 13 horas, não foi anotada e, a partir de *h,* cada unidade sobre o eixo vertical representa um metro.



Foi informado que entre 15 horas e 16 horas, a profundidade do rio diminuiu em 10%.

Às 16 horas, qual é a profundidade do rio, em metro, no local onde foram feitos os registros?

A) 18

B) 20

C) 24

D) 36

E) 40

Resolução **Resposta: A**

A queda de 15 h para 16 h é de duas unidades verticais, ou 2 m. Ela corresponde a 10% da profundidade das 15 h: $0{,}10H = 2$, logo $H = 20$ m. Às 16 h, a profundidade é $0{,}90 \cdot 20 = 18$ m.

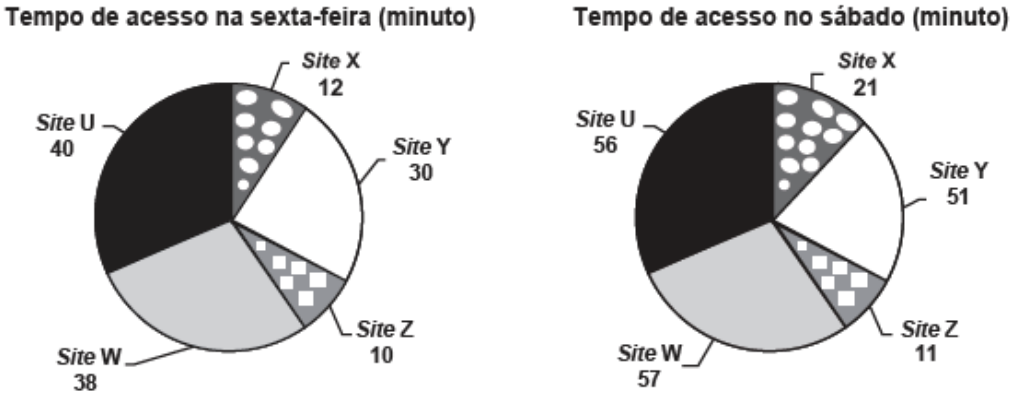
Item 071

2017 | R1-381

Fonte: referência 1, página 172.

Questão 381 (H26 | ENEM 2017) **Dificuldade 689,6**

Quanto tempo você fica conectado à internet? Para responder essa pergunta foi criado um miniaplicativo de computador que roda na área de trabalho, para gerar automaticamente um gráfico de setores, mapeando o tempo que uma pessoa acessa cinco sites visitados. Em um computador, foi observado que houve um aumento significativo do tempo de acesso da sexta-feira para o sábado, nos cinco sites mais acessados. A seguir, temos os dados do miniaplicativo para esses dias.



Analisando os gráficos do computador, a maior taxa de aumento no tempo de acesso, da sexta-feira para o sábado, foi no site

(A) X. (B) Y. (C) Z.
(D) W. (E) U.

Resolução **Resposta: A**

Converta os setores em tempos usando o total de acesso de cada dia. Se t_s e t_f são os tempos de sábado e sexta-feira, compare, para cada site, $(t_s - t_f)/t_f$. A maior taxa relativa é a de X; a comparação deve considerar a variação percentual, não apenas minutos acrescidos.

Item 072

2017 | R1-389

Fonte: referência 1, página 176.

Questão 389 (H26 | ENEM 2017) **Dificuldade 862,8**

O resultado de uma pesquisa eleitoral, sobre a preferência dos eleitores em relação a dois candidatos, foi representado por meio do Gráfico 1.

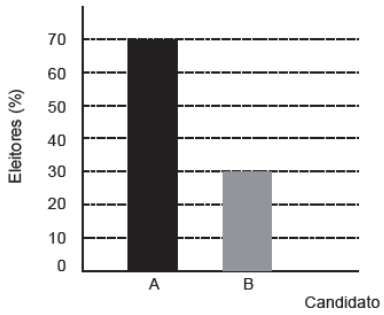


Gráfico 1

Ao ser divulgado esse resultado em jornal, o Gráfico 1 foi cortado durante a diagramação, como mostra o Gráfico 2.

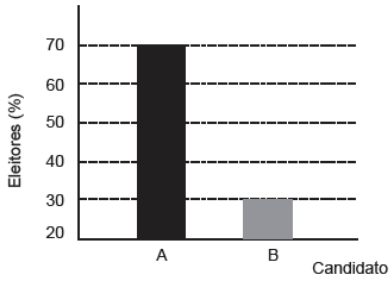


Gráfico 2

Apesar de os valores apresentados estarem corretos e a largura das colunas ser a mesma, muitos leitores criticaram o formato do Gráfico 2 impresso no jornal alegando que houve prejuízo visual para o candidato B.

A diferença entre as razões da altura da coluna B pela coluna A nos gráficos 1 e 2 é

A 0.

B $\frac{1}{2}$.

C $\frac{1}{5}$.

D $\frac{2}{15}$.

E $\frac{8}{35}$.

Resolução

Resposta: E

No gráfico original, a razão das alturas B/A é $30/70 = 3/7$. Após cortar a base em 20 unidades, ela passa a $(30-20)/(70-20) = 1/5$. A diferença é $3/7 - 1/5 = 8/35$.

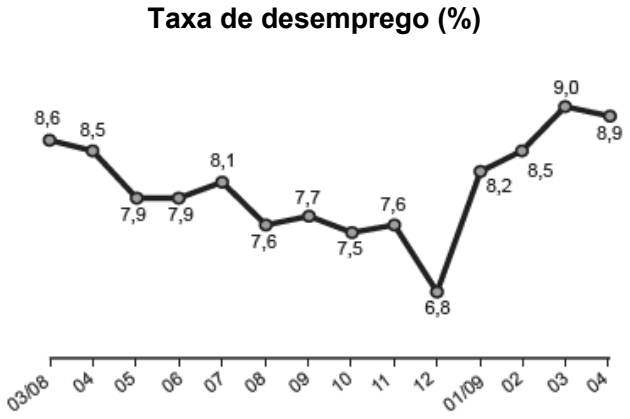
Item 073

2017 | R1-404

Fonte: referência 1, página 184.

Questão 404 (H27 | ENEM 2017) **Dificuld. 1292,1**

O gráfico apresenta a taxa de desemprego (em %) para o período de março de 2008 a abril de 2009, obtida com base nos dados observados nas regiões metropolitanas de Recife, Salvador, Belo Horizonte, Rio de Janeiro, São Paulo e Porto Alegre.



A mediana dessa taxa de desemprego, no período de março de 2008 a abril de 2009, foi de

- **A** 8,1%.
- **B** 8,0%.
- **C** 7,9%.
- **D** 7,7%.
- **E** 7,6%.

Resolução **Resposta: B**

São 14 taxas mensais. Ordenando-as, o sétimo e o oitavo valores são ambos 8,0%. A mediana é, portanto, 8,0%.

Item 074

2017 | R1-439

Fonte: referência 1, página 197.

Questão 439 (H29 | ENEM 2017) **Dificuldade 880,1**

Três alunos, X, Y e Z, estão matriculados em um curso de inglês. Para avaliar esses alunos, o professor optou por fazer cinco provas. Para que seja aprovado nesse curso, o aluno deverá ter a média aritmética das notas das cinco provas maior ou igual a 6. Na tabela, estão dispostas as notas que cada aluno tirou em cada prova.

Aluno	1ª Prova	2ª Prova	3ª Prova	4ª Prova	5ª Prova
X	5	5	5	10	6
Y	4	9	3	9	5
Z	5	5	8	5	6

Com base nos dados da tabela e nas informações dadas, ficará(ão) reprovado(s)

(A) apenas o aluno Y.

(B) apenas o aluno Z.

(C) apenas os alunos X e Y.

(D) apenas os alunos X e Z.

(E) os alunos X, Y e Z.

Resolução **Resposta: B**

As médias são $31/5 = 6{,}2$ para X, $30/5 = 6$ para Y e $29/5 = 5{,}8$ para Z. Somente Z fica abaixo de 6 e é reprovado.

Item 075

2017 | R1-443

Fonte: referência 1, página 198.

Questão 443 (H30 | ENEM 2017) **Dificuldade 707,6**

A avaliação de rendimento de alunos de um curso universitário baseia-se na média ponderada das notas obtidas nas disciplinas pelos respectivos números de créditos, como mostra o quadro:

Avaliação	Média de notas (M)
Excelente	9< M ≤ 10
Bom	7 ≤ M ≤ 9
Regular	5 ≤ M < 7
Ruim	3 ≤ M < 5
Péssimo	M < 3

Quanto melhor a avaliação de um aluno em determinado período letivo, maior sua prioridade na escolha de disciplinas para o período seguinte. Determinado aluno sabe que se obtiver avaliação "Bom" ou "Excelente" conseguirá matrícula nas disciplinas que deseja. Ele já realizou as provas de 4 das 5 disciplinas em que está matriculado, mas ainda não realizou a prova da disciplina I, conforme o quadro.

Disciplina	Notas	Número de créditos
I		12
II	8,00	4
III	6,00	8
IV	5,00	8
V	7,50	10

Para que atinja seu objetivo, a nota mínima que ele deve conseguir na disciplina I é

(A) 7,00.

(B) 7,38.

(C) 7,50.

(D) 8,25.

(E) 9,00.

Resolução **Resposta: D**

A soma dos créditos é 42. As notas já obtidas contribuem $8 \cdot 4 + 6 \cdot 8 + 5 \cdot 8 + 7{,}5 \cdot 10 = 195$. Para média pelo menos 7, $12x + 195 \geq 7 \cdot 42$. Logo, $x \geq 99/12 = 8{,}25$.

Item 076

2018 | R1-015

Fonte: referência 1, página 25.

Questão 015 (H1 | ENEM 2018) **Dificuldade 741,9**

A Transferência Eletrônica Disponível (TED) é uma transação financeira de valores entre diferentes bancos. Um economista decide analisar os valores enviados por meio de TEDs entre cinco bancos (1, 2, 3, 4 e 5) durante um mês. Para isso, ele dispõe esses valores em uma matriz A = [a_{ij}], em que $1 \leq i \leq 5$ e $1 \leq j \leq 5$, e o elemento a_{ij} corresponde ao total proveniente das operações feitas via TED, em milhão de real, transferidos do banco i para o banco j durante o mês. Observe que os elementos $a_{ij} = 0$, uma vez que o TED é uma transferência entre bancos distintos. Esta é a matriz obtida para essa análise:

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 2 & 0 & 2 & 2 \\ 0 & 0 & 2 & 1 & 0 \\ 1 & 2 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 2 & 2 & 0 & 0 \\ 3 & 0 & 1 & 1 & 0 \end{bmatrix}$$

Com base nessas informações, o banco que transferiu a maior quantia via TED é o banco

(A) 1.

(B) 2.

(C) 3.

(D) 4.

(E) 5.

Resolução **Resposta: A**

Cada linha registra os valores enviados por um banco. As somas das linhas são $6, 3, 5, 4, 5$ milhões de reais. A maior soma é 6, do banco 1.

Item 077

2018 | R1-358

Fonte: referência 1, página 161.

Questão 358 (H25 | ENEM 2018) **Dificuldade 588,4**

Na teoria das eleições, o Método de Borda sugere que em vez de escolher um candidato, cada juiz deve criar um ranking de sua preferência para os concorrentes (isto é, criar uma lista com a ordem de classificação dos concorrentes). A este ranking é associada uma pontuação: um ponto para o último colocado no ranking, dois pontos para o penúltimo, três para o antepenúltimo, e assim sucessivamente. Ao final, soma-se a pontuação atribuída a cada concorrente por cada um dos juízes.

Em uma escola houve um concurso de poesia no qual cinco alunos concorreram a um prêmio, sendo julgados por 25 juízes. Para a escolha da poesia vencedora foi utilizado o Método de Borda. Nos quadros, estão apresentados os rankings dos juízes e a frequência de cada ranking.

Colocação	Ranking			
	I	II	III	IV
1°	Ana	Dani	Bia	Edu
2°	Bia	Caio	Ana	Ana
3°	Caio	Edu	Caio	Dani
4°	Dani	Ana	Edu	Bia
5°	Edu	Bia	Dani	Caio

Ranking	Frequência
I	4
II	9
III	7
IV	5

A poesia vencedora foi a de

(A) Edu.

(B) Dani.

(C) Caio.

(D) Bia.

(E) Ana.

Resolução **Resposta: E**

Atribua 5, 4, 3, 2 e 1 pontos às posições. Multiplicando pelas frequências dos rankings, Ana soma 86, Dani 75, Caio 74, Bia 70 e Edu 70. A maior pontuação é de Ana.

Item 078

2018 | R1-362

Fonte: referência 1, página 163.

Questão 362 (H25 | ENEM 2018) **Dificuldade 644,9**

Devido ao não cumprimento das metas definidas para a campanha de vacinação contra a gripe comum e o vírus H1N1 em um ano, o Ministério da Saúde anunciou a prorrogação da campanha por mais uma semana. A tabela apresenta as quantidades de pessoas vacinadas dentre os cinco grupos de risco até a data de início da prorrogação da campanha.

Balanço parcial nacional da vacinação contra a gripe			
Grupo de risco	População (milhão)	População já vacinada	
		(milhão)	(%)
Crianças	4,5	0,9	20
Profissionais da saúde	2,0	1,0	50
Gestantes	2,5	1,5	60
Indígenas	0,5	0,4	80
Idosos	20,5	8,2	40

Qual é a porcentagem do total de pessoas desses grupos de risco já vacinadas?

(A) 12

(B) 18

(C) 30

(D) 40

(E) 50

Resolução **Resposta: D**

A população total dos grupos é 30 milhões. Já foram vacinados $0{,}9 + 1 + 1{,}5 + 0{,}4 + 8{,}2 = 12$ milhões. A cobertura geral é $12/30 = 40\%$; não se deve usar a média simples dos cinco percentuais.

Item 079

2018 | R1-384

Fonte: referência 1, página 174.

Questão 384 (H26 | ENEM 2018) **Dificuldade 703,3**

O salto ornamental é um esporte em que cada competidor realiza seis saltos. A nota em cada salto é calculada pela soma das notas dos juízes, multiplicada pela nota de partida (o grau de dificuldade de cada salto). Fica em primeiro lugar o atleta que obtiver a maior soma das seis notas recebidas.

O atleta 10 irá realizar o último salto da final. Ele observa no Quadro 1, antes de executar o salto, o recorte do quadro parcial de notas com a sua classificação e a dos três primeiros lugares até aquele momento.

Quadro 1

Classificação	Atleta	6° Salto	Total
1°	3	135,0	829,0
2°	4	140,0	825,2
3°	8	140,4	824,2
6°	10		687,5

Ele precisa decidir com seu treinador qual salto deverá realizar. Os dados dos possíveis tipos de salto estão no Quadro 2.

Quadro 2

Tipo de salto	Nota de partida	Estimativa da soma das notas dos juízes	Probabilidade de obter a nota
T1	2,2	57	89,76%
T2	2,4	58	93,74%
T3	2,6	55	91,88%
T4	2,8	50	95,38%
T5	3,0	53	87,34%

O atleta optará pelo salto com a maior probabilidade de obter a nota estimada, de maneira que lhe permita alcançar o primeiro lugar.

Considerando essas condições, o salto que o atleta deverá escolher é o de tipo

(A) T1.

(B) T2.

(C) T3.

(D) T4.

(E) T5.

Resolução **Resposta: C**

O último salto precisa render mais de $829 - 687{,}5 = 141{,}5$ pontos. Os valores estimados de T1 a T5 são 125,4; 139,2; 143; 140; 159. Apenas T3 e T5 permitem vencer; entre eles, T3 tem maior probabilidade de atingir a estimativa: 91,88%.

Item 080

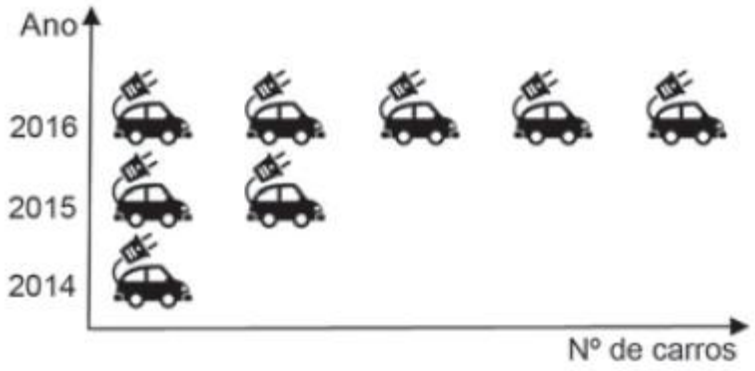
2018 | R1-394

Fonte: referência 1, página 180.

Questão 394 (H27 | ENEM 2018) **Dificuldade 655,0**

De acordo com um relatório recente da Agência Internacional de Energia (Ale), o mercado de veículos elétricos atingiu um novo marco em 2016, quando foram vendidos mais de 750 mil automóveis da categoria. Com isso, o total de carros elétricos vendidos no mundo alcançou a marca de 2 milhões de unidade desde que os primeiros modelos começaram a ser comercializados em 2011.

No Brasil, a expansão das vendas também se verifica. A marca A, por exemplo, expandiu suas vendas no ano de 2016, superando em 360 unidades as vendas de 2015, conforme representado no gráfico.



A média anual do número de carros vendidos pela marca A, nos anos representados no gráfico, foi de

A 192.

B 240.

C 252.

D 320.

E 420.

Resolução **Resposta: D**

Cada símbolo representa $360/(5-2) = 120$ carros. Os anos de 2014 a 2016 representam 1, 2 e 5 símbolos, totalizando $8 \cdot 120 = 960$ carros. A média é $960/3 = 320$ carros por ano.

Item 081

2018 | R1-397

Fonte: referência 1, página 181.

Questão 397 (H27 | ENEM 2018) **Dificuldade 680,2**

A Comissão Interna de Prevenção de Acidentes (CIPa) de uma empresa, observando os altos custos com os frequentes acidentes de trabalho ocorridos, fez, a pedido da diretoria, uma pesquisa do número de acidentes sofridos por funcionários. Essa pesquisa, realizada com uma amostra de 100 funcionários, norteará as ações da empresa na política de segurança no trabalho. Os resultados obtidos estão no quadro.

Número de acidentes sofridos	Número de trabalhadores
0	50
1	17
2	15
3	10
4	6
5	2

A média do número de acidentes por funcionário na amostra que a CIPA apresentará à diretora da empresa é

(A) 0,15.

(B) 0,30.

(C) 0,50.

(D) 1,11.

(E) 2,22.

Resolução **Resposta: D**

O total de acidentes é $0 \cdot 50 + 1 \cdot 17 + 2 \cdot 15 + 3 \cdot 10 + 4 \cdot 6 + 5 \cdot 2 = 111$. Para 100 trabalhadores, a média é $111/100 = 1{,}11$.

Item 082

2018 | R1-408

Fonte: referência 1, página 186.

Questão 408 (H28 | ENEM 2018) **Dificuldade 686,5**

Os alunos da disciplina de estatística, em um curso universitário, realizam quatro avaliações por semestre com os pesos de 20%, 10%, 30% e 40%, respectivamente. No final do semestre, precisam obter uma média nas quatro avaliações de, no mínimo, 60 pontos para serem aprovados. Um estudante dessa disciplina obteve os seguintes pontos nas três primeiras avaliações: 46, 60 e 50, respectivamente.

O mínimo de pontos que esse estudante precisa obter na quarta avaliação para ser aprovado é

(A) 29,8.

(B) 71,0.

(C) 74,5.

(D) 75,5.

(E) 84,0.

Resolução **Resposta: C**

A condição é $0{,}2 \cdot 46 + 0{,}1 \cdot 60 + 0{,}3 \cdot 50 + 0{,}4x \geq 60$. Os três primeiros termos somam 30,2. Portanto, $x \geq (60 - 30{,}2)/0{,}4 = 74{,}5$ pontos.

Item 083

2018 | R1-438

Fonte: referência 1, página 197.

Questão 438 (H29 | ENEM 2018) **Dificuldade 872,6**

Um rapaz estuda em uma escola que fica longe de sua casa, e por isso precisa utilizar o transporte público. Como é muito observador, todos os dias ele anota a hora exata (sem considerar os segundos) em que o ônibus passa pelo ponto de espera. Também notou que nunca consegue chegar ao ponto de ônibus antes de 6h 15min da manhã.

Analisando os dados coletados durante o mês de fevereiro, o qual teve 21 dias letivos, ele concluiu que 6h 21min foi o que mais se repetiu, e que a mediana do conjunto de dados é 6h 22min.

A probabilidade de que, em algum dos dias letivos de fevereiro, esse rapaz tenha apanhado o ônibus antes de 6h 21min da manhã é no máximo

(A) $\frac{4}{21}$

(B) $\frac{5}{21}$

(C) $\frac{6}{21}$

(D) $\frac{7}{21}$

(E) $\frac{8}{21}$

Resolução **Resposta: D**

A mediana é a 11ª observação, 6h22, logo no máximo dez horários são anteriores a ela. Se houvesse oito horários antes de 6h21, algum dos seis minutos de 6h15 a 6h20 se repetiria pelo menos duas vezes; a moda 6h21 precisaria então de pelo menos três ocorrências, excedendo dez. O máximo é sete horários, probabilidade 7/21.

Item 084

2019 | R1-005

Fonte: referência 1, página 21.

Questão 005 (H1 | ENEM 2019) **Dificuldade 537,2**

Um professor aplica, durante os cinco dias úteis de uma semana, testes com quatro questões de múltipla escolha a cinco alunos. Os resultados foram representados na matriz.

$$\begin{bmatrix} 3 & 2 & 0 & 1 & 2 \\ 3 & 2 & 4 & 1 & 2 \\ 2 & 2 & 2 & 3 & 2 \\ 3 & 2 & 4 & 1 & 0 \\ 0 & 2 & 0 & 4 & 4 \end{bmatrix}$$

Nessa matriz os elementos das linhas de 1 a 5 representam as quantidades de questões acertadas pelos alunos Ana, Bruno, Carlos, Denis e Érica, respectivamente, enquanto as colunas de 1 a 5 indicam os dias da semana, de segunda-feira a sexta-feira, respectivamente, em que os testes foram aplicados.

O teste que apresentou maior quantidade de acertos foi o aplicado na

(A) segunda-feira.

(B) terça-feira.

(C) quarta-feira.

(D) quinta-feira.

(E) sexta-feira.

Resolução **Resposta: A**

Somam-se as entradas de cada coluna, pois as colunas representam os dias. As somas são, de segunda a sexta, $11, 10, 10, 10, 10$. A maior é 11, na segunda-feira.

Item 085

2019 | R1-349

Fonte: referência 1, página 158.

Questão 349 (H24 | ENEM 2019) **Dificuldade 711,1**

O slogan “Se beber não dirija”, muito utilizado em campanhas publicitárias no Brasil, chama a atenção para o grave problema da ingestão de bebida alcoólica por motoristas e suas consequências para o trânsito. A gravidade desse problema pode ser percebida observando como o assunto é tratado pelo Código de Trânsito Brasileiro.

Em 2013, a quantidade máxima de álcool permitida no sangue do condutor de um veículo, que já era pequena, foi reduzida, e o valor da multa para motoristas alcoolizados foi aumentado. Em consequência dessas mudanças, observou-se queda no número de acidentes registrados em uma suposta rodovia nos anos que se seguiram às mudanças implantadas em 2013, conforme dados no quadro.

Ano	2013	2014	2015
Número total de acidentes	1 050	900	850

Suponha que a tendência de redução no número de acidentes nessa rodovia para os anos subsequentes seja igual à redução absoluta observada de 2014 para 2015.

Com base na situação apresentada, o número de acidentes esperados nessa rodovia em 2018 foi de

(A) 150.

(B) 450.

(C) 550.

(D) 700.

(E) 800.

Resolução **Resposta: D**

A redução anual adotada é $900 - 850 = 50$ acidentes. De 2015 a 2018 decorrem três anos; a previsão é $850 - 3 \cdot 50 = 700$ acidentes.

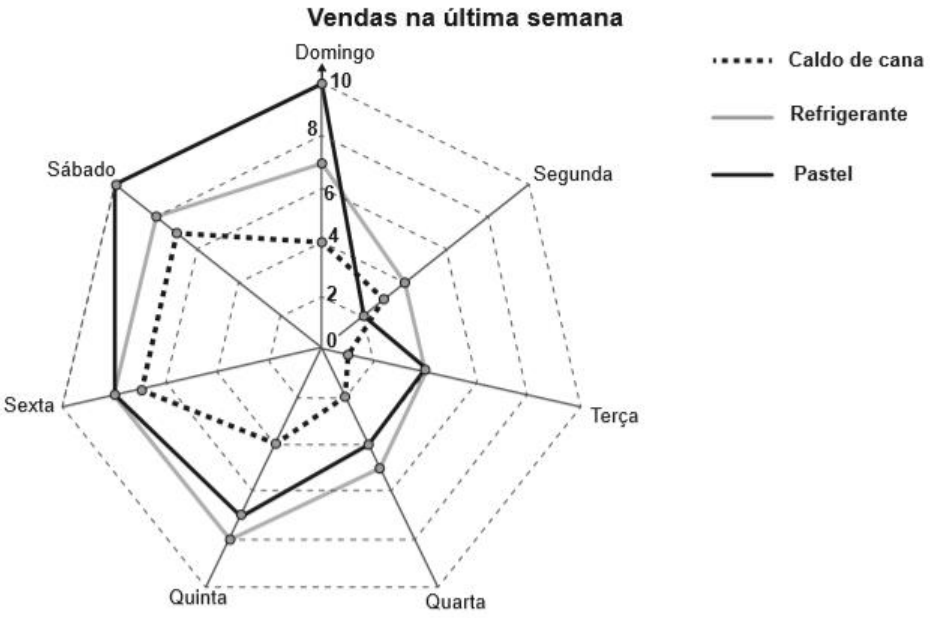
Item 086

2019 | R1-370

Fonte: referência 1, página 167.

Questão 370 (H25 | ENEM 2019) **Dificuldade 788,9**

Um comerciante, que vende somente pastel, refrigerante em lata e caldo de cana em copos, fez um levantamento das vendas realizadas durante a semana. O resultado desse levantamento está apresentado no gráfico.



Ele estima que venderá, em cada dia da próxima semana, uma quantidade de refrigerante em lata igual à soma das quantidades de refrigerante em lata e caldo de cana em copos vendidas no respectivo dia da última semana. Quanto aos pastéis, estima vender, a cada dia da próxima semana, uma quantidade igual à quantidade de refrigerante em lata que prevê vender em tal dia. Já para o número de caldo de cana em copos, estima que as vendas diárias serão iguais às da última semana.

Segundo essas estimativas, a quantidade a mais de pastéis que esse comerciante deve vender na próxima semana é

A 20. **B** 27. **C** 44. **D** 55. **E** 71.

Resolução **Resposta: B**

Os pastéis previstos para a próxima semana correspondem ao total de refrigerantes mais caldos da semana anterior: 71 unidades. O total anterior de pastéis é 44. O acréscimo é $71 - 44 = 27$ pastéis.

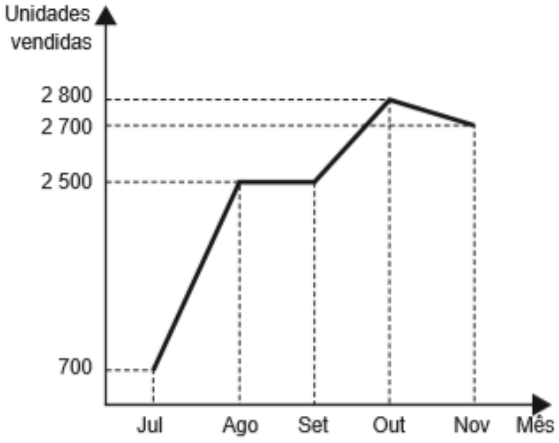
Item 087

2019 | R1-371

Fonte: referência 1, página 168.

Questão 371 (H25 | ENEM 2019) **Dificuldade 800,3**

O gráfico a seguir mostra a evolução mensal das vendas de certo produto de julho a novembro de 2011.



Sabe-se que o mês de julho foi o pior momento da empresa em 2011 e que o número de unidades vendidas desse produto em dezembro de 2011 foi igual à média aritmética do número de unidades vendidas nos meses de julho a novembro do mesmo ano.

O gerente de vendas disse, em uma reunião da diretoria, que, se essa redução no número de unidades vendidas de novembro para dezembro de 2011 se mantivesse constante nos meses subsequentes, as vendas só voltariam a ficar piores que julho de 2011 apenas no final de 2012.

O diretor financeiro rebateu imediatamente esse argumento mostrando que, mantida a tendência, isso aconteceria já em

(A) janeiro.

(B) fevereiro.

(C) março.

(D) abril.

(E) maio.

Resolução **Resposta: D**

A previsão para dezembro é a média $[700 + 2500 + 2500 + 2800 + 2700]/5 = 2240$. A queda mensal seria de $2700 - 2240 = 460$. As previsões seguintes são 1780, 1320, 860 e 400. O primeiro valor abaixo de 700 ocorre em abril.

Item 088

2019 | R1-382

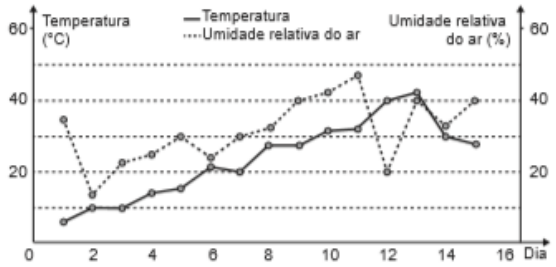
Fonte: referência 1, página 173.

Questão 382 (H26 | ENEM 2019) **Dificuldade 692,9**

O serviço de meteorologia de uma cidade emite relatórios diários com a previsão do tempo. De posse dessas informações, a prefeitura emite três tipos de alertas para a população:

- Alerta cinza: deverá ser emitido sempre que a previsão do tempo estimar que a temperatura será inferior a 10 °C, e a umidade relativa do ar for inferior a 40%;
- Alerta laranja: deverá ser emitido sempre que a previsão do tempo estimar que a temperatura deve variar entre 35 °C e 40 °C, e a umidade relativa do ar deve ficar abaixo de 30%;
- Alerta vermelho: deverá ser emitido sempre que a previsão do tempo estimar que a temperatura será superior a 40 °C, e a umidade relativa do ar for inferior a 25%.

Um resumo da previsão do tempo nessa cidade, para um período de 15 dias, foi apresentado no gráfico.



Decorridos os 15 dias de validade desse relatório, um funcionário percebeu que, no período a que se refere o gráfico, foram emitidos os seguintes alertas:

- Dia 1: alerta cinza;
- Dia 12: alerta laranja;
- Dia 13: alerta vermelho.

Em qual(is) desses dias o(s) aviso(s) foi(ram) emitido(s) corretamente?

A 1

B 12

C 1 e 12

D 1 e 13

E 1, 12 e 13

Resolução **Resposta: A**

Cada alerta exige que as condições de temperatura e umidade ocorram simultaneamente. No dia 1, ambas atendem ao alerta cinza. Nos dias 12 e 13, pelo menos uma condição do respectivo alerta não é satisfeita. Somente o aviso do dia 1 foi correto.

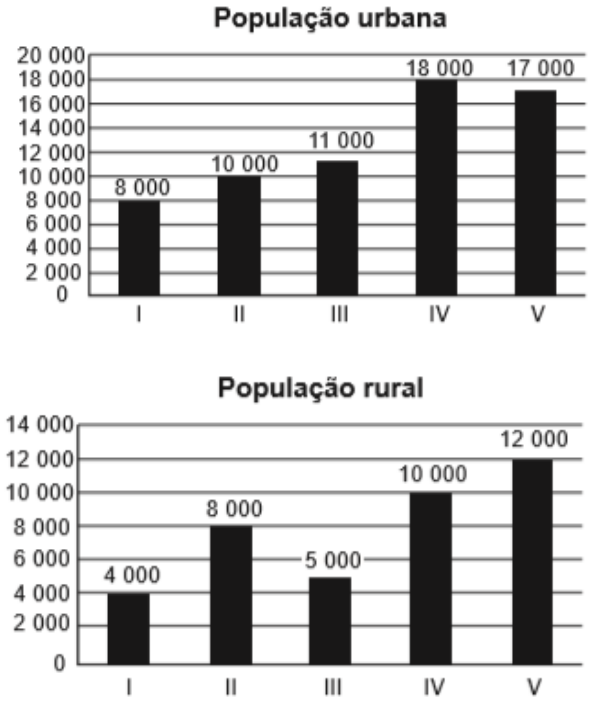
Item 089

2019 | R1-388

Fonte: referência 1, página 176.

Questão 388 (H26 | ENEM 2019) **Dificuldade 834,3**

A taxa de urbanização de um município é dada pela razão entre a população urbana e a população total do município (isto é, a soma das populações rural e urbana). Os gráficos apresentam, respectivamente, a população urbana e a população rural de cinco municípios (I, II, III, IV, V) de uma mesma região estadual. Em reunião entre o governo do estado e os prefeitos desses municípios, ficou acordado que o município com maior taxa de urbanização receberá um investimento extra em infraestrutura.



Segundo o acordo, qual município receberá o investimento extra?

A I

B II

C III

D IV

E V

Resolução **Resposta: C**

Calcule $U/(U+R)$ em cada município, com U e R retirados dos gráficos de população urbana e rural. A maior fração é a do município III. Comparar apenas U poderia produzir uma conclusão incorreta.

Item 090

2019 | R1-399

Fonte: referência 1, página 182.

Questão 399 (H27 | ENEM 2019) **Dificuldade 687,9**

Em uma fábrica de refrigerantes, é necessário que se faça periodicamente o controle no processo de engarrafamento para evitar que sejam envasadas garrafas fora da especificação do volume escrito no rótulo.

Diariamente, durante 60 dias, foram anotadas as quantidades de garrafas fora dessas especificações. O resultado está apresentado no quadro.

Quantidade de garrafas fora das especificações por dia	Quantidade de dias
0	52
1	5
2	2
3	1

A média diária de garrafas fora das especificações no período considerado é

(A) 0,1.

(B) 0,2.

(C) 1,5.

(D) 2,0.

(E) 3,0.

Resolução **Resposta: B**

Foram $0 \cdot 52 + 1 \cdot 5 + 2 \cdot 2 + 3 \cdot 1 = 12$ garrafas fora da especificação em 60 dias. A média diária é $12/60 = 0{,}2$ garrafa.

Item 091

2019 | R1-412

Fonte: referência 1, página 187.

Questão 412 (H28 | ENEM 2019) **Dificuldade 695,3**

O preparador físico de um time de basquete dispõe de um plantel de 20 jogadores, com média de altura igual a 1,80 m. No último treino antes da estreia em um campeonato, um dos jogadores desfalcou o time em razão de uma séria contusão, forçando o técnico a contratar outro jogador para recompor o grupo.

Se o novo jogador é 0,20 m mais baixo que o anterior, qual é a média de altura, em metro, do novo grupo?

(A) 1,60

(B) 1,78

(C) 1,79

(D) 1,81

(E) 1,82

Resolução **Resposta: C**

A soma inicial das alturas é $20 \cdot 1{,}80 = 36$ m. A substituição reduz essa soma em 0,20 m. A nova média é $(36 - 0{,}20)/20 = 1{,}79$ m.

Item 092

2019 | R1-435

Fonte: referência 1, página 195.

Questão 435 (H29 | ENEM 2019) **Dificuldade 795,7**

Os alunos de uma turma escolar foram divididos em dois grupos. Um grupo jogaria basquete, enquanto o outro jogaria futebol. Sabe-se que o grupo de basquete é formado pelos alunos mais altos da classe e tem uma pessoa a mais do que o grupo de futebol. A tabela seguinte apresenta informações sobre as alturas dos alunos da turma.

Média	Mediana	Moda
1,65	1,67	1,70

Os alunos P, J, F e M medem, respectivamente, 1,65 m, 1,66 m, 1,67 m e 1,68 m, e as suas alturas não são iguais a de nenhum outro colega da sala.

Segundo essas informações, argumenta-se que os alunos P, J, F e M jogaram, respectivamente,

A basquete, basquete, basquete, basquete.

B futebol, basquete, basquete, basquete.

C futebol, futebol, basquete, basquete.

D futebol, futebol, futebol, basquete.

E futebol, futebol, futebol, futebol.

Resolução **Resposta: C**

Como o grupo de basquete tem uma pessoa a mais, a turma tem quantidade ímpar e o aluno da mediana pertence à metade superior. A mediana é 1,67 m. P e J estão abaixo dela e jogam futebol; F, na mediana, e M, acima, jogam basquete.

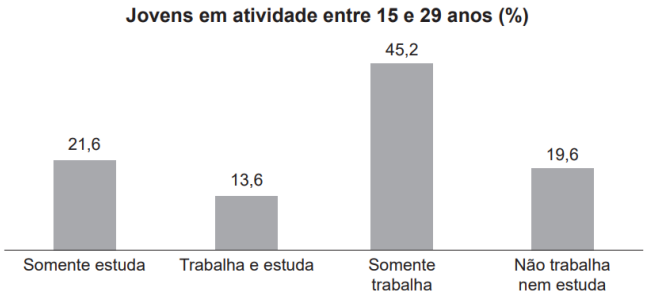
Item 093

2020 | R1-359

Fonte: referência 1, página 161.

Questão 359 (H25 | ENEM 2020) **Dificuldade 589,6**

A Pesquisa Nacional por Amostra de Domicílios (Pnad) é uma pesquisa feita anualmente pelo IBGE, exceto nos anos em que há Censo. Em um ano, foram entrevistados 363 mil jovens para fazer um levantamento sobre suas atividades profissionais e/ou acadêmicas. Os resultados da pesquisa estão indicados no gráfico.



Disponível em: http://noticias.uol.com.br. Acesso em: 20 ago. 2014.

De acordo com as informações dadas, o número de jovens entrevistados que trabalha é

(A) 114 708.

(B) 164 076.

(C) 213 444.

(D) 284 592.

(E) 291 582.

Resolução **Resposta: C**

Quem trabalha inclui os jovens que somente trabalham e os que trabalham e estudam. Somadas as porcentagens desses dois setores do gráfico, obtém-se 58,8%. Portanto, $363000 \cdot 0{,}588 = 213444$ jovens.

Item 094

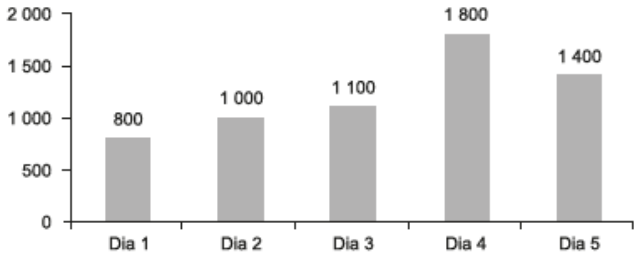
2020 | R1-374

Fonte: referência 1, página 169.

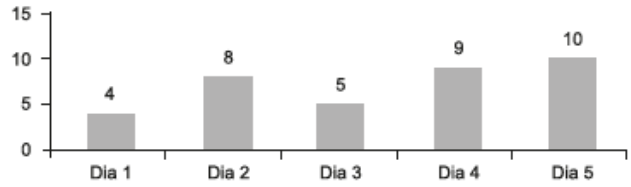
Questão 374 (H26 | ENEM 2020) **Dificuldade 562,4**

Os gráficos representam a produção de peças em uma indústria e as horas trabalhadas dos funcionários no período de cinco dias. Em cada dia, o gerente de produção aplica uma metodologia diferente de trabalho. Seu objetivo é avaliar a metodologia mais eficiente para utilizá-la como modelo nos próximos períodos. Sabe-se que, neste caso, quanto maior for a razão entre o número de peças produzidas e o número de horas trabalhadas, maior será a eficiência da metodologia.

Peças produzidas



Horas Trabalhadas



Em qual dia foi aplicada a metodologia mais eficiente?

A) 1

B) 2

C) 3

D) 4

E) 5

Resolução **Resposta: C**

A eficiência é a produção dividida pelas horas trabalhadas, calculada separadamente para cada dia. Comparando os cinco quocientes dos gráficos, o maior é o do dia 3, que produz mais peças por hora.

Item 095

2020 | R1-391

Fonte: referência 1, página 178.

Questão 391 (H27 | ENEM 2020) **Dificuldade 633,4**

Com o objetivo de contratar uma empresa responsável pelo serviço de atendimento ao público, os executivos de uma agência bancária realizaram uma pesquisa de satisfação envolvendo cinco empresas especializadas nesse segmento. Os procedimentos analisados (com pesos que medem sua importância para a agência) e as respectivas notas que cada empresa recebeu estão organizados no quadro.

Procedimento	Peso	Notas da empresa				
		X	Y	Z	W	T
Rapidez no atendimento	3	5	1	4	3	4
Clareza nas informações passadas aos clientes	5	1	4	3	3	2
Cortesia no atendimento	2	4	2	2	3	4

A agência bancária contratará a empresa com a maior média ponderada das notas obtidas nos procedimentos analisados.

Após a análise dos resultados da pesquisa de satisfação, os executivos da agência bancária contrataram a empresa

(A) X. (B) Y. (C) Z. (D) W. (E) T.

Resolução **Resposta: C**

As médias ponderadas, com soma dos pesos igual a 10, são: X, 28/10; Y, 27/10; Z, 31/10; W, 30/10; T, 30/10. A maior é 3,1, da empresa Z.

Item 096

2020 | R1-447

Fonte: referência 1, página 200.

Questão 447 (H30 | ENEM 2020) **Dificuldade 783,0**

O técnico de um time de basquete pretende aumentar a estatura média de sua equipe de 1,93 m para, no mínimo, 1,99 m. Para tanto, dentre os 15 jogadores que fazem parte de sua equipe, irá substituir os quatro mais baixos, de estaturas: 1,78 m, 1,82 m, 1,84 m e 1,86 m. Para isso, o técnico contratou um novo jogador de 2,02 m. Os outros três jogadores que ele ainda precisa contratar devem satisfazer à sua necessidade de aumentar a média das estaturas da equipe. Ele fixará a média das estaturas para os três jogadores que ainda precisa contratar dentro do critério inicialmente estabelecido.

Qual deverá ser a média mínima das estaturas, em metro, que ele deverá fixar para o grupo de três novos jogadores que ainda irá contratar?

(A) 1,96

(B) 1,98

(C) 2,05

(D) 2,06

(E) 2,08

Resolução **Resposta: D**

A soma inicial das alturas é $15 \cdot 1{,}93 = 28{,}95$ m. Retirando os quatro jogadores, subtraem-se 7,30 m; acrescentando o contratado, chega-se a 23,67 m. A meta total é $15 \cdot 1{,}99 = 29{,}85$ m. Os três restantes precisam somar 6,18 m, média de 2,06 m.

Item 097

2021 | R1-069

Fonte: referência 1, página 43.

Questão 069 (H4 | ENEM 2021) **Dificuldade 738,3**

Uma construtora, pretendendo investir na construção de imóveis em uma metrópole com cinco grandes regiões, fez uma pesquisa sobre a quantidade de famílias que mudaram de uma região para outra, de modo a determinar qual região foi o destino do maior fluxo de famílias, sem levar em consideração o número de famílias que deixaram a região. Os valores da pesquisa estão dispostos em uma matriz $A = \left[a_{ij}\right], i, j \in \{1,2,3,4,5\}$, em que o elemento a_{ij} corresponde ao total de famílias (em dezena) que se mudaram da região i para a região j durante um certo período, e o elemento a_{ii} é considerado nulo, uma vez que somente são consideradas mudanças entre regiões distintas. A seguir, está apresentada a matriz com os dados da pesquisa.

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 4 & 2 & 2 & 5 \\ 0 & 0 & 6 & 2 & 3 \\ 2 & 2 & 0 & 3 & 0 \\ 1 & 0 & 2 & 0 & 4 \\ 1 & 2 & 0 & 4 & 0 \end{bmatrix}$$

Qual região foi selecionada para o investimento da construtora?

(A) 1

(B) 2

(C) 3

(D) 4

(E) 5

Resolução **Resposta: E**

O destino é indicado pela coluna, portanto somamos as colunas. Os totais são $4, 8, 10, 11, 12$ dezenas de famílias. A região 5 recebeu o maior fluxo: 120 famílias.

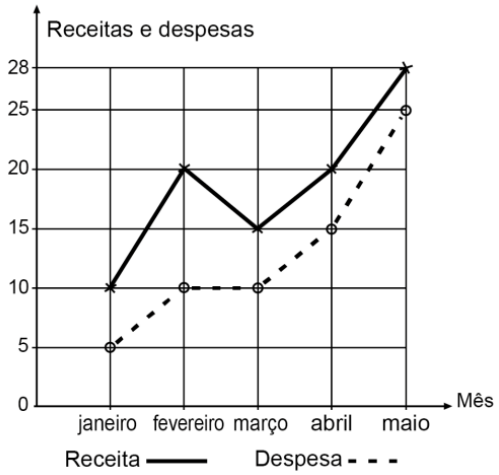
Item 098

2021 | R1-343

Fonte: referência 1, página 156.

Questão 343 (H24 | ENEM 2021) **Dificuldade 609,1**

A receita *R* de uma empresa ao final de um mês é o dinheiro captado com a venda de mercadorias ou com a prestação de serviços nesse mês, e a despesa *D* é todo o dinheiro utilizado para pagamento de salários, contas de água e luz, impostos, entre outros. O lucro mensal obtido ao final do mês é a diferença entre a receita e a despesa registradas no mês. O gráfico apresenta as receitas e despesas, em milhão de real, de uma empresa ao final dos cinco primeiros meses de um dado ano.



A previsão para os próximos meses é que o lucro mensal não seja inferior ao maior lucro obtido até o mês de maio.

Nessas condições, o lucro mensal para os próximos meses deve ser maior ou igual ao do mês de

- **A** janeiro.
- **B** fevereiro.
- **C** março.
- **D** abril.
- **E** maio.

Resolução **Resposta: B**

Subtraindo despesa da receita, os lucros de janeiro a maio são 5, 10, 5, 5 e 3 milhões de reais. O maior é o de fevereiro, 10 milhões; essa é a referência mínima para os meses seguintes.

Item 099

2021 | R1-350

Fonte: referência 1, página 158.

Questão 350 (H24 | ENEM 2021) **Dificuldade 743,3**

A demografia médica é o estudo da população de médicos no Brasil nos aspectos quantitativo e qualitativo, sendo um dos seus objetivos fazer projeções sobre a necessidade da formação de novos médicos. Um desses estudos gerou um conjunto de dados que aborda a evolução do número de médicos e da população brasileira por várias décadas. O quadro apresenta parte desses dados.

Ano	Médico	População brasileira (em milhar)
1990	219 000	147 000
2000	292 000	170 000
2010	365 000	191 000

Segundo uma projeção estatística, a variação do número de médicos e o da população brasileira de 2010 para 2020 será a média entre a variação de 1990 para 2000 e a de 2000 para 2010. Com o resultado dessa projeção, determina-se o número de médicos por mil habitantes no ano de 2020.

Disponível em: www.cremesp.org.br. Acesso em: 24 jun. 2015 (adaptado).

O número, com duas casas na parte decimal, mais próximo do número de médicos por mil habitantes no ano de 2020 seria de

A 0,17.

B 0,49.

C 1,71.

D 2,06.

E 3,32.

Resolução **Resposta: D**

O número de médicos cresce 73000 em cada década, chegando a 438000 em 2020. A população cresce, em média, $(23000+21000)/2 = 22000$ milhares, chegando a 213 milhões. A razão por mil habitantes é $438000/213000000 \cdot 1000 \approx 2{,}06$.

Item 100

Fonte: referência 1, página 162.

Questão 360 (H25 | ENEM 2021) **Dificuldade 606,5**

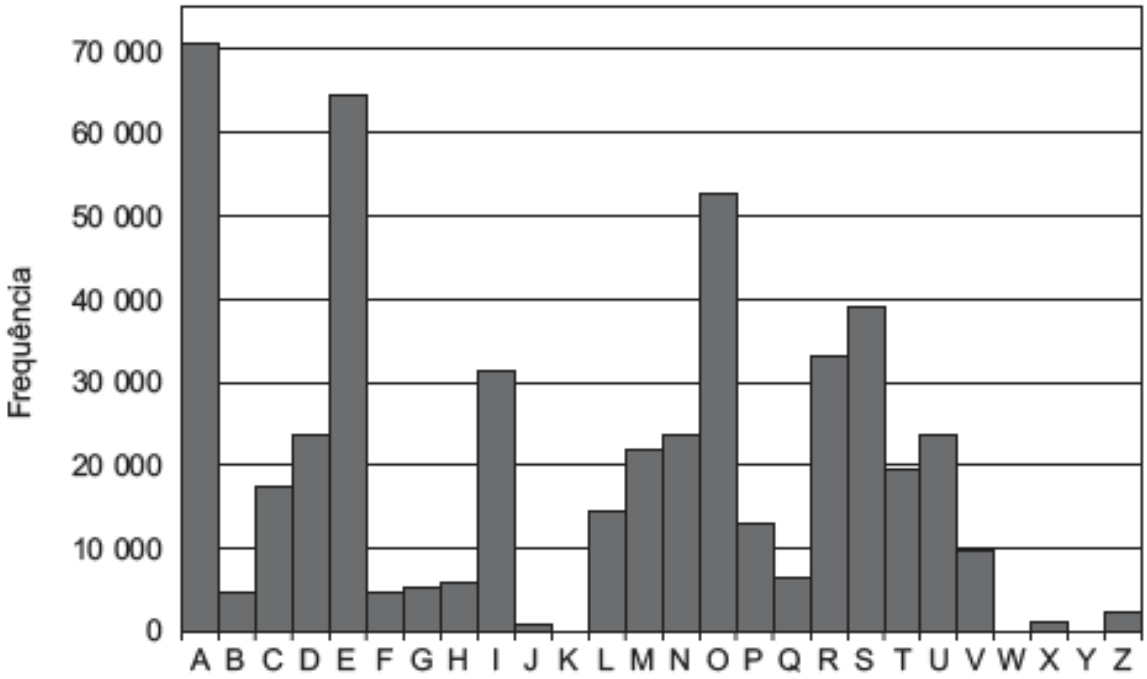
A Cifra de César é um exemplo de um método de codificação de mensagens usado por Júlio César para se comunicar com seus generais.

No método, cada letra era trocada por uma letra que aparecia no alfabeto um número fixo de casas adiante (ou atrás) de forma cíclica. A seguir temos um exemplo em que cada letra é substituída pela que vem três posições à frente.

Original	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M	N	O	P	Q	R	S	T	U	V	W	X	Y	Z
Codificado	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M	N	O	P	Q	R	S	T	U	V	W	X	Y	Z	A	B	C

Para quebrar um código como esse, a análise de frequências das letras de um texto é uma ferramenta importante.

Uma análise do texto do romance O guarani, de José de Alencar, que é composto por 491 631 letras, gerou o seguinte gráfico de frequências:



Disponível em: www.dominiopublico.gov.br. Acesso em: 7 fev. 2015.

Após codificar esse texto com a regra do exemplo fornecido, faz-se nova análise de frequência no texto codificado.

As quatro letras mais frequentes, em ordem decrescente de frequência, do texto codificado são

A A, E, O e S.

B D, E, F e G.

C D, H, R e V.

D R, L, B e X.

E X, B, L e P.

Item 100 – resolução 2021 / R1-360

Resolução **Resposta: C**

A substituição preserva a frequência de cada símbolo, apenas muda sua letra. As quatro letras mais frequentes originais são A, E, O e S. Deslocando três posições, tornam-se D, H, R e V, nessa ordem.

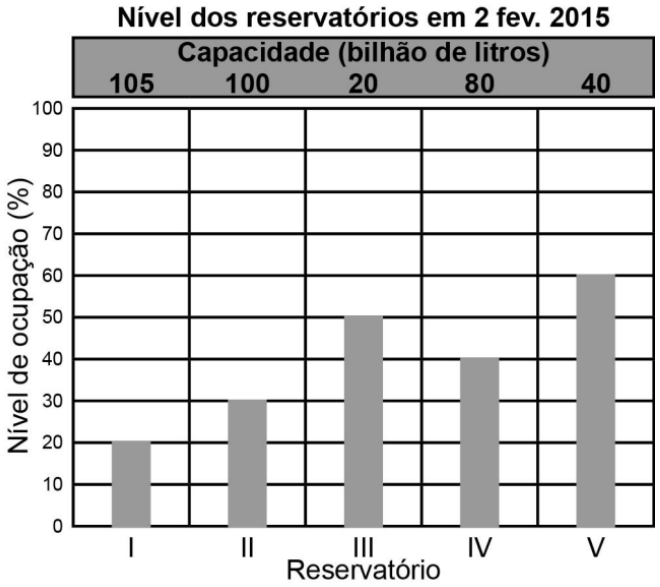
Item 101

2021 | R1-377

Fonte: referência 1, página 170.

Questão 377 (H26 | ENEM 2021) **Dificuldade 594,5**

O gráfico apresenta o nível de ocupação dos cinco reservatórios de água que abasteciam uma cidade em 2 de fevereiro de 2015.



Nessa data, o reservatório com o maior volume de água era o

A) I.

B) II.

C) III.

D) IV.

E) V.

Resolução **Resposta: D**

O volume armazenado é a capacidade de cada reservatório multiplicada por sua fração de ocupação. Comparando esses produtos, e não somente as porcentagens das barras, o maior volume é o do reservatório IV.

Item 102

2021 | R1-383

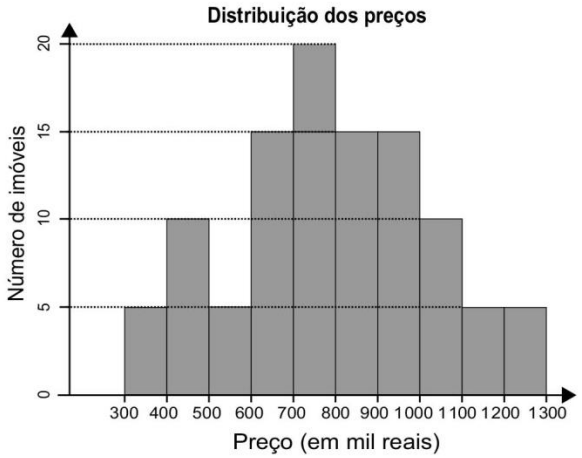
Fonte: referência 1, página 173.

Questão 383 (H26 | ENEM 2021) **Dificuldade 695,8**

Um casal está planejando comprar um apartamento de dois quartos num bairro de uma cidade e consultou a página de uma corretora de imóveis, encontrando 105 apartamentos de dois quartos à venda no bairro desejado. Eles usaram um aplicativo da corretora para gerar a distribuição dos preços do conjunto de imóveis selecionados.

O gráfico ilustra a distribuição de frequências dos preços de venda dos apartamentos dessa lista (em mil reais), no qual as faixas de preço são dadas por]300, 400],]400, 500],]500, 600],]600, 700],]700, 800],]800, 900],]900, 1 000],]1 000, 1 100],]1 100, 1 200] e]1 200, 1 300].

A mesma corretora anuncia que cerca de 50% dos apartamentos de dois quartos nesse bairro, publicados em sua página, têm preço de venda inferior a 550 mil reais. No entanto, o casal achou que essa última informação não era compatível com o gráfico obtido.



Com base no gráfico obtido, o menor preço, p (em mil reais), para o qual pelo menos 50% dos apartamentos apresenta preço inferior a p é

A 600.

B 700.

C 800.

D 900.

E 1 000.

Resolução **Resposta: C**

Metade de 105 é 52,5; precisamos alcançar pelo menos a 53ª observação na ordem crescente. Acumule as frequências das classes: essa posição é atingida na classe entre 700 e 800 mil reais. Entre os limites apresentados, o menor adequado é 800 mil reais.

Item 103

2021 | R1-392

Fonte: referência 1, página 179.

Questão 392 (H27 | ENEM 2021) **Dificuldade 646,8**

O quadro apresenta o número de terremotos de magnitude maior ou igual a 7, na escala Richter, ocorridos em nosso planeta nos anos de 2000 a 2011.

Ano	2000	2001	2002	2003	2004	2005	2006	2007	2008	2009	2010	2011
Terremotos	15	16	13	15	16	11	11	18	12	17	24	20

Disponível em: https://earthquake.usgs.gov/earthquakes/browse/m7-world.php. Acesso em: 13 ago. 2012 (adaptado)

Um pesquisador acredita que a mediana representa bem o número anual típico de terremotos em um período.

Segundo esse pesquisador, o número anual típico de terremotos de magnitude maior ou igual a 7 é

A 11.

B 15.

C 15,5.

D 15,7.

E 17,5.

Resolução **Resposta: C**

Ordenando os valores, as posições centrais, sexta e sétima, são 15 e 16. Como há 12 observações, a mediana é $(15 + 16)/2 = 15{,}5$.

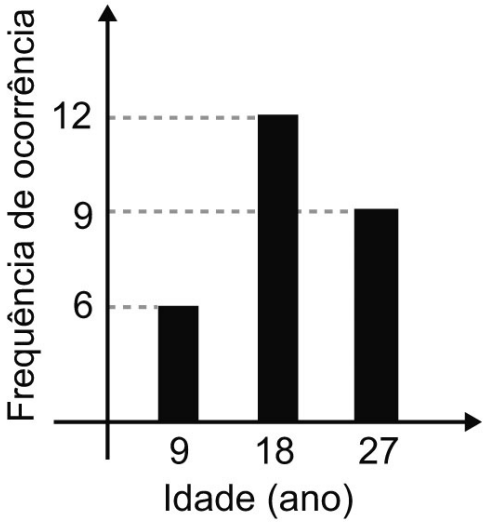
Item 104

2021 | R1-393

Fonte: referência 1, página 179.

Questão 393 (H27 | ENEM 2021) **Dificuldade 647,5**

Uma pessoa realizou uma pesquisa com alguns alunos de uma escola, coletando suas idades, e organizou esses dados no gráfico.



Qual é a média das idades, em ano, desses alunos?

(A) 9

(B) 12

(C) 18

(D) 19

(E) 27

Resolução **Resposta: D**

A média deve ser ponderada pelas frequências: $\bar{x} = (9 \cdot 6 + 18 \cdot 12 + 27 \cdot 9)/(6 + 12 + 9) = 513/27 = 19$ anos.

Item 105

2021 | R1-411

Fonte: referência 1, página 187.

Questão 411 (H28 | ENEM 2021) **Dificuldade 693,2**

Um zootecnista pretende testar se uma nova ração para coelhos é mais eficiente do que a que ele vem utilizando atualmente. A ração atual proporciona uma massa média de 10 kg por coelho, com um desvio padrão de 1 kg, alimentado com essa ração durante um período de três meses.

O zootecnista selecionou uma amostra de coelhos e os alimentou com a nova ração pelo mesmo período de tempo. Ao final, anotou a massa de cada coelho, obtendo um desvio padrão de 1,5 kg para a distribuição das massas dos coelhos dessa amostra.

Para avaliar a eficiência dessa ração, ele utilizará o coeficiente de variação (*CV*) que é uma medida de dispersão definida por $CV = \frac{s}{\overline{X}}$, em que *s* representa o desvio padrão e $\overline{X}$, a média das massas dos coelhos que foram alimentados com uma determinada ração.

O zootecnista substituirá a ração que vinha utilizando pela nova, caso o coeficiente de variação da distribuição das massas dos coelhos que foram alimentados com a nova ração for menor do que o coeficiente de variação da distribuição das massas dos coelhos que foram alimentados com a ração atual.

A substituição da ração ocorrerá se a média da distribuição das massas dos coelhos da amostra, em quilograma, for superior a

A 5,0.

B 9,5.

C 10,0.

D 10,5.

E 15,0.

Resolução **Resposta: E**

O coeficiente atual é $1/10 = 0{,}1$. Para a nova ração, exige-se $1{,}5/\bar{x} < 0{,}1$. Como a média é positiva, isso equivale a $\bar{x} > 15$ kg.

Item 106

2021 | R1-414

Fonte: referência 1, página 188.

Questão 414 (H28 | ENEM 2021) **Dificuldade 747,5**

Em um estudo realizado pelo IBGE em quatro estados e no Distrito Federal, com mais de 5 mil pessoas com 10 anos ou mais, observou-se que a leitura ocupa, em média, apenas seis minutos do dia de cada pessoa. Na faixa de idade de 10 a 24 anos, a média diária é de três minutos. No entanto, no grupo de idades entre 24 e 60 anos, o tempo médio diário dedicado à leitura é de 5 minutos. Entre os mais velhos, com 60 anos ou mais, a média é de 12 minutos.

A quantidade de pessoas entrevistadas de cada faixa de idade seguiu a distribuição percentual descrita no quadro.

Faixa etária	Percentual de entrevistados
De 10 a 24 anos	x
Entre 24 e 60 anos	y
A partir de 60 anos	x

Disponível em: www.oglobo.globo.com. Acesso em: 16 ago. 2013 (adaptado).

Os valores de *x* e *y* do quadro são, respectivamente, iguais a

A 10 e 80.

B 10 e 90.

C 20 e 60.

D 20 e 80.

E 25 e 50.

Resolução **Resposta: C**

As proporções satisfazem $2x + y = 100$. A média global fornece $3x + 5y + 12x = 600$. Substituindo $y = 100 - 2x$, temos $5x = 100$. Logo, $x = 20$ e $y = 60$.

Item 107

2021 | R1-425

Fonte: referência 1, página 192.

Questão 425 (H29 | ENEM 2021) **Dificuldade 557,0**

Uma rede de hamburgueria tem três franquias em cidades distintas. Visando incluir um novo tipo de lanche no cardápio, o gerente de marketing da rede sugeriu que fossem colocados à venda cinco novos tipos de lanche, em edições especiais. Os lanches foram oferecidos pelo mesmo período de tempo em todos os franqueados. O tipo que apresentasse a maior média por franquia seria incluído definitivamente no cardápio. Terminado o período de experiência, a gerência recebeu um relatório descrevendo as quantidades vendidas, em unidade, de cada um dos cinco tipos de lanche nas três franquias.

	Lanche I	Lanche II	Lanche III	Lanche IV	Lanche V
Franquia I	415	395	425	430	435
Franquia II	415	445	370	370	425
Franquia III	415	390	425	433	420

Com base nessas informações, a gerência decidiu incluir no cardápio o lanche de tipo

(A) I.

(B) II.

(C) III.

(D) IV.

(E) V.

Resolução **Resposta: E**

Como são três franquias para todos os lanches, basta comparar as somas: 1245, 1230, 1220, 1233 e 1280. O maior total, e portanto a maior média, é o do lanche V.

Item 108

2021 | R1-429

Fonte: referência 1, página 193.

Questão 429 (H29 | ENEM 2021) **Dificuldade 657,2**

Uma grande rede de supermercados adota um sistema de avaliação dos faturamentos de suas filiais, considerando a média de faturamento mensal em milhão. A matriz da rede paga uma comissão para os representantes dos supermercados que atingirem uma média de faturamento mensal (*M*), conforme apresentado no quadro.

Comissão	Média de faturamento mensal (M)
I	1 ≤ M < 2
II	2 ≤ M < 4
III	4 ≤ M < 5
IV	5 ≤ M < 6
V	M ≥ 6

Um supermercado da rede obteve os faturamentos num dado ano, conforme apresentado no quadro.

Faturamento mensal (em milhão de real)	Quantidade de meses
3,5	3
2,5	2
5	2
3	4
7,5	1

Nas condições apresentadas, os representantes desse supermercado avaliam que receberão, no ano seguinte, a comissão de tipo

(A) I.

(B) II.

(C) III.

(D) IV.

(E) V.

Resolução **Resposta: B**

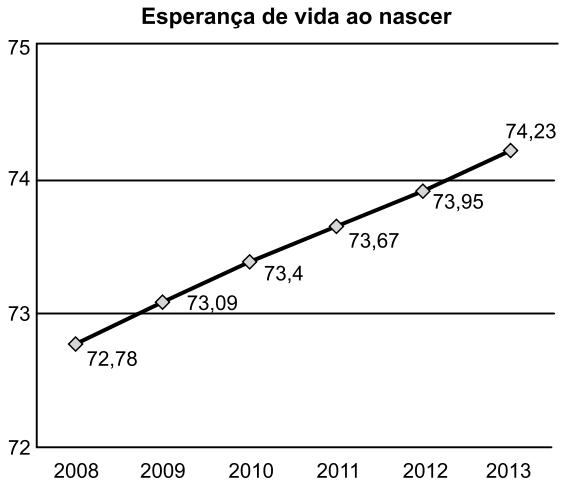
A média ponderada é $(3{,}5 \cdot 3 + 2{,}5 \cdot 2 + 5 \cdot 2 + 3 \cdot 4 + 7{,}5)/12 = 45/12 = 3{,}75$ milhões. Esse valor pertence ao intervalo $2 \leq M < 4$, comissão II.

Item 109

Fonte: referência 1, página 155.

Questão 340 (H24 | ENEM 2022) **Dificuldade 546,7**

A esperança de vida ao nascer é o número médio de anos que um indivíduo tende a viver a partir de seu nascimento, considerando dados da população. No Brasil, esse número vem aumentando consideravelmente, como mostra o gráfico.



Disponível em: http://cod.ibge.gov.br. Acesso em: 6 mar. 2014 (adaptado).

Pode-se observar que a esperança de vida ao nascer em2012 foi exatamente a média das registradas nos anos de2011 e 2013. Suponha que esse fato também ocorreu coma esperança de vida ao nascer em 2013, em relação às esperanças de vida de 2012 e de 2014.

Caso a suposição feita tenha sido confirmada, a esperança de vida ao nascer no Brasil no ano de 2014 terá sido, emano, igual a

(A) 74,23.

(B) 74,51.

(C) 75,07.

(D) 75,23.

(E) 78,49.

Resolução **Resposta: B**

Se o valor de 2013 é a média dos anos vizinhos, $74{,}23 = (73{,}95 + x)/2$. Logo, $x = 2 \cdot 74{,}23 - 73{,}95 = 74{,}51$ anos.

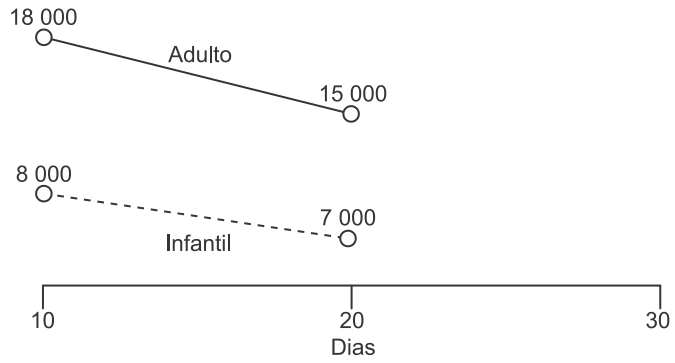
Item 110

2022 | R1-345

Fonte: referência 1, página 156.

Questão 345 (H24 | ENEM 2022) **Dificuldade 638,1**

Uma loja de roupas fixou uma meta de vendas de 77 000 reais para um determinado mês de 30 dias. O gráfico mostra o volume de vendas dessa loja, em real, nos dez primeiros dias do mês e entre o dia dez e o dia vinte desse mês, nos seus dois únicos setores (infantil e adulto). Suponha que a variação no volume de vendas, para o período registrado, tenha se dado de forma linear, como mostrado no gráfico, e que essa tendência se mantenha a mesma para os próximos dez dias.



Ao final do trigésimo dia, quanto faltará no volume de vendas, em real, para que a meta fixada para o mês seja alcançada?

A 5 000

B 7 000

C 11 000

D 18 000

E 29 000

Resolução **Resposta: C**

Para os últimos dez dias, a projeção é 12000 reais no setor adulto e 6000 no infantil. Somando os três períodos: $(18000+8000)+(15000+7000)+(12000+6000) = 66000$. Faltam $77000 - 66000 = 11000$ reais.

Item 111

2022 | R1-356

Fonte: referência 1, página 160.

Questão 356 (H25 | ENEM 2022) **Dificuldade 564,0**

Uma instituição de ensino superior ofereceu vagas em um processo seletivo de acesso a seus cursos. Finalizadas as inscrições, foi divulgada a relação do número de candidatos por vaga em cada um dos cursos oferecidos. Esses dados são apresentados no quadro.

Curso	Número de vagas oferecidas	Número de candidatos por vaga
Administração	30	6
Ciências contábeis	40	6
Engenharia elétrica	50	7
História	30	8
Letras	25	4
Pedagogia	25	5

Qual foi o número total de candidatos inscritos nesse processo seletivo?

(A) 200

(B) 400

(C) 1 200

(D) 1 235

(E) 7 200

Resolução **Resposta: D**

Multiplique as vagas pela concorrência de cada curso e some: $30 \cdot 6 + 40 \cdot 6 + 50 \cdot 7 + 30 \cdot 8 + 25 \cdot 4 + 25 \cdot 5 = 1235$ candidatos.

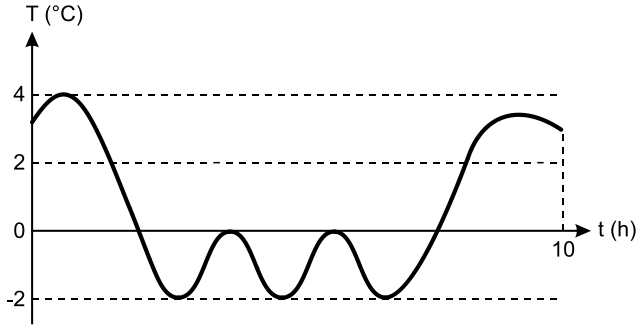
Item 112

2022 | R1-369

Fonte: referência 1, página 167.

Questão 369 (H25 | ENEM 2022) **Dificuldade 740,9**

Uma máquina em operação tem sua temperatura T monitorada por meio de um registro gráfico, ao longo do tempo t. Essa máquina possui um pistão cuja velocidade V varia com a temperatura T da máquina, de acordo coma expressão $V = T^2 - 4$. Após a máquina funcionar durante o intervalo de tempo de 10 horas, o seu operador analisa o registro gráfico, apresentado na figura, para avaliar a necessidade de eventuais ajustes, sabendo que a máquina apresenta falhas de funcionamento quando a velocidade do pistão se anula.



Quantas vezes a velocidade do pistão se anulou durante as10 horas de funcionamento?

(A) 1 (B) 2 (C) 3 (D) 4 (E) 5

Resolução **Resposta: E**

A velocidade se anula quando $T^2 - 4 = 0$, ou seja, quando $T = 2$ ou $T = -2$. Conte as interseções da curva de temperatura com essas duas horizontais durante as dez horas: são cinco ocorrências.

Item 113

2022 | R1-375

Fonte: referência 1, página 170.

Questão 375 (H26 | ENEM 2022) **Dificuldade 564,8**

Uma pessoa precisa contratar um operário para fazer um serviço em sua casa. Para isso, ela postou um anúncio em uma rede social.

Cinco pessoas responderam informando preços por hora trabalhada, gasto diário com transporte e tempo necessário para conclusão do serviço, conforme valores apresentados no quadro.

Operário	Preço por hora (real)	Preço de transporte (real)	Tempo até conclusão (hora)
I	120	0,00	8
II	180	0,00	6
III	170	20,00	6
IV	110	10,00	9
V	110	0,00	10

Se a pessoa pretende gastar o mínimo possível com essa contratação, irá contratar o operário

(A) I.

(B) II.

(C) III.

(D) IV.

(E) V.

Resolução **Resposta: A**

Os custos, somando trabalho e transporte informado, são R$ 960, 1080, 1040, 1000 e 1100. O menor é R$ 960, do operário I.

Item 114

2022 | R1-400

Fonte: referência 1, página 182.

Questão 400 (H27 | ENEM 2022) **Dificuldade 721,4**

Uma das informações que pode auxiliar no dimensionamento do número de pediatras que devem atender em uma Unidade Básica de Saúde (UBS) é o número que representa a mediana da quantidade de crianças por família existente na região sob sua responsabilidade. O quadro mostra a distribuição das frequências do número de crianças por família na região de responsabilidade de uma UBS.

Número de crianças por família	Frequência
0	100
1	400
2	200
3	150
4	100
5	50

O número que representa a mediana da quantidade de crianças por família nessa região é

(A) 1,0.

(B) 1,5.

(C) 1,9.

(D) 2,1.

(E) 2,5.

Resolução **Resposta: B**

Há 1000 famílias. A 500ª observação pertence ao grupo de uma criança, enquanto a 501ª pertence ao de duas crianças. A mediana é $(1+2)/2 = 1{,}5$.

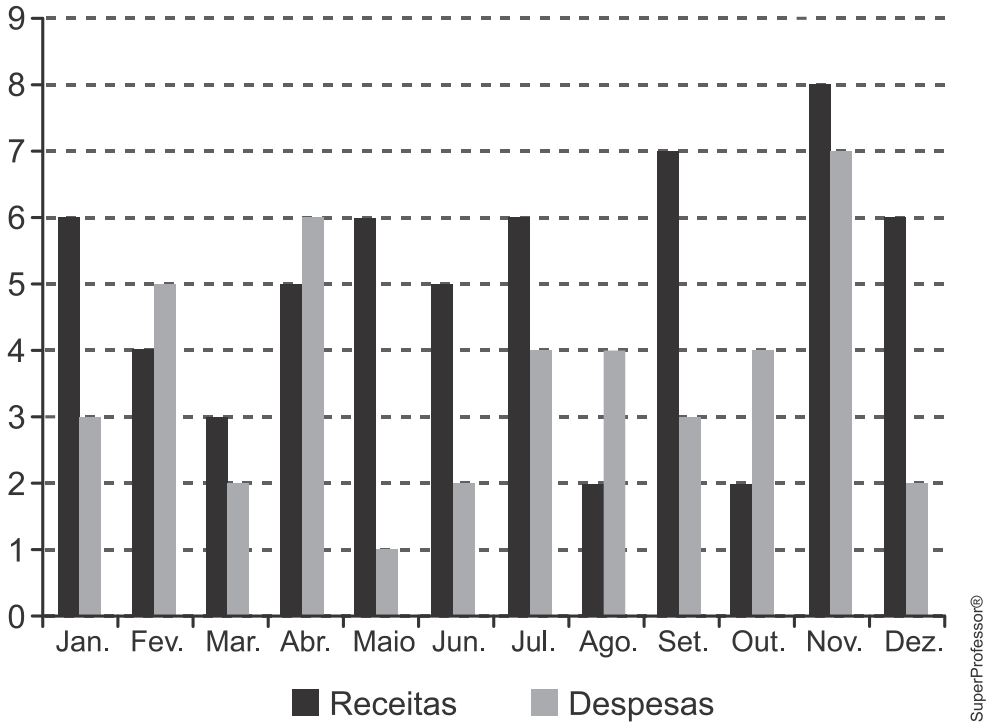
Item 115

2022 | R1-402

Fonte: referência 1, página 183.

Questão 402 (H27 | ENEM 2022) **Dificuldade 727,6**

O gráfico apresenta os totais de receitas e despesas de uma empresa, expressos em milhão de reais, no decorrer dos meses de um determinado ano. A empresa obtém lucro quando a diferença entre receita e despesa é positiva e tem prejuízo quando essa diferença é negativa.



Qual é a mediana, em milhão de reais, dos valores dos lucros apurados pela empresa nesse ano?

A 1,5 **B** 2,0 **C** 2,9 **D** 3,0 **E** 5,5

Resolução **Resposta: D**

Considere somente meses com lucro positivo. Seus valores são 3, 1, 5, 3, 2, 4, 1 e 4 milhões. Ordenando: $1, 1, 2, 3, 3, 4, 4, 5$. A mediana é $(3 + 3)/2 = 3$ milhões de reais.

Item 116

2022 | R1-427

Fonte: referência 1, página 192.

Questão 427 (H29 | ENEM 2022) **Dificuldade 587,5**

Nos cinco jogos finais da última temporada, com uma média de 18 pontos por jogo, um jogador foi eleito o melhor do campeonato de basquete. Na atual temporada, cinco jogadores têm a chance de igualar ou melhorar essa média. No quadro estão registradas as pontuações desses cinco jogadores nos quatro primeiros jogos das finais deste ano.

Jogadores	Jogo 1	Jogo 2	Jogo 3	Jogo 4
I	12	25	20	20
II	12	12	27	20
III	14	14	17	26
IV	15	18	21	21
V	22	15	23	15

O quinto e último jogo será realizado para decidir a equipe campeã e qual o melhor jogador da temporada. O jogador que precisa fazer a menor quantidade de pontos no quinto jogo, para igualar a média de pontos do melhor jogador da temporada passada, é o

(A) I.

(B) II.

(C) III.

(D) IV.

(E) V.

Resolução **Resposta: A**

Para média 18 em cinco jogos, cada jogador precisa totalizar 90 pontos. As somas atuais são 77, 71, 71, 75 e 75. Faltam 13, 19, 19, 15 e 15 pontos, respectivamente. O jogador I precisa de menos pontos.

Item 117

Fonte: referência 1, página 199.

Questão 445 (H30 | ENEM 2022) **Dificuldade 740,4**

Em uma universidade, atuam professores que estão enquadrados funcionalmente pela sua maior titulação: mestre ou doutor. Nela há, atualmente, 60 mestres e 40 doutores. Os salários mensais dos professores mestres e dos doutores são, respectivamente, R$ 8 000,00 e R$ 12 000,00.

A diretoria da instituição pretende proporcionar um aumento salarial diferenciado para o ano seguinte, de tal forma que o salário médio mensal dos professores dessa instituição não ultrapasse R$ 12 240,00. A universidade já estabeleceu que o aumento salarial será de 25% para os mestres e precisa ainda definir o percentual de reajuste para os doutores.

Mantido o número atual de professores com suas atuais titulações, o aumento salarial, em porcentagem, a ser concedido aos doutores deverá ser de, no máximo,

(A) 14,4.

(B) 20,7.

(C) 22,0.

(D) 30,0.

(E) 37,5.

Resolução **Resposta: D**

Os mestres passam a receber R$ 10000, consumindo R$ 600000 da folha. A folha máxima é $100 \cdot 12240 = 1224000$. Sobram R$ 624000 para 40 doutores, ou R$ 15600 por doutor. O reajuste máximo é $(15600/12000 - 1)100 = 30\%$.

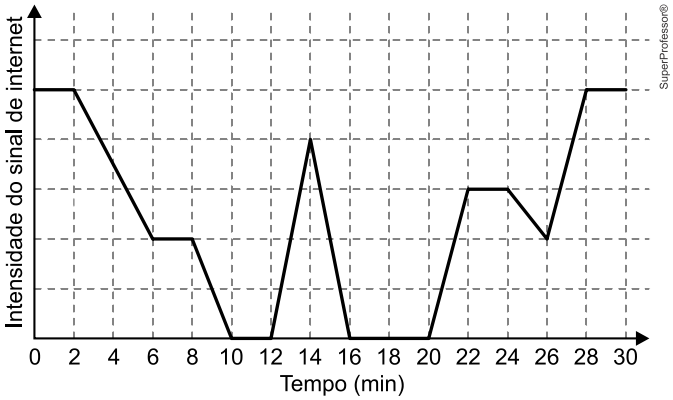
Item 118

2023 | R1-453

Fonte: referência 1, página 212.

Questão 453 (Habilidade 20) **Dificuldade 537,8**

Uma pessoa caminha por 30 minutos e utiliza um aplicativo instalado em seu celular para monitorar a variação da intensidade do sinal de internet recebido pelo aparelho durante o deslocamento. Chegando ao seu destino, o aplicativo forneceu este gráfico:



Por quantos minutos, durante essa caminhada, o celular dessa pessoa ficou sem receber sinal de internet?

A 6

B 8

C 10

D 14

E 24

Resolução **Resposta: A**

A ausência de sinal corresponde aos trechos em que a intensidade registrada é zero. Some as durações desses trechos do eixo horizontal: são 6 minutos ao todo. Instantes isolados não acrescentam duração.

Item 119

Fonte: referência 1, página 213.

Questão 455 (Habilidade 30) **Dificuldade 574,3**

Um tipo de semente necessita de bastante água nos dois primeiros meses após o plantio. Um produtor pretende estabelecer o melhor momento para o plantio desse tipo de semente, nos meses de outubro a março. Após consultar a previsão do índice mensal de precipitação de chuva (ImPC) da região onde ocorrerá o plantio, para o período chuvoso de 2020-2021, ele obteve os seguintes dados:

- outubro/2020: ImPC = 250 mm;
- novembro/2020: ImPC = 150 mm;
- dezembro/2020: ImPC = 200 mm;
- janeiro/2021: ImPC = 450 mm;
- fevereiro/2021: ImPC = 100 mm;
- março/2021: ImPC = 200 mm.

Com base nessas previsões, ele precisa escolher dois meses consecutivos em que a média mensal de precipitação seja a maior possível.

No início de qual desses meses o produtor deverá plantar esse tipo de semente?

A Outubro.

B Novembro.

C Dezembro.

D Janeiro.

E Fevereiro.

Resolução **Resposta: C**

As médias dos pares consecutivos são 200, 175, 325, 275 e 150 mm. A maior é 325 mm, entre dezembro e janeiro. O plantio deve ocorrer no início de dezembro.

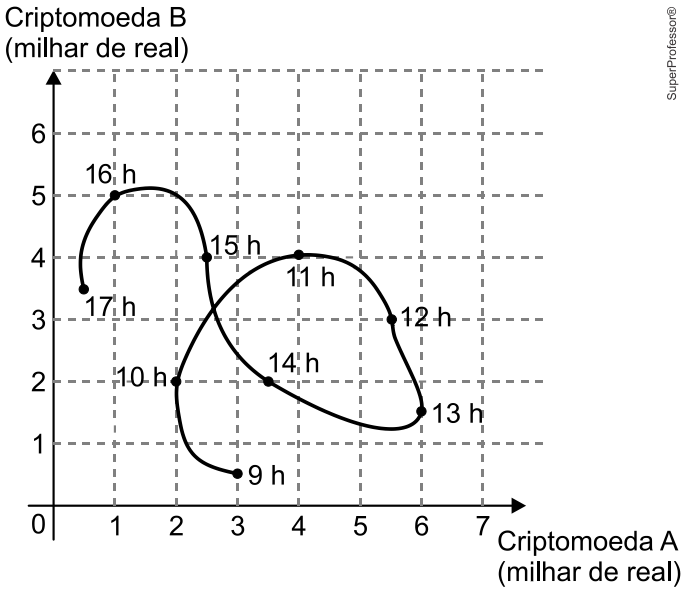
Item 120

2023 | R1-458

Fonte: referência 1, página 214.

Questão 458 (Habilidade 20) **Dificuldade 586,2**

Um investidor iniciante observou o gráfico que apresenta a evolução dos valores de duas criptomoedas A e B em relação ao tempo.



Durante horas consecutivas esses valores foram observados em nove instantes, representados por horas exatas.

Em quantos desses instantes a criptomoeda A estava mais valorizada do que a criptomoeda B?

A 3

B 4

C 6

D 7

E 9

Resolução **Resposta: B**

Compare A e B somente nos nove instantes assinalados por horas exatas. Conte aqueles em que o ponto de A está acima do de B, excluindo igualdades. São quatro instantes.

Item 121

2023 | R1-459

Fonte: referência 1, página 214.

Questão 459 (Habilidade 27) **Dificuldade 608,0**

Os 100 funcionários de uma empresa estão distribuídos em dois setores: Produção e Administração. Os funcionários de um mesmo setor recebem salários com valores iguais. O quadro apresenta a quantidade de funcionários por setor e seus respectivos salários.

Setor	Quantidade de funcionários	Salário (em real)
Produção	75	2 000,00
Administração	25	7 000,00

A média dos salários dos 100 funcionários dessa empresa, em real, é

(A) 2 000,00.

(B) 2 500,00.

(C) 3 250,00.

(D) 4 500,00.

(E) 9 000,00.

Resolução **Resposta: C**

A folha salarial é $75 \cdot 2000 + 25 \cdot 7000 = 325000$ reais. Dividindo pelos 100 funcionários, a média é R$ 3250,00.

Item 122

Fonte: referência 1, página 214.

Questão 460 (Habilidade 26) **Dificuldade 616,5**

Uma pessoa pratica quatro atividades físicas – caminhar, correr, andar de bicicleta e jogar futebol – como parte de seu programa de emagrecimento. Essas atividades são praticadas semanalmente de acordo com o quadro, que apresenta o número de horas diárias por atividade.

Dias da semana	Caminhar	Correr	Andar de bicicleta	Jogar futebol
Segunda-feira	1,0	0,5	0,0	2,0
Terça-feira	0,5	1,0	0,5	1,0
Quarta-feira	0,0	1,5	1,0	0,5
Quinta-feira	0,0	2,0	0,0	0,0
Sexta-feira	0,0	0,5	0,0	2,5

Ela deseja comemorar seu aniversário e escolhe o dia da semana em que o gasto calórico com as atividades física praticadas for o maior. Para tanto, considera que os valores dos gastos calóricos das atividades por hora (cal/h) são os seguintes:

Atividade física	Caminhar	Correr	Andra de bicicleta	Jogar futebol
Gasto calórico (cal/h)	248	764	356	492

O dia da semana em que será comemorado o aniversário é

A segunda-feira.

B terça-feira.

C quarta-feira.

D quinta-feira.

E sexta-feira.

Resolução **Resposta: C**

Multiplique as horas de cada atividade por seu gasto horário e some por dia. Os totais de segunda a sexta são 1614, 1558, 1748, 1528 e 1612 calorias. O maior gasto ocorre na quarta-feira.

Item 123

Fonte: referência 1, página 218.

Questão 471 (Habilidade 24) **Dificuldade 675,7**

O gerente de uma fábrica pretende comparar a evolução das vendas de dois produtos similares (I e II). Para isso, passou a verificar o número de unidades vendidas de cada um desses produtos em cada mês. Os resultados dessa verificação, para os meses de abril a junho, são apresentados na tabela.

Produto	Vendas em abril (unidade)	Vendas em maio (unidade)	Vendas em junho (unidade)
I	80	90	100
II	190	170	150

O gerente estava decidido a cessar a produção do produto II no mês seguinte àquele em que as vendas do produto I superassem as do produto II.

Suponha que a variação na quantidade de unidades vendidas dos produtos I e II se manteve, mês a mês, como no período representado na tabela.

Em qual mês o produto II parou de ser produzido?

A Junho.

B Julho.

C Agosto.

D Setembro.

E Outubro.

Resolução **Resposta: D**

Após junho, I cresce 10 unidades por mês e II cai 20. Em julho, vendem 110 e 130; em agosto, 120 e 110. I supera II em agosto; a produção de II é encerrada no mês seguinte, setembro.

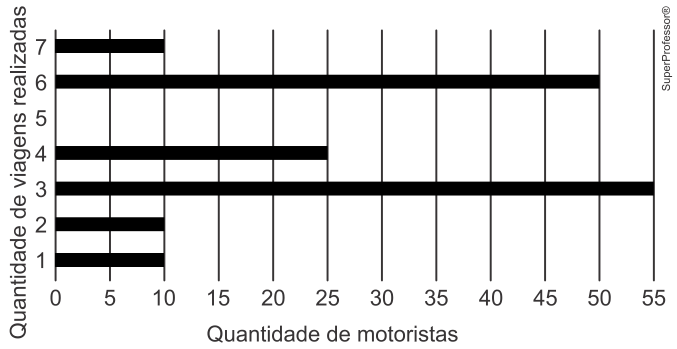
Item 124

2023 | R1-480

Fonte: referência 1, página 221.

Questão 480 (Habilidade 27) **Dificuldade 719,6**

Uma empresa de transporte faz regularmente um levantamento do número de viagens realizadas durante o dia por todos os 160 motoristas cadastrados em seu aplicativo. Em um certo dia, foi gerado um relatório, por meio de um gráfico de barras, no qual se relacionaram a quantidade de motoristas com a quantidade de viagens realizadas até aquele instante do dia.



Comparando os valores da média, da mediana e da moda da distribuição das quantidades de viagens realizadas pelos motoristas cadastrados nessa empresa, obtém-se

A) mediana = média < moda.

B) mediana = moda < média.

C) mediana < média < moda.

D) moda < média < mediana.

E) moda < mediana < média.

Resolução **Resposta: E**

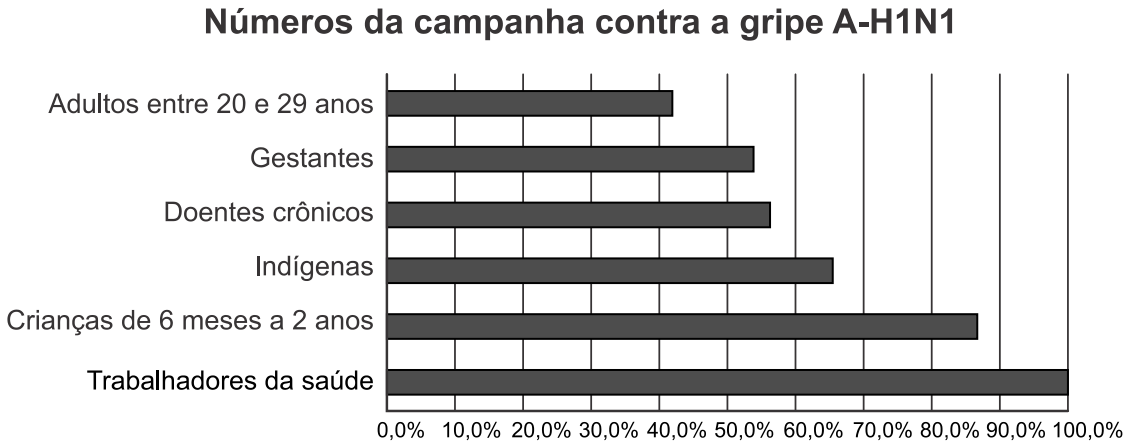
As frequências fornecem moda 3, pois 55 motoristas fizeram três viagens. As posições 80 e 81 caem no valor 4, logo a mediana é 4. A média é $(10+20+165+100+300+70)/160 = 4{,}15625$. Portanto, moda $<$ mediana $<$ média.

Item 125

Fonte: referência 1, página 228.

Questão 495 (Habilidade 26) **Anulada**

O gráfico expõe alguns números da gripe A-H1N1. Entre as categorias que estão em processo de imunização, uma já está completamente imunizada, a dos trabalhadores da saúde.



Época, 26 abr. 2010 (adaptado).

De acordo com o gráfico, entre as demais categorias, a que está mais exposta ao vírus da gripe A-H1N1 é a categoria de

A indígenas.

B gestantes.

C doentes crônicos.

D adultos entre 20 e 29 anos.

E crianças de 6 meses a 2 anos.

Resolução **Anulada**

Questão anulada oficialmente. Como interpretação do gráfico, a exposição seria comparada pela proporção ainda não imunizada em cada grupo, e não pelo número absoluto de pessoas. Para uso em simulado ou contagem de acertos, preserve o status anulado e não atribua alternativa válida.

Item 126

2024 | O2024-137

Fonte: INEP, caderno azul, página 16; questão 137.

QUESTÃO 137

Ao calcular a média de suas notas em 4 provas, um estudante dividiu, por engano, a soma das notas por 5. Com isso, a média obtida foi 1 unidade menor do que deveria ser, caso fosse calculada corretamente.

O valor correto da média das notas desse estudante é

A 4.
B 5.
C 6.
D 19.
E 21.

Resolução **Resposta: B**

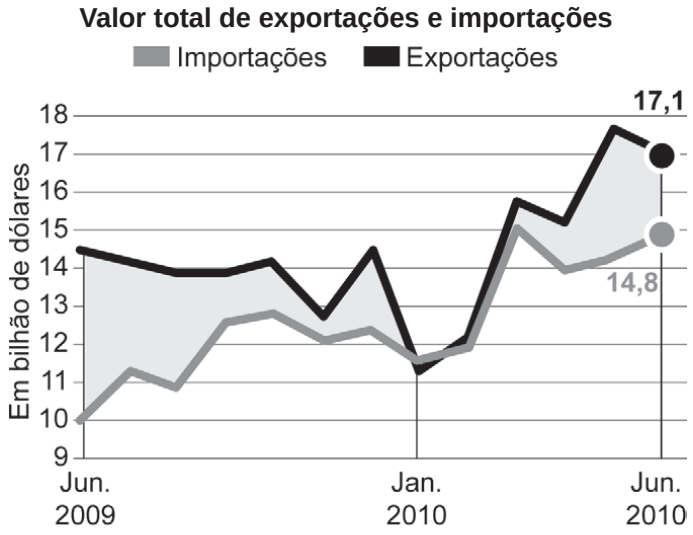
Se S é a soma, $S/4 - S/5 = 1$, logo $S/20 = 1$ e $S = 20$. A média correta é $20/4 = 5$.

Item 127

Fonte: INEP, caderno azul, página 20; questão 152.

QUESTÃO 152

O gráfico apresenta o valor total de exportações e o valor total de importações, ao longo de um período, em bilhão de dólares. O saldo da balança comercial brasileira é dado pelo valor total de exportações menos o valor total de importações num mesmo período.



Fonte: Ministério do Desenvolvimento.
Disponível em: http://blogs.estadao.com.br.
Acesso em: 20 fev. 2013 (adaptado).

Considere que os saldos da balança comercial brasileira, nos três meses destacados no gráfico, sejam representados por:

- S_1: saldo em junho de 2009;
- S_2: saldo em janeiro de 2010;
- S_3: saldo em junho de 2010.

A ordenação dos saldos S_1, S_2 e S_3, do maior para o menor, é

A S_1, S_3 e S_2.
B S_2, S_1 e S_3.
C S_2, S_3 e S_1.
D S_3, S_1 e S_2.
E S_3, S_2 e S_1.

Resolução **Resposta: A**

Em cada mês, o saldo é a diferença vertical exportações menos importações. O afastamento é maior em junho de 2009, seguido de junho de 2010; janeiro de 2010 tem o menor saldo. Portanto, $S_1 > S_3 > S_2$.

Item 128

2024 | O2024-154

Fonte: INEP, caderno azul, página 21; questão 154.

QUESTÃO 154

Contratos de vários serviços disponíveis na internet apresentam uma quantidade excessiva de informações. Isso faz com que o tempo necessário para a leitura desses contratos possa ser longo.

O quadro apresenta uma amostra do tempo considerado necessário para a leitura completa do contrato de alguns serviços digitais.

Tipo de serviço	Tempo necessário para a leitura completa do contrato (em minuto)
A	36
B	17
C	27
D	13
E	13
F	13

ROMERO, L. Não li e concordo. **Superinteressante**, n. 307, ago. 2012 (adaptado).

O tempo médio, em minuto, necessário para a leitura completa de um contrato de serviço dentre os listados no quadro é, com uma casa decimal, aproximadamente,

A 13,0.
B 15,0.
C 19,8.
D 20,0.
E 23,3.

Resolução **Resposta: C**

A média é $(36+17+27+13+13+13)/6 = 119/6 \approx 19{,}8$ minutos.

Item 129

2024 | O2024-178

Fonte: INEP, caderno azul, página 31; questão 178.

QUESTÃO 178

A umidade relativa do ar é um dos indicadores utilizados na meteorologia para fazer previsões sobre o clima. O quadro apresenta as médias mensais, em porcentagem, da umidade relativa do ar em um período de seis meses consecutivos em uma cidade.

Meses	Maio	Jun.	Jul.	Ago.	Set.	Out.
Média mensal da umidade relativa do ar (%)	66	64	54	46	60	64

Nessa cidade, a mediana desses dados, em porcentagem, da umidade relativa do ar no período considerado foi

A 56.
B 58.
C 59.
D 60.
E 62.

Resolução **Resposta: E**

Ordenando os seis valores: $46, 54, 60, 64, 64, 66$. A mediana é a média dos dois valores centrais: $(60 + 64)/2 = 62$.

Item 130

2025 | O2025-142

Fonte: INEP, caderno azul, página 18; questão 142.

QUESTÃO 142

Uma empresa de tecnologia vai padronizar a velocidade de conexão de internet que oferece a seus clientes em dez cidades. A direção da empresa decide que seu novo padrão de velocidade de referência será a mediana dos valores das velocidades de referência de conexões nessas dez cidades. Esses valores, em megabyte por segundo (MB/s), são apresentados no quadro.

Cidades	Velocidade de referência (MB/s)
C1	390
C2	380
C3	320
C4	390
C5	340
C6	380
C7	390
C8	400
C9	350
C10	360

A velocidade de referência, em megabyte por segundo, a ser adotada por essa empresa é

A 360.
B 370.
C 380.
D 390.
E 400.

Resolução **Resposta: C**

Em ordem crescente: $320, 340, 350, 360, 380, 380, 390, 390, 390, 400$.
Com dez observações, a mediana é a média da quinta e sexta: $(380 + 380)/2 = 380$.

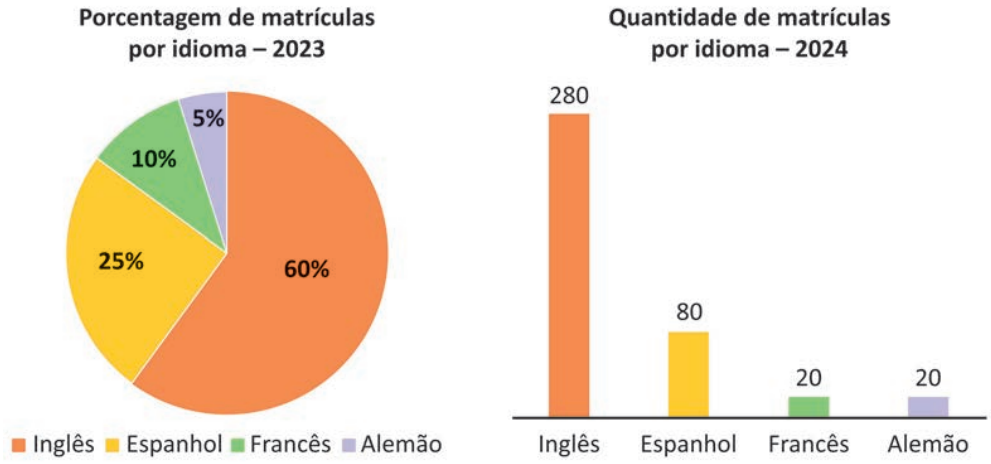
Item 131

2025 | O2025-147

Fonte: INEP, caderno azul, página 20; questão 147.

QUESTÃO 147

Uma escola de idiomas oferece cursos de inglês, espanhol, francês e alemão. Os gráficos apresentam a distribuição percentual das matrículas, por idioma, em 2023, e a distribuição da quantidade de matrículas, por idioma, em 2024.



Para planejar as atividades de 2025, o gerente da escola estimou que o total de matrículas será o mesmo de 2024, e a distribuição percentual das matrículas, por idioma, será igual à registrada em 2023.

Segundo essa estimativa, o número de matrículas no curso de francês para o ano de 2025 será

A 2.
B 12.
C 20.
D 22.
E 40.

Resolução **Resposta: E**

Em 2024 houve $280 + 80 + 20 + 20 = 400$ matrículas. A previsão mantém esse total e usa o percentual de francês de 2023, que é 10%. Portanto, prevê $0{,}10 \cdot 400 = 40$ matrículas em francês.

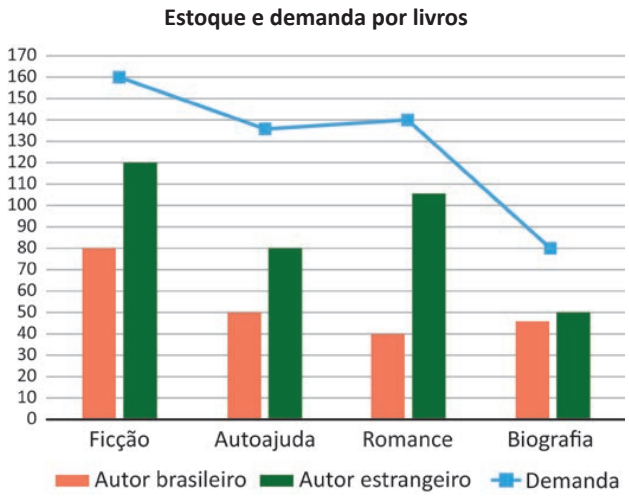
Item 132

2025 | O2025-154

Fonte: INEP, caderno azul, página 22; questão 154.

QUESTÃO 154

Uma livraria comercializa livros dos seguintes gêneros literários: ficção científica, autoajuda, romance e biografia. O gráfico apresenta o estoque dos livros que essa livraria tem, por gênero literário e por nacionalidade do autor, bem como a demanda por gênero literário, obtida por meio de uma enquete feita com seus clientes habituais.



O gerente da livraria fará a encomenda de novos exemplares somente do gênero cuja quantidade em estoque seja insuficiente para atender a demanda constatada pela enquete.

O gênero de livro do qual o gerente deverá encomendar mais exemplares é

A) ficção, pois é o que apresenta maior demanda.
B) biografia, pois é o gênero que tem a menor demanda.
C) autoajuda, pois a quantidade em estoque é inferior à demanda.
D) biografia, pois é o gênero que tem a menor quantidade de livros em estoque.
E) romance, pois é o que apresenta o menor estoque de livros de autores brasileiros.

Resolução **Resposta: C**

Para cada gênero, somam-se os estoques de autores brasileiros e estrangeiros e compara-se a soma com a demanda. Em autoajuda, o estoque é $50 + 80 = 130$, enquanto a demanda é cerca de 135. Nos demais gêneros, o estoque atende à demanda. Portanto, deve-se encomendar autoajuda.

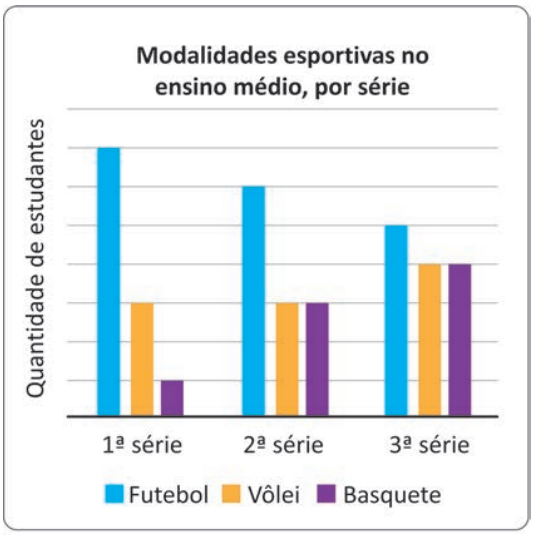
Item 133

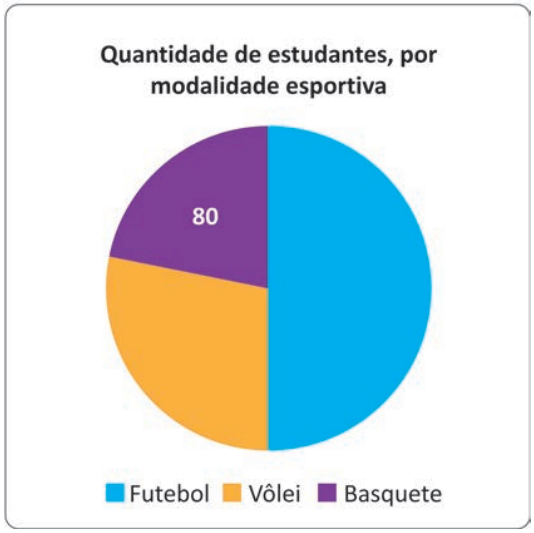
2025 | O2025-163

Fonte: INEP, caderno azul, página 25; questão 163.

QUESTÃO 163

Em uma escola, todos os estudantes do ensino médio praticam uma das três modalidades esportivas oferecidas como atividade física, e cada um deles pratica somente uma dessas atividades. Os gráficos trazem alguns dados relativos aos quantitativos de estudantes que praticam essas modalidades esportivas nessa escola, apesar de algumas quantidades não terem sido informadas.





Qual é a quantidade de estudantes no ensino médio dessa escola?

A) 720
B) 360
C) 320
D) 288
E) 240

Resolução **Resposta: B**

Lendo as alturas das barras em unidades iguais, futebol soma $7+6+5=18$, vôlei soma $3+3+4=10$ e basquete soma $1+3+4=8$. O setor do basquete informa 80 estudantes; portanto, cada unidade vale 10. O total é $(18+10+8)\cdot 10=360$ estudantes.

Item 134

2025 | O2025-165

Fonte: INEP, caderno azul, página 26; questão 165.

QUESTÃO 165

Em um estudo clínico, 55 mulheres foram distribuídas, aleatoriamente, em 5 grupos de 11 pessoas. Para testar uma nova medicação, será escolhido um grupo no qual a maioria das mulheres tenham idades entre 20 e 30 anos. Os demais grupos tomarão placebo ou medicações já existentes no mercado. O quadro, parcialmente preenchido, informa alguns dados relativos às idades das mulheres desses grupos.

Grupos	Menor idade	Maior idade	Média	Mediana	Moda	Desvio padrão
1			25			10
2				25		9
3					25	
4			25			1
5	20	35				

Mesmo com o quadro incompleto, foi possível selecionar um desses grupos porque, apenas com os dados apresentados no quadro, foi identificado um grupo que, certamente, atendia ao critério de escolha.

O grupo escolhido foi o

A 1.
B 2.
C 3.
D 4.
E 5.

Resolução **Resposta: D**

No grupo 4, a média é 25 e o desvio padrão é 1. Usando a definição populacional, a soma dos quadrados dos desvios em relação a 25 é $11 \cdot 1^2 = 11$. Uma única idade fora de 20 a 30 já contribuiria com mais de $5^2 = 25$, o que é impossível. Logo, todas as idades desse grupo estão nessa faixa. Os demais dados isolados não dão a mesma garantia.

Item 135

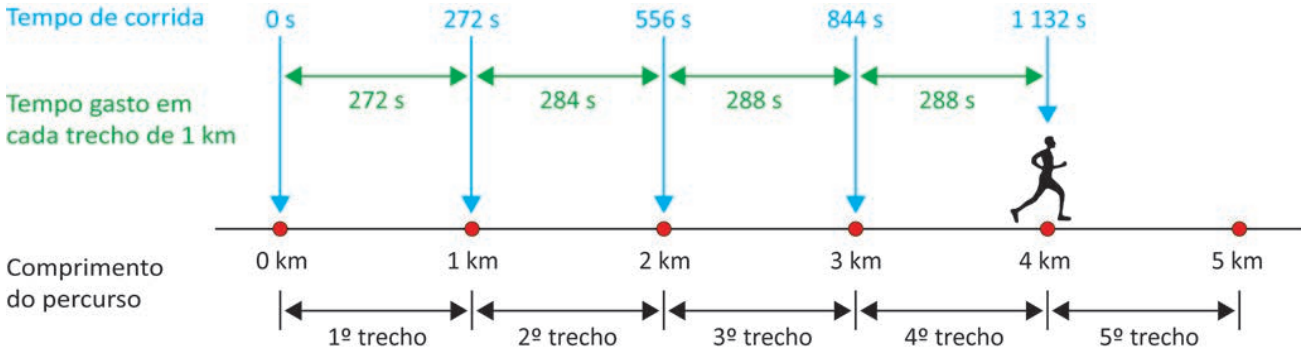
2025 | O2025-166

Fonte: INEP, caderno azul, página 26; questão 166.

QUESTÃO 166

Pace é um termo usado por um corredor para denominar o seu ritmo médio em uma corrida. Representa o tempo médio, em segundo, que esse corredor leva para percorrer 1 km.

O esquema apresenta o tempo, em segundo, que um corredor levou para cruzar as marcas que definem os quatro primeiros trechos de 1 km, em uma corrida de 5 km, e o tempo gasto para percorrer cada trecho de 1 km.



O melhor *pace* que esse corredor alcançou em corridas de 5 km foi 281 s/km.

Para que consiga repetir nessa corrida seu melhor *pace* em corridas de 5 km, seu tempo, no 5º trecho, deve ser quantos segundos menor do que o que ele gastou para percorrer o 4º trecho?

A 1
B 2
C 8
D 9
E 15

Resolução

Resposta: E

Para pace de 281 s/km em 5 km, o tempo total deve ser $5 \cdot 281 = 1405$ s. Os quatro primeiros quilômetros somam 1132 s; o último deve durar $1405 - 1132 = 273$ s. Como o quarto trecho durou 288 s, a redução necessária é $288 - 273 = 15$ s.

Item 136

2026 | O2026-144

Fonte: INEP, caderno amarelo, página 18; questão 144.

QUESTÃO 144

O dono de uma loja de importados realizou o balanço das vendas realizadas no primeiro semestre deste ano. A tabela apresenta a quantidade de tablets de um modelo vendido em cada mês desse período.

Mês	Quantidade de tablets vendidos
Janeiro	44
Fevereiro	56
Março	44
Abril	48
Maio	62
Junho	52

A mediana das quantidades mensais de tablets desse modelo vendidos no primeiro semestre é

A) 44.
B) 46.
C) 50.
D) 51.
E) 52.

Resolução **Resposta: C**

Em ordem: 44, 44, 48, 52, 56, 62. Com seis valores, a mediana é a média dos dois centrais: $(48 + 52)/2 = 50$.

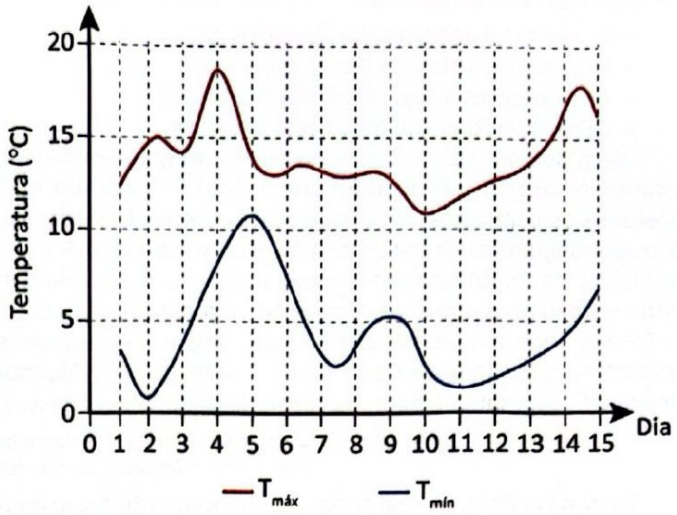
Item 137

2026 | O2026-146

Fonte: INEP, caderno amarelo, página 18; questão 146.

QUESTÃO 146

O gráfico apresenta a evolução das temperaturas máxima ($T_{máx}$) e mínima ($T_{mín}$) em uma cidade ao longo dos primeiros 15 dias de um mês.



Os dias em que ocorreram a maior temperatura máxima e a menor temperatura mínima foram, respectivamente,

A) 10 e 5.
B) 10 e 2.
C) 5 e 15.
D) 4 e 5.
E) 4 e 2.

Resolução **Resposta: E**

A curva de $T_{\text{máx}}$ atinge o maior valor (cerca de 18,5 °C) no dia 4. A curva de $T_{\text{mín}}$ atinge seu menor valor (cerca de 1 °C) no dia 2.

Item 138

2026 | O2026-153

Fonte: INEP, caderno amarelo, página 20; questão 153.

QUESTÃO 153

O quadro apresenta a classificação final dos 6 times que disputaram um campeonato de futebol, com as informações parciais das quantidades de gols marcados e sofridos por esses times.

Posição	Time	Gols marcados	Gols sofridos
1ª	I	31	23
2ª	II	27	21
3ª	III	34	y
4ª	IV	22	26
5ª	V	26	22
6ª	VI	x	28

A média de gols marcados por time nesse campeonato foi 25 e a mediana de gols sofridos foi 24.

A soma $x + y$ é igual a

A) 32.
B) 34.
C) 35.
D) 42.
E) 47.

Resolução **Resposta: C**

Média 25 com 6 times: soma 150. $31 + 27 + 34 + 22 + 26 + x = 150 \Rightarrow x = 10$. Gols sofridos sem y: 21, 22, 23, 26, 28. Para a mediana (média do 3º e do 4º valores) ser 24, y fica entre 23 e 26 e $(23 + y)/2 = 24$, logo $y = 25$. Então $x + y = 35$.

Item 139

2026 | O2026-161

Fonte: INEP, caderno amarelo, página 22; questão 161.

QUESTÃO 161

A diretora de uma creche coletou, das cadernetas de vacinação de cinco crianças, a informação sobre o número de doses de vacinas aplicadas nos primeiros quatro semestres de vida. A seguir são apresentadas as sequências das quantidades de doses que cada criança recebeu no 1º, 2º, 3º e 4º semestres, respectivamente:

- criança I: 10, 5, 5, 5;
- criança II: 12, 3, 5, 5;
- criança III: 13, 4, 5, 4;
- criança IV: 11, 5, 5, 3;
- criança V: 13, 3, 7, 3.

A diretora fará uma reunião com os pais das crianças dessa creche com o objetivo de conscientizá-los da importância de completarem as doses de vacinas que faltam. Para ilustrar a importância desse assunto, ela escolherá os dados de uma dessas cinco cadernetas para apresentar na reunião. Serão escolhidos os dados da caderneta de vacinação que apresentar a menor média semestral das quantidades de doses de vacinas aplicadas nos primeiros quatro semestres de vida dessas crianças.

A caderneta que contém os dados a serem escolhidos pela diretora para a reunião é a da criança

A) I.
B) II.
C) III.
D) IV.
E) V.

Resolução **Resposta: D**

Como todas as cadernetas têm 4 semestres, basta comparar as somas: I: 25; II: 25; III: 26; IV: 24; V: 26. A menor média é a da criança IV ($24/4 = 6$).

Item 140

2026 | O2026-169

Fonte: INEP, caderno amarelo, página 25; questão 169.

QUESTÃO 169

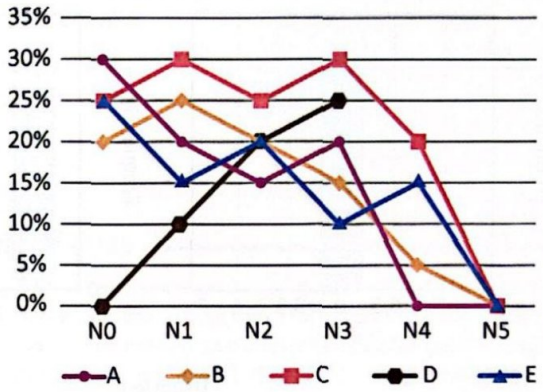
Um teste, composto por 5 questões de múltipla escolha, com 5 alternativas de resposta por questão, valendo 1 ponto cada questão, foi aplicado a candidatos de um concurso. Esses candidatos foram classificados em 6 grupos, de acordo com suas notas nesse teste.

- N0: candidatos com nota 0.
- N1: candidatos com nota 1.
- N2: candidatos com nota 2.
- N3: candidatos com nota 3.
- N4: candidatos com nota 4.
- N5: candidatos com nota 5.

Todos os candidatos marcaram uma única alternativa de resposta em cada questão.

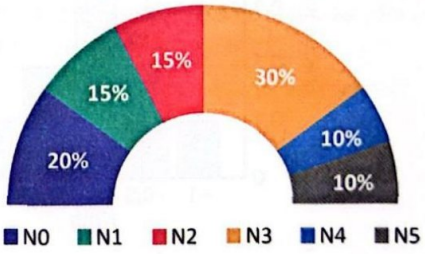
No Gráfico 1, estão descritas as porcentagens com que cada grupo marcou cada alternativa de resposta na questão 1, ficando ausentes as informações dos percentuais dos grupos N4 e N5, que marcaram a alternativa D.

Gráfico 1 – Porcentagens de escolhas de alternativas na questão 1, por grupo



No Gráfico 2, está apresentada a distribuição dos candidatos por grupo.

Gráfico 2 – Distribuição dos candidatos por grupo



Qual é o percentual de candidatos que acertou a questão 1?

A 10%
B 12%
C 16%
D 25%
E 28%

Item 140 – resolução 2026 / O2026-169

Resolução **Resposta: E**

Os candidatos de N5 acertaram tudo; no gráfico 1, eles têm 0% em A, B, C e E, então todos marcaram D, a resposta correta. Para N4, $D = 100 - (0 + 5 + 20 + 15) = 60\%$. Acertos: $0{,}20 \cdot 0 + 0{,}15 \cdot 0{,}10 + 0{,}15 \cdot 0{,}20 + 0{,}30 \cdot 0{,}25 + 0{,}10 \cdot 0{,}60 + 0{,}10 \cdot 1 = 0 + 0{,}015 + 0{,}03 + 0{,}075 + 0{,}06 + 0{,}10 = 0{,}28$, ou 28%.

Item 141

2026 | O2026-170

Fonte: INEP, caderno amarelo, página 26; questão 170.

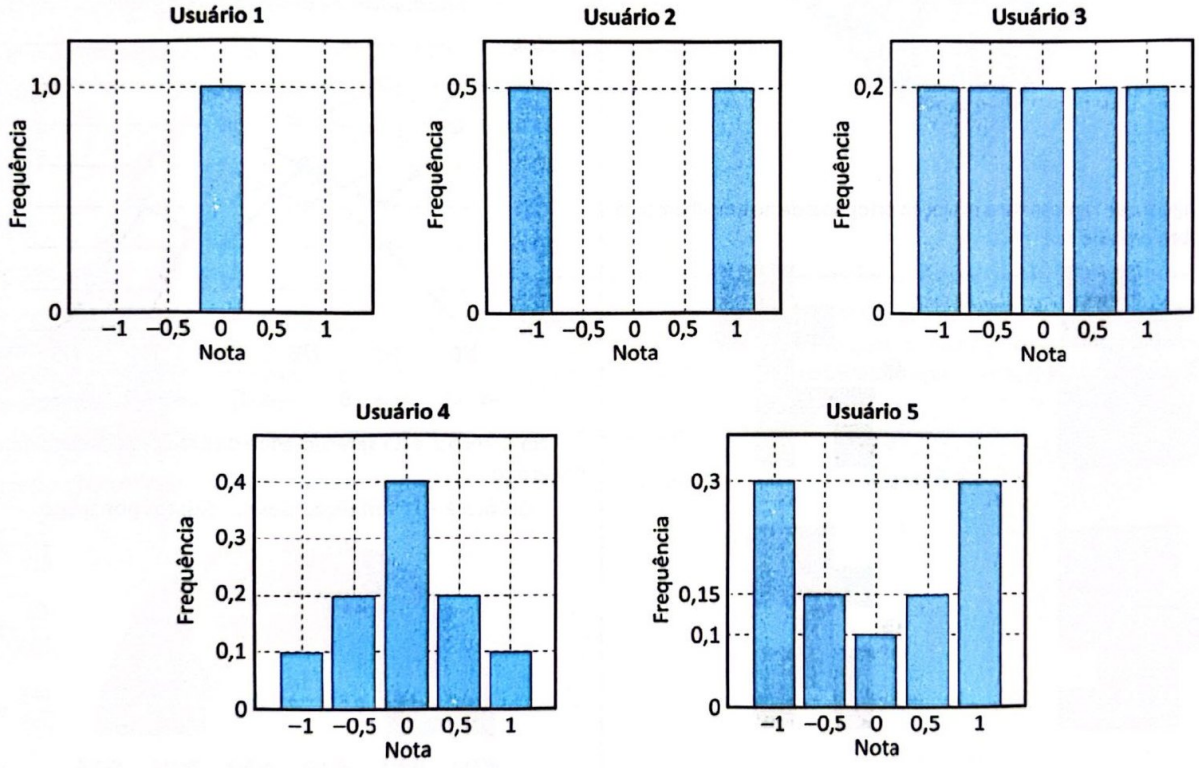
QUESTÃO 170

A matemática britânica Hannah Fry explica o falso paradoxo de pessoas com a mesma nota média de atratividade em sites de relacionamento terem diferentes graus de popularidade. Segundo Fry, a popularidade de um usuário desse tipo de site não está relacionada apenas à sua nota média de atratividade, mas também à dispersão das notas. Quanto maior o desvio padrão de suas notas, maior é a sua popularidade. Essas notas podem ser:

–1	–0,5	0	0,5	1
... se te acharem **muito desinteressante**	... se te acharem **desinteressante**	... se te acharem **indiferente**	... se te acharem **interessante**	... se te acharem **muito interessante**
				

Disponível em: www.ted.com. Acesso em: 16 maio 2015 (adaptado).

Os gráficos a seguir apresentam as frequências relativas (variando de 0 a 1) de notas de atratividade dadas a 5 usuários de um site de relacionamento.



Segundo o critério apresentado por Hannah Fry, o usuário com maior popularidade é o

A 1.
B 2.
C 3.
D 4.
E 5.

Item 141 – resolução 2026 / O2026-170

Resolução **Resposta: B**

Todos têm média 0, e a popularidade cresce com o desvio padrão. O usuário 2 tem todas as notas em -1 ou 1, a maior distância possível da média (desvio padrão 1); nenhum outro alcança essa dispersão.

Item 142

2026 | O2026-180

Fonte: INEP, caderno amarelo, página 31; questão 180.

QUESTÃO 180

Um colchão deve ser adequado ao biotipo de cada pessoa, sendo confortável e ao mesmo tempo capaz de suportar o peso do corpo. O quadro apresenta as opções recomendadas da densidade (D) do colchão para diversos biotipos, consideradas a massa e a altura da pessoa. Caso existam duas opções de densidade recomendadas para um mesmo biotipo, a apresentada em negrito indica a que é mais adequada.

Massa (quilograma)	Altura (metro)					
	Até 1,50	1,51 a 1,60	1,61 a 1,70	1,71 a 1,80	1,81 a 1,90	Acima de 1,90
Até 50	D-20	D-23	D-23	-	-	-
51 a 60	D-23	**D-23** ou D-26	**D-26** ou D-28	D-28	-	-
61 a 70	D-26	**D-26** ou D-28	**D-26** ou D-28	**D-28** ou D-30	D-30	-
71 a 80	-	D-28	**D-28** ou D-30	**D-30** ou D-33	**D-30** ou D-33	D-33
81 a 90	-	-	D-30	**D-30** ou D-33	**D-30** ou D-33	**D-33** ou D-36
91 a 100	-	-	D-33	D-33	D-33	D-36

Disponível em: www.inmetro.gov.br. Acesso em: 28 fev. 2012 (adaptado).

Uma pessoa com 71 kg de massa e 1,71 m de altura precisa adquirir um novo colchão.

A densidade mais adequada de um colchão para essa pessoa é

A) D-26.
B) D-28.
C) D-30.
D) D-33.
E) D-36.

Resolução **Resposta: C**

Massa 71 kg: linha 71 a 80; altura 1,71 m: coluna 1,71 a 1,80. A célula indica D-30 ou D-33, com D-30 em negrito, que é a mais adequada.

Gabarito por tema

Os números abaixo são os números locais dentro de cada capítulo temático. Os identificadores e anos de origem estão nos itens e no índice em CSV. A indicação de anulação oficial prevalece sobre qualquer resposta discutida apenas para estudo.

Tema 01 – Números, operações e raciocínio lógico

001: A ; 002: E ; 003: A ; 004: C ; 005: E ; 006: C ; 007: C ; 008: C ; 009: E ; 010: B ; 011: C ; 012: C ; 013: E ; 014: D ; 015: C ; 016: B ; 017: C ; 018: E ; 019: C ; 020: B ; 021: C ; 022: A ; 023: C ; 024: D ; 025: D ; 026: C ; 027: E ; 028: C ; 029: B ; 030: C ; 031: A ; 032: B ; 033: D ; 034: C ; 035: A ; 036: B ; 037: D ; 038: E ; 039: B ; 040: C ; 041: D.

Tema 02 – Razões, proporções, porcentagens e escalas

001: A ; 002: D ; 003: D ; 004: B ; 005: B ; 006: C ; 007: D ; 008: E ; 009: D ; 010: A ; 011: A ; 012: B ; 013: A ; 014: A ; 015: D ; 016: E ; 017: D ; 018: E ; 019: D ; 020: E ; 021: C ; 022: E ; 023: C ; 024: E ; 025: A ; 026: C ; 027: A ; 028: C ; 029: D ; 030: B ; 031: C ; 032: C ; 033: D ; 034: A ; 035: C ; 036: C ; 037: E ; 038: B ; 039: C ; 040: E ; 041: D ; 042: B ; 043: C ; 044: B ; 045: E ; 046: B ; 047: D ; 048: C ; 049: D ; 050: C ; 051: E ; 052: A ; 053: A ; 054: A ; 055: A ; 056: B ; 057: D ; 058: D ; 059: B ; 060: D ; 061: E ; 062: C ; 063: D ; 064: D ; 065: D ; 066: E ; 067: C ; 068: B ; 069: A ; 070: D ; 071: B ; 072: E ; 073: D ; 074: C ; 075: D ; 076: A ; 077: C ; 078: D ; 079: D ; 080: D ; 081: C ; 082: B ; 083: C ; 084: B ; 085: E ; 086: D ; 087: A ; 088: A ; 089: A ; 090: A ; 091: B ; 092: C ; 093: A ; 094: C ; 095: B ; 096: B ; 097: E ; 098: B ; 099: E ; 100: A ; 101: E ; 102: A ; 103: D ; 104: D ; 105: E ; 106: B ; 107: C ; 108: D ; 109: B ; 110: C ; 111: D ; 112: Anulada ; 113: B ; 114: A ; 115: C ; 116: A ; 117: B ; 118: B ; 119: B ; 120: E ; 121: E ; 122: C ; 123: C ; 124: C ; 125: B ; 126: A ; 127: B ; 128: D ; 129: A ; 130: B ; 131: C ; 132: B ; 133: B ; 134: B ; 135: C ; 136: C ; 137: C ; 138: D ; 139: D ; 140: B ; 141: D ; 142: C ; 143: B ; 144: C ; 145: D ; 146: A ; 147: B ; 148: D ; 149: C ; 150: C ; 151: C ; 152: A ; 153: A ; 154: A ; 155: D ; 156: C ; 157: C ; 158: E ; 159: C ; 160: E ; 161: B ; 162: A ; 163: B ; 164: E ; 165: A ; 166: D ; 167: A ; 168: B ; 169: D ; 170: E ; 171: D ; 172: C ; 173: C ; 174: D ; 175: E ; 176: D ; 177: C ; 178: C ; 179: E ; 180: C ; 181: D ; 182: E ; 183: C ; 184: C ; 185: D ; 186: C ; 187: E ; 188: D ; 189: C ; 190: E ; 191: E ; 192: C ; 193: D ; 194: B ; 195: D.

Tema 03 – Grandezas, unidades e medidas

001: E ; 002: B ; 003: B ; 004: C ; 005: D ; 006: D ; 007: C ; 008: C ; 009: E ; 010: C ; 011: A ; 012: E ; 013: C ; 014: D ; 015: D ; 016: E ; 017: B ; 018: A ; 019: D ; 020: D ; 021: B ; 022: C ; 023: B ; 024: E ; 025: C ; 026: A ; 027: B ; 028: B ; 029: C ; 030: D ; 031: A ; 032: A ; 033: A ; 034: C ; 035: B.

Tema 04 – Matemática financeira

001: A ; 002: D ; 003: A ; 004: C ; 005: B ; 006: A ; 007: B ; 008: B ; 009: D ; 010: D ; 011: Anulada ; 012: C.

Tema 05 – Equações, funções e gráficos

001: C ; 002: B ; 003: E ; 004: B ; 005: E ; 006: E ; 007: C ; 008: C ; 009: D ; 010: C ; 011: D ; 012: B ; 013: C ; 014: D ; 015: E ; 016: D ; 017: C ; 018: B ; 019: D ; 020: E ; 021: A ; 022: C ; 023: B ; 024: B ; 025: C ; 026: E ; 027: C ; 028: A ; 029: E ; 030: D ; 031: D ; 032: C ; 033: E ; 034: A ; 035: C ; 036: D ; 037: E ; 038: D ; 039: D ; 040: B ; 041: A ; 042: B ; 043: E ; 044: B ; 045: B ; 046: B ; 047: E ; 048: D ; 049: D ; 050: E ; 051: D ; 052: A ; 053: C ; 054: D ; 055: B ; 056: D ; 057: A ; 058: D ; 059: B ; 060: A ; 061: E ; 062: B ; 063: D ; 064: E ; 065: D ; 066: B ; 067: D ; 068: A ; 069: C ; 070: B ; 071: C ; 072: C ; 073: D ; 074: D ; 075: A ; 076: C ; 077: D ; 078: D ; 079: E ; 080: D ; 081: A ; 082: C ; 083: A ; 084: A ; 085: E ; 086: D ; 087: E ; 088: C ; 089: A ; 090: E ; 091: D ; 092: B ; 093: A ; 094: D ; 095: C ; 096: E ; 097: B ; 098: A ; 099: E ; 100: A ; 101: C ; 102: B ; 103: A ; 104: E ; 105: A ; 106: A ; 107: E ; 108: B ; 109: D ; 110: Anulada ; 111: A ; 112: E ; 113: D ; 114: C ; 115: D ; 116: D ; 117: D ; 118: A ; 119: B ; 120: D ; 121: A ; 122: B ; 123: B ; 124: B ; 125: B ; 126: C ; 127: B ; 128: A ; 129: C ; 130: B ; 131: C ; 132: D ; 133: E ; 134: B ; 135: A ; 136: D ; 137: A ; 138: C ; 139: B ; 140: D ; 141: B ; 142: E.

Tema 06 – Sequências, PA e PG

001: C ; 002: D ; 003: B ; 004: C ; 005: D ; 006: D ; 007: B ; 008: A ; 009: D ; 010: D ; 011: C ; 012: E ; 013: B ; 014: E ; 015: B ; 016: C ; 017: E ; 018: A ; 019: A ; 020: D.

Tema 07 – Geometria plana e trigonometria

001: B ; 002: E ; 003: B ; 004: D ; 005: D ; 006: C ; 007: D ; 008: E ; 009: E ; 010: E ; 011: D ; 012: A ; 013: C ; 014: C ; 015: B ; 016: E ; 017: B ; 018: B ; 019: E ; 020: B ; 021: C ; 022: D ; 023: A ; 024: B ; 025: C ; 026: E ; 027: B ; 028: A ; 029: D ; 030: C ; 031: E ; 032: E ; 033: C ; 034: A ; 035: C ; 036: C ; 037: D ; 038: B ; 039: A ; 040: C ; 041: E ; 042: E ; 043: A ; 044: C ; 045: A ; 046: A ; 047: B ; 048: B ; 049: E ; 050: C ; 051: B ; 052: B ; 053: B ; 054: A ; 055: D ; 056: B ; 057: D ; 058: C ; 059: A ; 060: E ; 061: E ; 062: A ; 063: D ; 064: B ; 065: B ; 066: B ; 067: A ; 068: A ; 069: D ; 070: A ; 071: E ; 072: B ; 073: B ; 074: C ; 075: E ; 076: D ; 077: C ; 078: C ; 079: D ; 080: A ; 081: D ; 082: B ; 083: E ; 084: C ; 085: C ; 086: D ; 087: E ; 088: E ; 089: D ; 090: B ; 091: E ; 092: B ; 093: C ; 094: C ; 095: D ; 096: C ; 097: E ; 098: D ; 099: C ; 100: A ; 101: C ; 102: A ; 103: A ; 104: E ; 105: A ; 106: D ; 107: D ; 108: B ; 109: D ; 110: A.

Tema 08 – Geometria espacial

001: A ; 002: B ; 003: C ; 004: C ; 005: B ; 006: C ; 007: D ; 008: B ; 009: D ; 010: E ; 011: C ; 012: B ; 013: B ; 014: D ; 015: E ; 016: D ; 017: A ; 018: D ; 019: A ; 020: B ; 021: B ; 022: E ; 023: B ; 024: D ; 025: D ; 026: D ; 027: D ; 028: B ; 029: B ; 030: A ; 031: C ; 032: C ; 033: E ; 034: E ; 035: C ; 036: C ; 037: A ; 038: E ; 039: A ; 040: D ; 041: C ; 042: E ; 043: A ; 044: E ; 045: E ; 046: E ; 047: B ; 048: D ; 049: D ; 050: C ; 051: A ; 052: D ; 053: C ; 054: C ; 055: C ; 056: E ; 057: D ; 058: D ; 059: E ; 060: C ; 061: C ; 062: B ; 063: A ; 064: D ; 065: E ; 066: D ; 067: C ; 068: E ; 069: B ; 070: A ; 071: A ; 072: A ; 073: E ; 074: E ; 075: C ; 076: D ; 077: E ; 078: A ; 079: D ; 080: E ; 081: E ; 082: B ; 083: C ; 084: C ; 085: A ; 086: B ; 087: D ; 088: E ; 089: B ; 090: C ; 091: D ; 092: D ; 093: B ; 094: B ; 095: B ; 096: A ; 097: E ; 098: E.

Tema 09 – Geometria analítica

001: A ; 002: A ; 003: B ; 004: E ; 005: E ; 006: C ; 007: E ; 008: A ; 009: B ; 010: C.

Tema 10 – Análise combinatória

001: D ; 002: B ; 003: D ; 004: A ; 005: C ; 006: A ; 007: Sem alternativa ; 008: D ; 009: B ; 010: E ; 011: A ; 012: C ; 013: A ; 014: A ; 015: B ; 016: B ; 017: A ; 018: C ; 019: A ; 020: E ; 021: B ; 022: E ; 023: E ; 024: E ; 025: C ; 026: E ; 027: C ; 028: E ; 029: C ; 030: A ; 031: Anulada ; 032: B ; 033: B ; 034: A ; 035: B ; 036: E ; 037: B ; 038: C ; 039: A ; 040: A.

Tema 11 – Probabilidade

001: C ; 002: E ; 003: A ; 004: B ; 005: B ; 006: E ; 007: D ; 008: A ; 009: D ; 010: D ; 011: D ; 012: D ; 013: C ; 014: E ; 015: C ; 016: C ; 017: D ; 018: E ; 019: D ; 020: D ; 021: B ; 022: A ; 023: A ; 024: E ; 025: B ; 026: C ; 027: D ; 028: E ; 029: A ; 030: C ; 031: C ; 032: A ; 033: B ; 034: D ; 035: E ; 036: D ; 037: E ; 038: D ; 039: E ; 040: Anulada ; 041: A ; 042: B ; 043: C ; 044: E ; 045: E ; 046: A ; 047: C ; 048: B ; 049: E ; 050: A ; 051: B ; 052: D ; 053: E ; 054: B ; 055: A ; 056: A.

Tema 12 – Estatística e interpretação de dados

001: D ; 002: D ; 003: E ; 004: A ; 005: C ; 006: D ; 007: E ; 008: D ; 009: B ; 010: B ; 011: D ; 012: A ; 013: C ; 014: D ; 015: B ; 016: C ; 017: C ; 018: A ; 019: D ; 020: B ; 021: E ; 022: C ; 023: B ; 024: E ; 025: D ; 026: B ; 027: E ; 028: C ; 029: B ; 030: C ; 031: B ; 032: C ; 033: E ; 034: D ; 035: E ; 036: E ; 037: B ; 038: E ; 039: E ; 040: C ; 041: B ; 042: D ; 043: C ; 044: C ; 045: B ; 046: C ; 047: E ; 048: B ; 049: B ; 050: D ; 051: A ; 052: A ; 053: E ; 054: B ; 055: C ; 056: B ; 057: D ; 058: B ; 059: E ; 060: A ; 061: A ; 062: E ; 063: D ; 064: D ; 065: D ; 066: C ; 067: B ; 068: D ; 069: A ; 070: A ; 071: A ; 072: E ; 073: B ; 074: B ; 075: D ; 076: A ; 077: E ; 078: D ; 079: C ; 080: D ; 081: D ; 082: C ; 083: D ; 084: A ; 085: D ; 086: B ; 087: D ; 088: A ; 089: C ; 090: B ; 091: C ; 092: C ; 093: C ; 094: C ; 095: C ; 096: D ; 097: E ; 098: B ; 099: D ; 100: C ; 101: D ; 102: C ; 103: C ; 104: D ; 105: E ; 106: C ; 107: E ; 108: B ; 109: B ; 110: C ; 111: D ; 112: E ; 113: A ; 114: B ; 115: D ; 116: A ; 117: D ; 118: A ; 119: C ; 120: B ; 121: C ; 122: C ; 123: D ; 124: E ; 125: Anulada ; 126: B ; 127: A ; 128: C ; 129: E ; 130: C ; 131: E ; 132: C ; 133: B ; 134: D ; 135: E ; 136: C ; 137: E ; 138: C ; 139: D ; 140: E ; 141: B ; 142: C.